

2. Lugares geométricos

Llamamos lugar geométrico a la figura formada por una serie de puntos del plano que tienen una propiedad común que sólo a ellos pertenece.

Se cumple que:

1. Todo punto que tenga la propiedad fijada está en la figura.
- 2.. Todo punto que no está en la figura no tiene la propiedad fijada.

2.1. Mediatriz

Lugar geométrico de los puntos del plano que equidistan de dos puntos dados A y B.

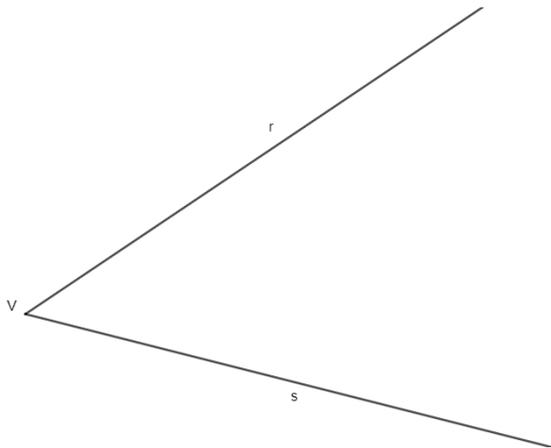
Es la perpendicular a un segmento AB al que divide en dos partes iguales.



2.2. Bisectriz

Lugar geométrico de los puntos del plano que equidistan de dos rectas que se cortan r y s.

Es la semirrecta que parte del vértice de un ángulo dividiendo a éste en dos partes iguales.



2.3. Circunferencia

La circunferencia es el lugar geométrico de los puntos del plano que equidistan de otro llamado centro.

2.3.1. líneas en la circunferencia.

1. radio.

Es todo segmento que tiene un extremo en el centro y el otro pertenece a la circunferencia

2. diámetro.

Es todo segmento que une dos puntos de la circunferencia, pasando por el centro.

3. cuerda.

Es todo segmento que une dos puntos de la circunferencia, sin pasar por el centro.

4. secante.

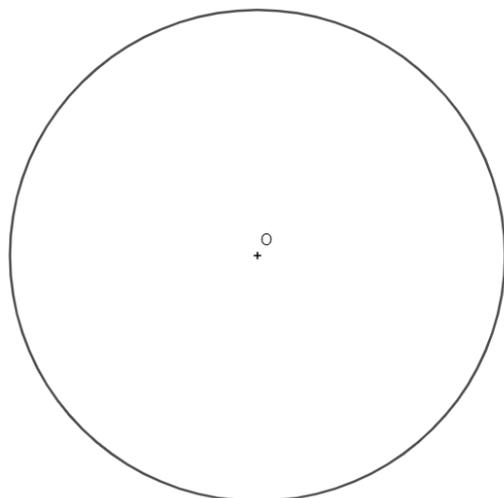
Es la recta que corta en dos puntos a la circunferencia.

5. tangente.

Es la recta que corta en un solo punto a la circunferencia.

El radio que parte del punto común es perpendicular a la recta tangente

El punto común de la recta con la circunferencia, se llama punto de tangencia.



2.3.2. posiciones relativas de dos circunferencias

1. concéntricas

Sin puntos en común.

Una está dentro de otra, con el mismo centro.

2. interiores

Sin puntos en común.

Una está dentro de otra, con distinto centro.

Distancia entre centros $< r_1 - r_2$

3. secantes

Dos puntos en común.

Distancia entre centros $< r_1 + r_2$

4. exteriores

Sin puntos en común.

Distancia entre centros $> r_1 + r_2$

5. tangentes

Un punto en común, el punto de tangencia.

A. interiores

Distancia entre centros $= r_1 - r_2$

B. exteriores

Distancia entre centros $= r_1 + r_2$

2.3.3. posiciones relativas de recta y circunferencia

1. exterior

Ningún punto de contacto. Distancia al centro mayor que el radio.

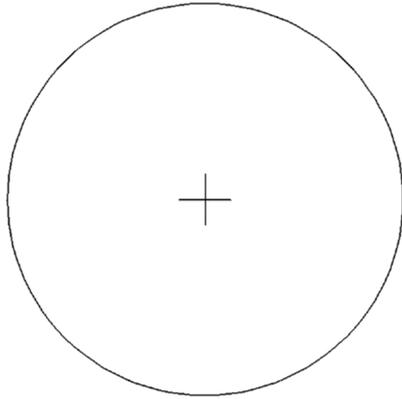
2. secante

Dos puntos de contacto. Distancia al centro menor que el radio.

