

Gedanken zum Einsatz digitaler Werkzeuge im Mathematikunterricht

HANS-JÜRGEN ELSCHENBROICH

Die Diskussion in deutschen Landen über digitale Werkzeuge im MINT-Unterricht, insbesondere im Fach Mathematik, will nicht enden. Auch wenn unsere Gesellschaft längst digital geworden ist, ist dies im schulischen Bereich noch lange nicht der Fall. Die einen sehen in den digitalen Medien den Heilsbringer, die anderen den Quell allen Übels. Oft findet man bei Gegnern wie Befürwortern eine überraschende Gemeinsamkeit, nämlich eine Gerätegläubigkeit, was im Fach Mathematik besonders ausgeprägt ist (»Mathematik auf Knopfdruck«). Es stehen so nicht das Fach und der Unterricht im Vordergrund, sondern es geht um Geräte. Aber weder der intensive Einsatz noch das Verbot von Geräten, Programmen & Apps werden den Unterricht im allgemeinen und in den MINT Fächern per se verbessern. Für guten Unterricht gilt aber die alte und wieder aktuelle Weisheit: »Auf den Lehrer kommt es an!«

1 Grundlegendes

Gegenüber der anscheinend unvermeidlichen Diskussion um die vermeintlich »richtigen« Geräte und Programme scheint es sinnvoll, ein paar grundsätzliche Gedanken zu Werkzeugen und Medien auszuführen. In der didaktischen Diskussion ist meist von »Neuen Medien« die Rede. Auch wenn sie so neu nicht mehr sind (sie stammen weitgehend aus dem vorigen Jahrtausend ...), so sind sie im schulischen Bereich doch immer noch neu in dem Sinne, dass sie sich noch nicht so durchgesetzt haben wie das allgemeingesellschaftlich längst der Fall ist.

Der Begriff Medium ist im schulischen Bereich eher unscharf. Auch wer sich vor YouTube setzt und ein Video nach dem anderen anschaut, nutzt ein Medium und wer sich den ganzen Tag vom iPod mit Musik berieseln lässt, auch. Das ist aber für das systematische Lernen im Großen und Ganzen unerheblich. Wesentlich ist die aktive Nutzung digitaler Werkzeuge, vor allem in Schülerhand. Das führt zur Frage, was denn der Unterschied zwischen Medium und Werkzeug ist.

»Ein Medium ist im Allgemeinen ein Träger oder ein Übermittler von Jemandem oder Etwas. Im didaktischen Sinne können Medien Lehr- und Lernprozesse vielfältig unterstützen. Sie dienen der Effektivierung der Informationsvermittlung zwischen der Lehrkraft und den Lernenden und als Werkzeug in Schülerhand dem Prozess des eigenständigen Wissens- und Kompetenzerwerbs.« (ELSCHENBROICH, HEINTZ, KÖRBER, SCHWARZ & WETTERAU 2007, 10)

1.1 Digitale (Lern-)Werkzeuge

Und was ist der Unterschied zu einem Werkzeug?

»Ein Werkzeug ist ein Hilfsmittel, um auf etwas einzuwirken. Unter Werkzeug im unterrichtlichen Zusammenhang verstehen wir flexibel einsetzbare Hilfsmittel beim Lehren und Lernen, Lernwerkzeuge also. Im Unterrichtsalltag geht die Spannweite von Heft und Stift, Tafel und Kreide, Zirkel und Lineal bis zu Taschenrechnern, Computerprogrammen und interaktiven Whiteboards. Gute Lernwerkzeuge sorgen für eine Arbeitserleichterung und ermöglichen bzw. unterstützen wichtige Lernaktivitäten.« (ELSCHENBROICH 2011).

Der letzte Punkt ist entscheidend: Die Unterstützung bzw. Ermöglichung von Lernaktivitäten! Dazu sei mit Blick auf die Diskussion ums Selbstlernen angemerkt: Jede und jeder lernt selbst, egal ob einzeln oder in der Klasse. Wer sollte es sonst für einen tun? Digitale Werkzeuge können das Lernen unterstützen und fördern, insbesondere mit geeigneten Lernumgebungen. In größerem Stil geschieht dies beispielsweise im Mathematiklabor der Universität Würzburg (WEIGAND 2016) oder im Mathematik-Labor der Universität Koblenz-Landau (ROTH 2015) (Abb. 1).



