

Instrucciones:

a) Duración: 1 hora

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía, la mala presentación y no explicar adecuadamente las operaciones pueden restar hasta un máximo de 1 punto de la nota final.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- Sea $f(x) = \frac{x^2 + 2}{2x - 1}$.

a) [1,5 puntos] Indicar los intervalos donde la función es creciente, donde la función es decreciente y calcular los extremos relativos (abscisas y valores correspondientes de las ordenadas).

b) [0,5 puntos] Obtener la recta tangente a la función en $x = 3$.

c) [0,5 puntos] Obtener la asíntota oblicua de la función.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Obtener a para que se cumpla $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \ln(1+x)}{1 - \cos(ax)} = 8$.

Ejercicio 3.- a) [2 puntos] Sea la función $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$. Obtener a, b, c y d sabiendo que existe un extremo relativo en $(0, 1)$ y un punto de inflexión en $(1, -1)$.

b) [0,5 puntos] Dibuja la gráfica de $f(x) = |x^2 - 4|$, indicando sus cortes con los ejes y las coordenadas de su vértice (ojo: fíjate que solo te piden dibujar la gráfica, no hacer un estudio completo de la función).

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Sea un rectángulo con un vértice sobre el origen de coordenadas y el vértice opuesto sobre la gráfica de la función $f(x) = e^{-x}$. El rectángulo se sitúa en el primer cuadrante. Obtener la base y la altura del rectángulo para que su área sea máxima. Obtener dicha área máxima.

Opción B

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Obtener los puntos de la función $f(x)=x^2+2x+4$ cuya recta tangente a la función pase por el $(0,0)$ (obtener abscisa y su ordenada).

Ejercicio 2.- Sean los puntos $A(0,1)$, $B(7,2)$ y la recta $r:5x-3y=0$.

a) [1,5 puntos] Obtener el punto $P(x,y)$ equidistante de A y B , y que además pertenezca a la recta r (ayuda: recuerda que equidistante significa “a la misma distancia”).

b) [1 punto] Obtener el ángulo que forma con el eje horizontal la recta que pasa por A y B .

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Determina $k \neq 0$ para que que la función $f:\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x)=\begin{cases} 3-kx^2 & \text{si } x \leq 1 \\ \frac{2}{kx} & \text{si } x > 1 \end{cases} \quad \text{sea derivable en todo su dominio.}$$

Ejercicio 4.- a) [0,5 puntos] ¿Cuál es el dominio de $f(x)=\frac{x}{\ln(x)}$? Razonar la respuesta.

b) [2 puntos] Determinar el valor de k para que se verifique $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2+kx-7}-\sqrt{x^2-2x+5})=\frac{5}{3}$
