

**Instrucciones:**

**a) Duración:** 1 hora

**b)** Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

**c)** La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

**d)** Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía, la mala presentación y no explicar adecuadamente las operaciones pueden restar hasta un máximo de 1 punto de la nota final.

**e)** Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

**Opción A**

**Ejercicio 1.-** Razona de manera justificada el dominio de las siguientes funciones.

**a) [2 puntos]**  $f(x) = \ln(1 - 4x^2)$

**b) [0,5 puntos]**  $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$

**Ejercicio 2.- a) [1,5 puntos]** Indica el valor de  $k$  para que la función sea continua en  $x = \frac{1}{2}$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3x}{2x-2} & \text{si } x \neq \frac{1}{2} \\ k & \text{si } x = \frac{1}{2} \end{cases}$$

**b) [1 punto]**  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1-x^3}{x(x^2+1)(x^2-1)}$

**Ejercicio 3.- a) [1 punto]** Determinar el centro y el radio de la circunferencia  $x^2 - 4x + y^2 + 8y = -4$ .

**b) [1,5 puntos]** Calcular la potencia del punto  $A(12,0)$  respecto la circunferencia de centro  $C(7,1)$  y radio  $r=5$ , y decidir según el valor obtenido si el punto es exterior, interior o perteneciente a la circunferencia.

**Ejercicio 4.- a) [1 punto]** Dibuja sobre los mismos ejes las gráficas de  $f(x) = \ln(x)$ ,  $g(x) = \ln(x+2)$  y  $h(x) = \ln(x-3)$  indicando los puntos de corte de cada función con los ejes de coordenadas.

**b) [1,5 puntos]** Indicar el dominio y la imagen de  $f(x) = x^3 - 1$ ,  $g(x) = e^x - 1$  y  $h(x) = \frac{1}{x}$ .

**Opción B**

**Ejercicio 4.- a) [1 punto]** Dibuja sobre los mismos ejes las gráficas de  $f(x)=\ln(x)$  ,  $g(x)=\ln(x+2)$  y  $g(x)=\ln(x-3)$  indicando los puntos de corte de cada función con los ejes de coordenadas.

**b) [1,5 puntos]** Indicar el dominio y la imagen de  $f(x)=x^3-1$  ,  $g(x)=e^x-1$  y  $h(x)=\frac{1}{x}$  .

**Ejercicio 2.-** Sea  $f(x)=\frac{-3x^2-7x+10}{x^2-4x-5}$  .

**a) [1 punto]** Estudia la continuidad de la función en  $x=-1$  . Si no es continua, indica el tipo de discontinuidad.

**b) [1 punto]** Estudia la continuidad de la función en  $x=5$  . Si no es continua, indica el tipo de discontinuidad.

**c) [0,5 puntos]** ¿A cuánto tiende la función si la variable  $x$  tiende a infinito?

**Ejercicio 3.- a) [1,5 puntos]**  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3-\sqrt{2x^2+1}}{3x-6}$

**b) [1 punto]** Sea  $f(x)=\frac{x+1}{x+2}$  y  $g(x)=\frac{x-1}{x+3}$  . Calcula  $(f \circ g)(x)$  y  $(g \circ f)(x)$  . ¿Es  $f(x)$  la inversa de  $g(x)$  ? Razona tu respuesta.

**Ejercicio 4.- [2,5 puntos]** Determina  $a$  y  $b$  para que  $f(x)$  sea continua en  $x=0$  y  $x=3$  .

$$f(x) = \begin{cases} x^2+1 & \text{si } x < 0 \\ ax+b & \text{si } 0 \leq x \leq 3 \\ \frac{x^2-9}{x-3} & \text{si } x > 3 \end{cases}$$