Abb. 1. Schüler/innen im Mathematik-Labor (ROTH 2016)

Dort »können Schüler/innen durch experimentellen Umgang mit gegenständlichen Modellen und systematische Variation von Computersimulationen sowohl ihr Verständnis von alltäglichen Phänomenen als auch ihr mathematisches Grundlagenwissen weiterentwickeln« (ROTH 2016). Hier kommt auch ein weiterer positiver Aspekt der digitalen Werkzeuge zum Tragen: es sind nicht nur Lernwerkzeuge in Lehrerhand, sondern auch Werkzeuge in Schülerhand, die zum Experimentieren und Entdecken einladen.

1.2 Bildungsstandards

In den »Bildungsstandards im Fach Mathematik für die Allgemeine Hochschulreife« der KMK gibt es zu digitalen Werkzeugen einen eigenen, gut gelungenen Abschnitt, den es sich zu zitieren lohnt.

»Die Entwicklung mathematischer Kompetenzen wird durch den sinnvollen Einsatz digitaler Mathematikwerkzeuge unterstützt. Das Potenzial dieser Werkzeuge entfaltet sich im Mathematikunterricht

- beim Entdecken mathematischer Zusammenhänge, insbesondere durch interaktive Erkundungen beim Modellieren und Problemlösen,
- durch Verständnisförderung für mathematische Zusammenhänge, nicht zuletzt mittels vielfältiger Darstellungsmöglichkeiten,
- mit der Reduktion schematischer Abläufe und der Verarbeitung größerer Datenmengen,
- durch die Unterstützung individueller Präferenzen und Zugänge beim Bearbeiten von Aufgaben einschließlich der reflektierten Nutzung von Kontrollmöglichkeiten.« (KMK 2012)

Der Passus endet dann in dem bemerkenswerten Satz: »Einer durchgängigen Verwendung digitaler Mathematikwerkzeuge im Unterricht folgt dann auch deren Einsatz in der Prüfung.« (KMK 2012). Dass dies noch lange nicht selbstverständlich ist, zeigt die Entwicklung in Baden-Württemberg, wo es im Abitur (und in der Regel dann auch im dahin führenden Unterricht) vom Grafik-TR zurück zu einem einfachen wissenschaftlichen TR geht.

2 Mathematikunterricht

Mit den Fortschritten in der Mathematik und mit neuen Werkzeugen änderte sich im Laufe der Geschichte auch der Mathematikunterricht in seinen Zugängen zu Themen, didaktischen Möglichkeiten und letztlich auch in seinen Inhalten.

2.1 Alte und neue Werkzeuge im Mathematikunterricht

Werkzeuge an sich sind nicht gut oder schlecht. Es kommt auf den Gebrauch an und ggf. dabei auch auf den Kontext. Die Aufgabe muss zum Werkzeug passen und das Werkzeug zur Aufgabe. So hat das Vorhandensein von Funktionenplottern in kurzer Zeit die sogenannte Kurvendiskussion umgekrempelt. Der Computer zwingt uns einem Bonmot von HANS SCHUPP zufolge zum Nachdenken über Dinge, über die wir auch ohne Computer längst hätten nachdenken müssen. Dabei sei angemerkt: es gibt keine »Mathematik auf Knopfdruck«, wie manche an die Wand malen, genauso wenig wie es schließlich Literatur auf Knopfdruck durch Textverarbeitung gibt.

Gegenüber der Befürchtung, es solle demnächst wohl alles nur noch mit dem Computer gemacht werden, sei betont, dass man digitale Werkzeuge nur da einsetzen soll, wo sie einen überzeugenden Mehrwert bieten, dass sie bewährte Werkzeuge nicht ersetzen, sondern ergänzen sollen und können und dass klassische Handlungsorientierung und digitale Werkzeuge kein Widerspruch sind, sondern sich bestens ergänzen (HEINTZ 2016). Natürlich kann man digitale Werkzeuge auch inadäquat einsetzen, das Werkzeug bewirkt aus sich heraus nichts Positives. Auf diesen Aspekt weist der Comic in Abbildung 2 scherzhaft hin. Die Entwicklung und Nutzung von Werkzeugen ist in der Mathematik kein neues Phänomen. Zirkel und Lineal, Logarith-

mentafeln und Rechenschieber und Rechenmaschinen (Abb. 3), Pantographen, Integraphen (Abb. 4), Taschenrechner bis hin zu mächtigen Computerprogrammen markieren allesamt Weiter-