3. tangentes

Un punto de contacto, denominado de tangencia. Distancia al centro igual al radio

2.3.4. división de circunferencia en partes iguales

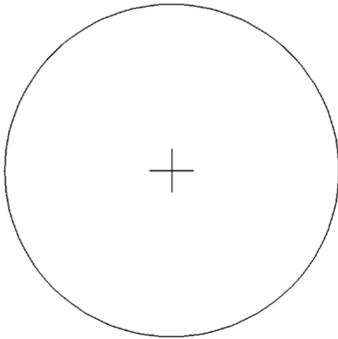


2.3.5. rectificando de una circunferencia

Se entiende por rectificando de una circunferencia el procedimiento para llevar sobre una recta la longitud de la circunferencia.

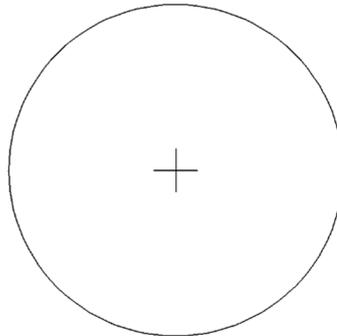
1. método de Kochanski.

$$L = 2 AB$$



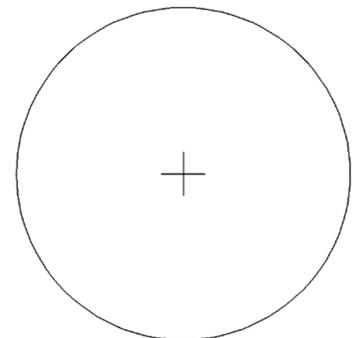
2. método de Mascheroni.

$$L = 4 AQ$$

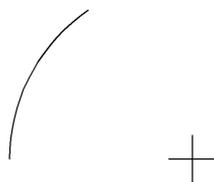


3. método de los polígonos.

$$L = 2 (a+b)$$



2.3.6. rectificando de un arco menor de 90°



2.3.f. ángulos de la circunferencia

Recordemos:

En todo triángulo cada ángulo exterior es igual a la suma de los dos interiores que no le son adyacentes, es decir que le son opuestos.

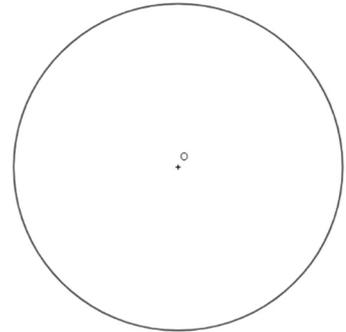
DEMOSTRACIÓN:

1. central

Es el ángulo que tiene por vértice el centro de la circunferencia y por lados dos radios.

Este ángulo tiene por medida el arco que abarcan sus lados.

Valor: $\alpha = \widehat{AC}$



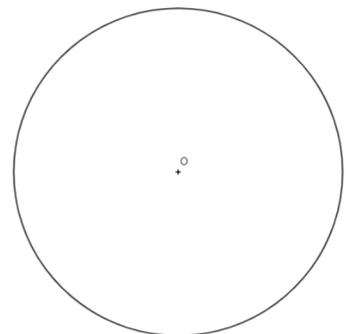
2. inscrito

Es el ángulo que tiene como vértice un punto de la circunferencia y sus lados la cortan en dos puntos.

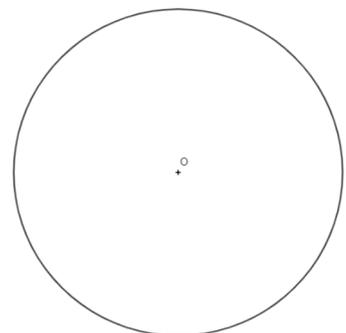
Valor: $\alpha = \frac{\widehat{AC}}{2}$ $\alpha = \beta/2$

Para demostrarlo vamos a considerar tres posibles situaciones.

