

Lösung zum Aufgabenblatt 1

Aufgabe 1:

Bei dieser Aufgabe bietet es sich an, zuerst den Flächeninhalt auszurechnen und erst dann den Umfang zu berechnen (es geht aber natürlich auch andersherum).

Um den Flächeninhalt berechnen zu können benötigen wir die Höhe und die Grundseite. Die Höhe können wir direkt mit Hilfe der Punkte C und H berechnen.

$$\overline{HC} = \sqrt{(0,5 - 0,5)^2 + (3,5 - 0,5)^2} LE = \sqrt{3^2} LE = 3LE$$

(Hinweis: Da beide Punkte direkt übereinanderliegen erhält man die Länge der Strecke [HC] alternativ auch über die Formel "oberer y-Wert minus unterer y-Wert" also

$$\overline{HC} = (3,5 - 0,5) LE = 3LE)$$

Die Grundseite [AB] müssen wir über die beiden Teilstücke [AH] und [HB] berechnen. Die Länge der Strecke [AH] können wir recht einfach mit der Formel "rechter x-Wert minus linker x-Wert" berechnen:

$$\overline{AH} = (0,5 - (-1,5)) LE = 2LE$$

(Alternativ geht natürlich auch die "neue" Formel)

Um die Streckenlänge \overline{HB} zu ermitteln müssen wir den Satz des Pythagoras anwenden.

Du erinnerst dich:

$$\text{Kathete}^2 + \text{Kathete}^2 = \text{Hypotenuse}^2$$

$$\overline{HB}^2 + \overline{HC}^2 = \overline{BC}^2 \quad (\overline{HB} = \overline{HB}^* \cdot LE)$$

$$\overline{HB}^{*2} + 3^2 = 5^2 \quad | - 3^2$$

$$\overline{HB}^{*2} = 16 \quad |\sqrt{\quad}$$

$$\overline{HB}^* = 4$$

$$\overline{HB} = 4LE$$

Damit haben wir nun alle nötigen Angaben berechnet, um den Flächeninhalt ausrechnen zu können:

Dieser lautet:

$$A = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot (\overline{AH} + \overline{HB}) \cdot \overline{HC}$$

$$A = \frac{1}{2} \cdot (2LE + 4LE) \cdot 3LE = 9FE$$

Um nun noch den Umfang des Dreiecks ABC berechnen zu können, fehlt uns lediglich die Streckenlänge \overline{AC} . Diese können wir direkt mit Hilfe der Formel berechnen:

$$\overline{AC} = \sqrt{(0,5 - (-1,5))^2 + (3,5 - 0,5)^2} LE = \sqrt{2^2 + 3^2} LE = 3,61LE$$

Und der Umfang des Dreiecks lautet damit:

$$U = \overline{AH} + \overline{HB} + \overline{BC} + \overline{AC} = 2LE + 4LE + 5LE + 3,61LE = 14,61LE$$

Aufgabe 2:

Auch hier beginnen wir wieder mit dem Flächeninhalt des Drachenvierecks.
Die Länge der Diagonalen e können wir recht leicht ausrechnen:

$$e = \overline{AC} = \sqrt{(8-0)^2 + (6,5-0,5)^2} LE = \sqrt{8^2 + 6^2} LE = 10LE$$

Um die Länge der Diagonalen f berechnen zu können wenden wir den dir schon bekannten "Trick" an und berechnen zunächst die Länge der halben Diagonale.

Dazu hilft uns das rechtwinklige Dreieck ABM . Von diesem kennen wir die Länge der Seite $a = d = \overline{AB} = 3,536LE$ (da es sich um einen symmetrischen Drachen mit Symmetrieachse AC handelt) und die Streckenlänge \overline{AM} können wir ausrechnen. Ab dann hilft der Satz des Pythagoras weiter.

Also:

$$\overline{AM} = \sqrt{(2-0)^2 + (2-0,5)^2} LE = 2,5LE$$

Damit können wir den Satz des Pythagoras anwenden und \overline{BM} ausrechnen:

$$\overline{AM}^2 + \overline{BM}^2 = \overline{AB}^2 \quad (\overline{BM} = \overline{BM}^* \cdot LE)$$

$$2,5^2 + \overline{BM}^{*2} = 3,536^2 \quad | - 2,5^2$$

$$\overline{BM}^{*2} = 6,25^2 \quad |\sqrt{}$$

$$\overline{BM}^* = 2,5$$

$$\overline{BM} = 2,5LE$$

$$\frac{1}{2} \cdot f = \overline{BM} = 2,5LE$$

Somit beträgt die Länge der Diagonalen:

$$f = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot f = 2 \cdot 2,5LE = 5LE$$

Und als Flächeninhalt ergibt sich damit:

$$A = \frac{1}{2} \cdot e \cdot f = \frac{1}{2} \cdot 10LE \cdot 5LE = 25FE$$

Um den Umfang berechnen zu können müssen wir noch die Länge der längeren Seiten ermitteln.

(Hinweis, da es sich um einen symmetrischen Drachen handelt gilt

$\overline{AB} = \overline{AD}$ und $\overline{BC} = \overline{CD}$ und es reicht die Länge der Strecke $[BC]$ zu berechnen. $[AB]$ kennen wir ja bereits.)

Auch hier wenden wir wieder den Satz des Pythagoras an:

$$\overline{CM}^2 + \overline{BM}^2 = \overline{BC}^2 \quad (\overline{BC} = \overline{BC}^* \cdot LE)$$

(Die Länge der Strecke $[CM]$ erhalten wir über $\overline{CM} = \overline{AC} - \overline{AM} = 10LE - 2,5LE = 7,5LE$ recht einfach)

$$7,5^2 + 2,5^2 = \overline{BC}^{*2}$$

$$\overline{BC}^{*2} = 62,5 \quad |\sqrt{}$$

$$\overline{BC}^* = 7,91$$

$$\overline{BC} = 7,91LE$$

Als Umfang ergibt sich damit:

$$U = 2 \cdot \overline{AB} + 2 \cdot \overline{BC} = 2 \cdot 3,536LE + 2 \cdot 7,91LE = 22,89LE$$