Abb. 2. Neue Medien im Unterricht

RECHENMASCHINEN

Klein-Rechenmaschinen

„Addiator-Standard“
 Präzisionsmodell mit 2 Rechenwerken, besonders übersichtliches Rechenfeld, weicher Lauf, außerordentlich haltbar (5 Jahre Fabrikgarantie)
 Größe 12x18 cm, Gewicht 500 g.
 Ausführungen:
 In Klappstativ m. Gummifüßen, Bestell-Nr. 3181
 In Lederlasche mit auswechselbarem Notizblock u. Drehbleistift; Bestell-Nr. 3182

„Addiator-Negativ“
 Ausführung wie die „Addiator-Standard“. Das Subtraktions-Rechenwerk ist so ausgebildet, daß es auch Minus-Werte angibt, also z.B. den Debitsaldo.
 Ausführungen:
 In Klappstativ mit Gummifüßen, Bestell-Nr. 3183
 In Lederlasche mit auswechselbarem Notizblock u. Drehbleistift; Bestell-Nr. 3184

Rechentabellen

„Multi-Divi“-Super. Zum direkten Ablesen aller Multiplikationen 2x3 stelliger und den wichtigsten 3x3 stelligen Zahlen. Bestell-Nr. 3185

„Multi-Divi“-Triplex. Wie vor, außerdem mit den wichtigsten Multiplikationen 2x4 stelliger Zahlen. Bestell-Nr. 3186

„BRUNSVIGA“-Rechenmaschinen

„BRUNSVIGA“-Rechenmaschinen sind ausgesprochene Qualitätserzeugnisse, die höchste Sicherheit und Haltbarkeit gewährleisten. Zur kostenlosen, unverbindlichen Vorführung sind wir gern bereit. Nachfolgend eine kurze Übersicht über die verschiedenen Modelle.

Addier-Maschinen

„A 58“ Mit Volltastatur, Handbetrieb. 7 Stellen in der Tastatur, 8 Stellen in der Summe, Subtraktion bis Null, Bestell-Nr. 3187

„810“ Mit Volltastatur, für elektrischen- und Handantrieb. 9 Stellen in der Tastatur, 10 Stellen in der Summe, mit positiver Subtraktion, auch unter Null. Bestell-Nr. 3188

BRUNSVIGA 1010E

ZEICHENBEDARE OTTO SCHILLER MÜNCHEN

311

Abb. 3. Rechenmaschinen, Katalog 1951, Quelle: <http://www.rechnerlexikon.de/upload/01/04/Schiller-1951-S311.jpg>