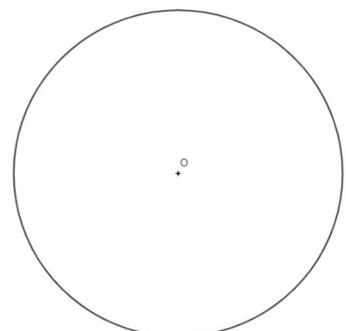
A. Un lado pasando por el centro de la circunferencia.



B. Centro de la circunferencia entre sus dos lados.



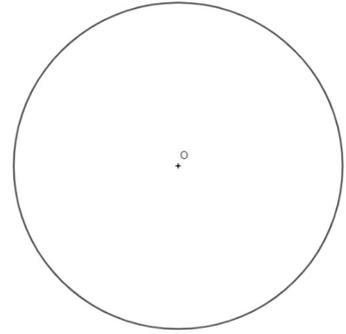
C. Centro de la circunferencia exterior al ángulo.



3. exterior

Es el ángulo cuyo vértice es exterior y los lados cortan a la circunferencia.

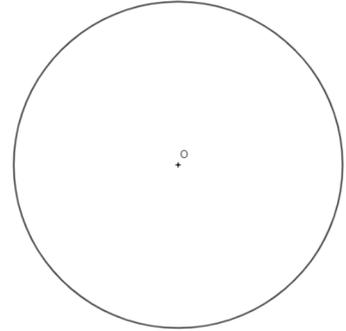
Valor: $\alpha = (\beta - \gamma) / 2$



4. interior

Es el ángulo cuyo vértice está en cualquier punto interior de la circunferencia distinto del centro.

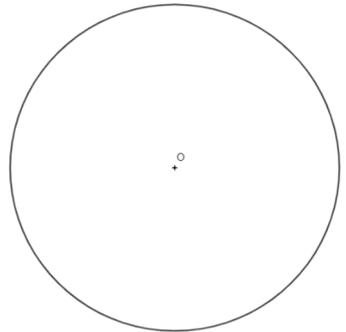
Valor: $\alpha = (\beta + \gamma) / 2$



5. semiinscrita

Es el ángulo que tiene el vértice en un punto de la circunferencia, un lado la corta en otro punto y el otro lado es exterior (tangente).

Valor: $\alpha = \beta / 2$

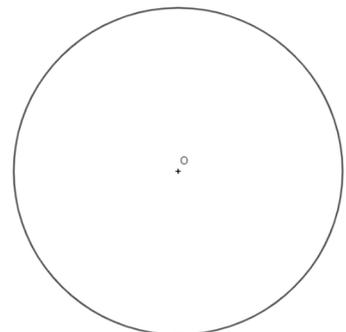


6. circunscrito (tangente)

Es el ángulo cuyo vértice está fuera de la circunferencia y cuyos lados son tangentes a esta.

Tomando el ángulo exterior, si C' tiende a C y A' a A, aparece este caso.

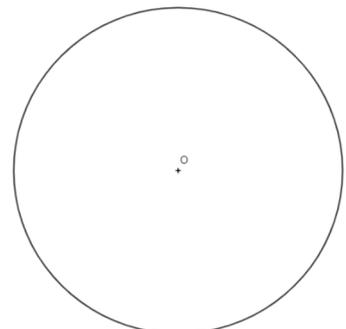
Valor: $\alpha = (\beta - \gamma) / 2$



7. semiexterno

Es el ángulo que tiene un lado tangente a la circunferencia, el vértice exterior y el otro lado corta a la circunferencia.

Valor: $\alpha = (\beta - \gamma) / 2$



2.4. Arco capaz

Es el lugar geométrico de los puntos desde los cuales se ve un segmento bajo un ángulo constante.



CONSTRUCCIÓN

Ángulo $< 90^\circ$

Sean los puntos A y B, y un ángulo de 60°

1. Se unen los puntos AB, hallándose su mediatriz.
2. Trazamos r, con vértice en A y ángulo complementario del dado ($90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$), que corta a la mediatriz en O.
3. O es el centro del arco capaz del ángulo pedido.



Ángulo de 90°

Es la semicircunferencia de radio mitad del segmento.

Ángulo $> 90^\circ$

Procedimiento igual al ángulo $< 90^\circ$. Se toma el otro arco.