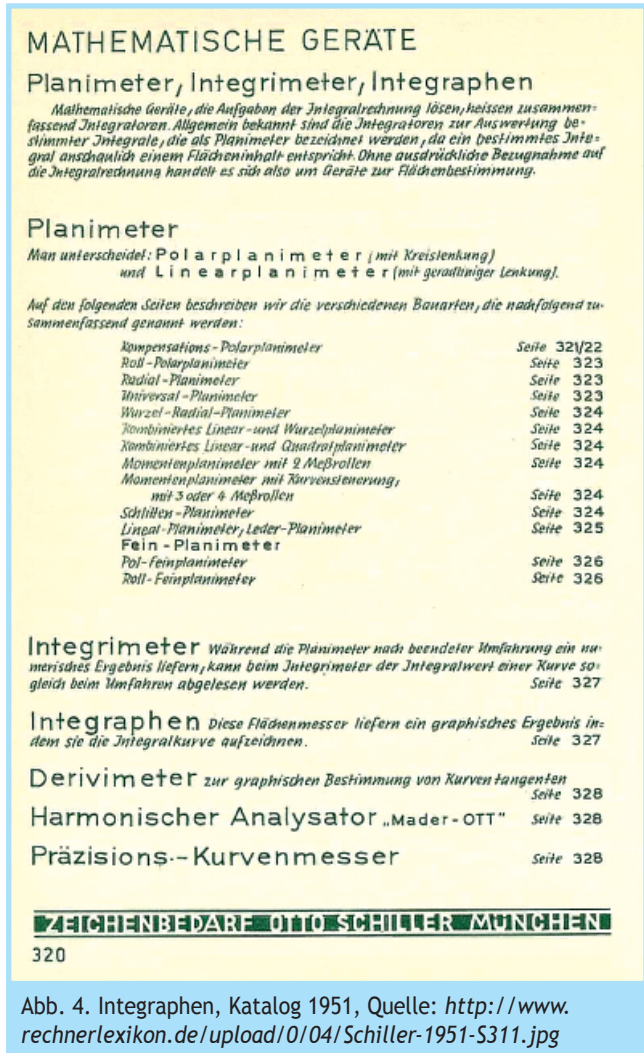


Abb. 4. Integraphen, Katalog 1951, Quelle: <http://www.rechnerlexikon.de/upload/0/04/Schiller-1951-5311.jpg>

und Neuentwicklungen von Werkzeugen, die historisch gesehen für mathematisches Arbeiten und mathematische Anwendungen genutzt wurden.

Mit neuen Werkzeugen ändern sich insbesondere das Verständnis von Operationen und der Grad ihrer Verfügbarkeit. »Waren früher einfache Additionen und Multiplikationen Grundoperationen, so machte der Taschenrechner beispielsweise das Berechnen von Wurzeln, das Potenzieren oder Logarithmieren zu Grundoperationen, der Funktionsplotter das Zeichnen von Funktionsgraphen, die Computeralgebra das Gleichungslösen, Differenzieren, Integrieren oder Matrizenrechnen. War früher mit Zirkel und Lineal das Zeichnen von Punkten, Geraden und Kreisen eine Grundoperation, so machte das Geodreieck das Konstruieren von Senkrechten und Parallelen zur Grundoperation. Dynamische Geometrie-Software [...] fügt das Konstruieren von Mittelsenkrechten, Winkelhalbierenden, das dynamische Messen von Abständen und Winkeln und das Zeichnen von Ortslinien hinzu.« (ELSCHENBROICH 2011)

2.2 Digitale Werkzeuge und Werkzeugkompetenz

Der Einsatz digitaler Werkzeuge darf kein Selbstzweck sein, es steht nicht die Bedienung von Programmen und Geräten und auch nicht das Programmieren im Vordergrund. Werkzeug-

kompetenz ist im Unterricht mehr und etwas anderes als nur die souveräne Bedienung von Programmen und Geräten. Eine gemeinsame Arbeitsgruppe vom MNU und T³ hat sich speziell für Mathematik damit intensiver beschäftigt und zahlreiche Beispiele ausgearbeitet (HEINTZ et al. 2017). Wesentlich ist die folgende grundlegende Definition, die einen klaren inhaltlichen Kontrapunkt zum (Miss-) Verständnis von Werkzeugkompetenz als Bedienung von Programmen setzt: »Werkzeugkompetenz bedeutet, mit Werkzeugen kompetent Mathematik zu betreiben« (HEINTZ et al. 2014).

Was sind denn typische digitale Mathematik-Werkzeuge und wofür setzt man sie ein? Hier gibt es in der mathematikdidaktischen Community einen weitgehenden Konsens, der sich auch in Bildungsstandards und in länderspezifischen Lehrplänen widerspiegelt. Typische digitale Mathematik-Werkzeuge sind:

1. **Dynamische Geometrie-Software:** Geometrische Konstruktionen und Nutzen von Zugmodus und Ortslinien für Entdeckungen geometrischer Sätze als Invarianzen. Aktuell findet eine Erweiterung der Dynamischen Geometrie-Software von der 2D-Geometrie auf 3D statt.
2. **Tabellenkalkulation:** Rechnen mit Zahlen, Variablen und Formeln, Visualisierung großer Datenmengen in Diagrammen.
3. **Funktionsplotter:** Visualisierung von Funktionen und funktionalen Zusammenhängen, numerische Berechnungen von Ableitungen und Integralen.
4. **Computeralgebra:** Visualisierung algebraisch bzw. analytisch erzeugter funktionaler Zusammenhänge und Nutzung von Variablen als formale Zeichen (Algebra), Ableitungen und Integrale von Funktionen sowie Rechnungen mit Matrizen symbolisch. (HEINTZ, PINKERNELL & SCHACHT 2016)

Dazu kommt gelegentlich noch spezielle Software für Stochastik, was aber in den meisten Fällen der Tabellenkalkulation übertragen wird.

Sogenannte Multirepräsentationswerkzeuge wie z. B. GeoGebra oder TI Nspire bieten eine Vernetzung obiger Werkzeuge unter einem Dach in einer einheitlichen Bedienungsumgebung mit einem Dateiformat und damit eine Erhöhung der methodischen und didaktischen Möglichkeiten. Sie sind nicht nur umfassende Software-Werkzeuge, sondern auch hardwareübergreifend. Das hat zur Folge, dass ein und dasselbe digitale Arbeitsblatt als Lern- und Arbeitsumgebung weitgehend identisch auf verschiedenen Plattformen eingesetzt und parallel genutzt werden kann. Auch wird dadurch der Wechsel der Perspektive und des Zugangs unterstützt und erleichtert (numerisch-tabellarisch, graphisch-visuell, symbolisch-algebraisch) (BARZEL 2016). Dies ist auch ein bedeutender Unterschied zur Fülle von Apps zu allen möglichen Anwendungen, die mal auf der einen, mal auf der anderen Plattform laufen, die immer mit eigenen Datenformaten arbeiten und letztlich nur (sicher schöne) Insellösungen mit beschränkter Perspektive sind.

2.3 Dokumentation

Ein wichtiger Aspekt des Einsatzes digitaler Mathematikwerkzeuge wird häufig übersehen oder marginalisiert, bekommt

aber in Zusammenhang mit der zunehmenden Verbreitung digitaler Mathematikwerkzeuge auch in den zentralen Prüfungen besonderes Gewicht: Wie dokumentieren Schüler/innen ihre Arbeit und ihre Lösungen angemessen und in einer über die Vorgaben einzelner Lehrkräfte hinweg allgemein akzeptierten Form? Die digitalen Mathematikwerkzeuge bringen oft eine eigene Werkzeugsprache mit sich, die nicht immer mit der traditionellen mathematischen Fachsprache identisch ist und sich auch von der Alltagssprache abgrenzt (Abb. 5).

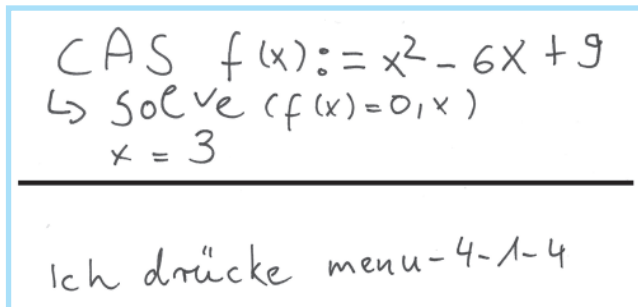


Abb. 5. Zwei unterschiedliche Schülerdokumentationen

SCHACHT entwickelt *lernverlaufsorientierte Gütekriterien* (für Unterrichtssituationen: Formalisierungsgrad, sprachliche Elaboriertheit und Komplexität, Reflexionsgrad) und *lernstandsorientierte Gütekriterien* (für Leistungssituationen: Nachvollziehbarkeit/Stringenz, Nutzung von Fachsprache und Werkzeugsprache, darstellerische Trennung der sprachlichen Modi) (SCHACHT 2016). Auch wenn weitgehend Einigkeit herrscht, dass »Ich drücke Menü 4-1-4« nicht akzeptabel ist, so ist es bis zur Bildung eines allgemein akzeptierten Konsenses sicher noch ein weiter Weg.