EJERCICIO

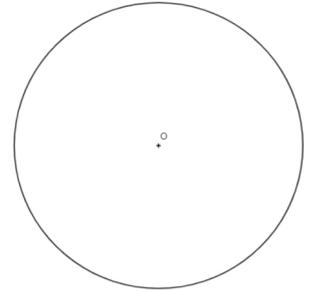
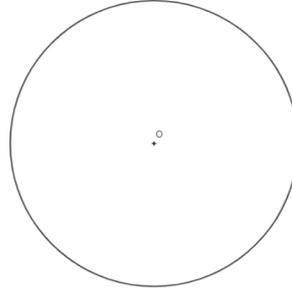
Dibuja un rectángulo de diagonal 6 cm y lado 3 cm.

2.5. Círculo

La superficie comprendida dentro de una circunferencia se llama círculo.
Podemos diferenciar las siguientes divisiones de su superficie.

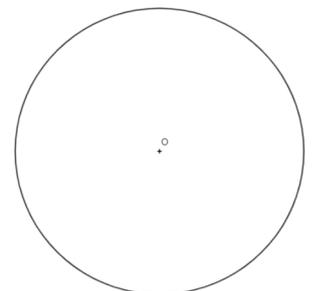
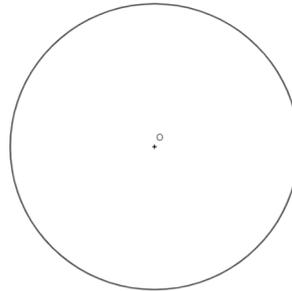
2.5.1. semicírculo

Área comprendida entre el diámetro y el arco que abarca.



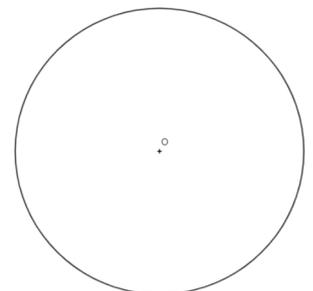
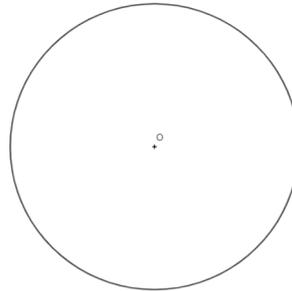
2.5.2. segmento circular

Área comprendida entre una cuerda y el arco que abarca.



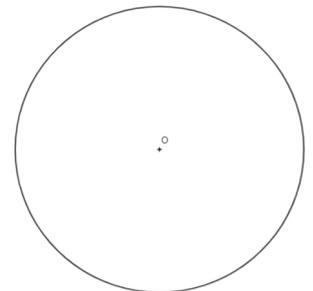
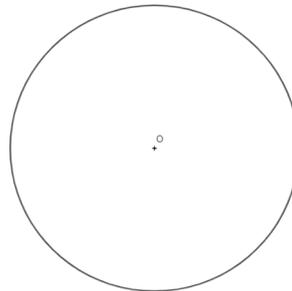
2.5.3. cuadrante

Área comprendida entre dos radios perpendiculares y el arco que abarca.



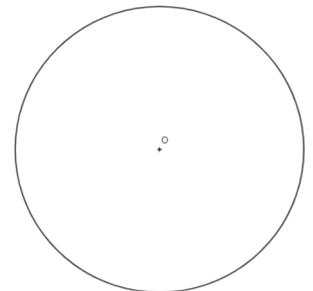
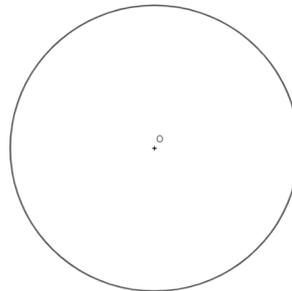
2.5.4. sector circular

Área comprendida entre dos radios no perpendiculares y el arco que abarca.



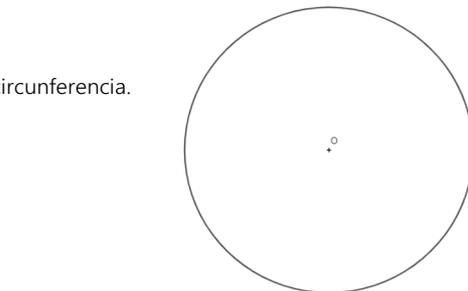
2.5.5. lúnula

Área comprendida entre dos arcos de circunferencia.



2.5.6. corona circular

Área comprendida entre dos circunferencias concéntricas.



2.5.7. trapezio circular

Área comprendida entre dos arcos concéntricos y dos radios de la circunferencia.