2.4 Dynamische Visualisierung

Die besonderen Stärken der digitalen Werkzeuge liegen im Experimentieren, Simulieren, Berechnen und Visualisieren (GREFRATH & RIESS 2016). Dabei ist eine Verschiebung vom klassischen *Satz beweisen* zum *Satz finden* und zum *anschaulichen Begründen* von der Geometrie (ELSCHENBROICH 2002) bis zur Analysis (ELSCHENBROICH 2016) festzustellen. Insbesondere die dynamische Visualisierung hat zumindest der schulischen Mathematik neue didaktische Türen geöffnet (ELSCHENBROICH 2004). Punkte werden im Zugmodus beweglich, Zahlen durch Schieberegler dynamisch, Spur und Ortslinie lassen dabei Wege von Punkten sichtbar und untersuchbar werden und schlagen die Brücke von Geometrie und Tabellen zu Funktionen. Insbesondere erfährt der Funktionenplotter (der stets vom Funktionsterm ausgeht) eine Erweiterung zum Graphenplotter, da durch Ortslinien als Erstes der Graph zugänglich werden kann (Abb. 6).

Die Interaktivität der modernen digitalen Mathematik-Werkzeuge und Lernumgebungen ist von besonderer Bedeutung (LABORDE 2016), weil sie ein individualisiertes Arbeiten und Lernen unterstützt. Der Zugmodus ist auch eine – sicherlich vermittelte und virtuelle – Handlungsorientierung. Im Zugmodus kommen auch die ikonischen und die enaktiven Komponenten des E I S Konzepts von BRUNER zu einer qualitativ neuen Verbindung.

3 Zu guter Letzt

Zu guter Letzt ein paar Gedanken zu möglichen Entwicklungen und ein Moment des Innenhaltens.

3.1 Quo vadis?

Gegenüber PC/Laptop und GTR-Handhelds gibt es momentan einerseits einen Tablet-Hype, wo vorausgesagt wird, in wenigen Jahren gäbe es keine PCs mit Maus mehr, sondern nur noch Tablets. Auf der anderen Seite gibt es eine gewisse Skepsis, da seit der Erfindung des Films und des Fernsehens schon so manche den Unterricht revolutionierende Technik angekündigt worden ist.

Laut PALLACK stagniert die weitere Entwicklung digitaler Mathematik-Werkzeuge, es ist derzeit nicht mit wesentlichen Neuerungen zu rechnen (PALLACK 2016). Auch wird die jeweilige Hardware-Plattform zweitrangig und wird zunehmend durch eine universelle Webbasierung ersetzt werden. Eine Entwicklung ist aber im Bereich der Nutzer-Oberflächen, der Software-Ergonomie zu erwarten, denn künftige Schülergenerationen werden kaum noch eine Maus kennen, geschweige damit arbeiten können. Vielmehr ist zu erwarten, dass die künftige Bedienung über Gesten und Touchpad erfolgen wird (RICHTER-GEBERT 2016).

Da kaum vorauszusagen ist, wie sich bezüglich die Hardware-Entwicklung in den nächsten 10 Jahren vollziehen wird, sollte man nicht auf die gerade aktuelle Hardware schauen, sondern Funktionalitäten digitaler Werkzeuge in den Fokus nehmen, die konkrete Hardware übergreifen (PALLACK 2016). Weiter wird die Nutzung schülereigener Geräte (BYOD bring your own device) und damit die Fokussierung auf Smartphones zunehmend ein Thema werden. Erstens sind die Schüler heutzutage meist besser ausgerüstet als die Schulen, und ihre Geräte sind einfach schon da. Und zweitens entlastet dies die Kommunen von Investitionen in Geräte, die Gelder können besser in Ausbau und

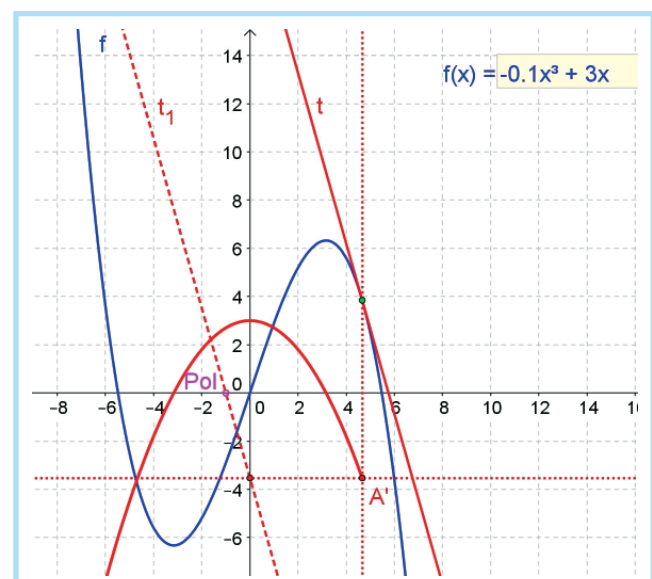


Abb. 6. Ein digitaler Differentiograph

Service der Infrastruktur (WLAN, Server, Lernplattform) investiert werden. Das Vorhandensein stabiler und guter Rahmenbedingungen ist fundamental für einen breiten und stabilen Einsatz digitaler Werkzeuge.

Bezüglich BYOD und des Einsatzes von Tablets oder Smartphones ist die entscheidende, derzeit noch nicht zufriedenstellend geklärte Frage die Prüfungssicherheit. In dieser Hinsicht und in Sachen Robustheit sind die Grafik-Taschenrechner – obwohl technologisch eigentlich veraltet – gegen über Tablets und Smartphones immer noch vorn.

3.2 Ein Konzept muss her!

Eine langfristig erfolgreiche Arbeit mit Medien über alle Fächer hinweg basiert auf einem durchgehenden schulischen Konzept, das Medien und Lernmittel umfassend in den Blick nimmt (ELSCHENBROICH 2007) und auch die Verbindung von Medien, Methoden und Kompetenzen (ELSCHENBROICH & HEINTZ 2008). Über die einzelne Schule hinaus muss das weiter auf der Schulträger-Ebene planmäßig und konzeptuell angegangen werden (BREITER, WELLING & STOLPMANN). Dabei gehört die IT-Betreuung nicht in Lehrerhand, sondern muss in professionelle Hände gehen. Und es muss das vorhandene Lehrer-*Personal* umfassend qualifiziert sein (d. h. meistens: werden), es muss in erheblichem Maße in Lehrerfortbildung investiert werden. Wie beispielsweise das kleine Bundesland Bremen die Entwicklung *digitaler Kompetenz* als Schulträger planmäßig angeht, beschreibt Ballnus ausführlich in diesem Heft.

3.3 Ein Innehalten

Auch wenn ich sicher zu denjenigen gehöre, die den Einsatz digitaler Werkzeuge in der Schule begrüßen und unterstützen, so ist mir doch am Ende ein kurzes Innehalten wichtig. Digitale Werkzeuge haben im Mathematik-Unterricht ihren Sinn, wo es

um Entlastung von langwierigen und komplizierten Rechnungen geht, um die Lösung komplizierter Gleichungen, um das schnelle Zeichnen von Funktionsgraphen, um das Sammeln und die Auswertung umfangreicher Daten, um die dynamische Visualisierung geometrischer Konstruktionen und das Erzeugen von Ortslinien, um den Einsatz von Lernumgebungen möglichst mit individuellen Rückmeldungen, um Problemlösen und das Entdecken mathematischer Zusammenhänge und Sätze.

Dabei darf aber nicht übersehen werden, dass mit jedem neuen Werkzeug auch eine zusätzliche Ebene und Komplexität ins Spiel kommt. Jedes Werkzeug muss verstanden und beherrscht werden, was ganz nebenbei auch zusätzlichen Zeitbedarf erfordert. »Medien können den Unterrichtsstoff bereichern durch Ermöglichen neuer Inhalte und neuer Wege zu bekannten Inhalten, aber auch belasten durch das Einhandeln technischer und allgemeindidaktischer Probleme. [...] Mit jedem Medium, das wir in der Schule einführen, schließen wir einen *faustischen Pakt*, und wir sollten beachten, dass es an die Stelle wichtiger Ziele des Mathematikunterrichts treten und damit kontraproduktiv werden könnte.« (SCHUPP 2016).

(Die umfangreichen Literaturangaben finden sich online unter <http://www.mnu.de/zeitschriften/224-mnu-heft-2016-06>)



HANS-JÜRGEN ELSCHENBROICH, hans-juergen.elschenbroich@mnu.de, war Lehrer für Mathematik und Informatik, Fachleiter und Medienberater sowie ehemaliger Fachreferent Mathematik im MNU-Bundesvorstand. ■

