Teoría – Tema 6

Teoría - 15 - Método de Gauss-Jordan para obtener matriz inversa

Método de Gauss-Jordan para obtener matriz inversa

Partimos del par matricial $(A|I)$ y aplicamos transformaciones entre filas (solo entre filas) hasta obtener un nuevo conjunto $(I|B)$, donde $B=A^{-1}$ en caso de existir la matriz inversa. También podemos intercambiar el orden entre filas.

Si al realizar el proceso de transformación alguna de las filas de A se anula, llegaríamos a una incongruencia y significaría que A no admite inversa.

Ejemplo 1 resuelto

¿Existe la inversa de $A=\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -4 & 6 \end{pmatrix}$ **?** Planteamos el conjunto $(A|I)$.

$\left(\begin{array}{cc|cc} 2 & -3 & 1 & 0 \\ -4 & 6 & 0 & 1 \end{array}\right)$ → Aplicamos transformaciones para obtener el nuevo conjunto $(I|B)$ → $F'_1=2\cdot F_1+F_2$ → $\left(\begin{array}{cc|cc} 0 & 0 & 2 & 1 \\ -4 & 6 & 0 & 1 \end{array}\right)$ → Y obtenemos una incongruencia en la F_1 al tener todos los términos nulos en la matriz de partida A → No es posible obtener la matriz inversa.

Ejemplo 2 resuelto

¿Existe la inversa de $A=\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ **?** Planteamos el conjunto $(A|I)$

$\left(\begin{array}{cc|cc} 2 & -3 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{array}\right)$ → Aplicamos transformaciones para obtener el nuevo conjunto $(I|B)$ → $F'_1=F_1+3\cdot F_2$ → $\left(\begin{array}{cc|cc} 5 & 0 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{array}\right)$ → $F'_2=5\cdot F_2-F_1$ → $\left(\begin{array}{cc|cc} 5 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 5 & -1 & 2 \end{array}\right)$ → $F'_1=\frac{1}{5}F_1$, $F'_2=\frac{1}{5}F_2$ → $\left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & \frac{1}{5} & \frac{3}{5} \\ 0 & 1 & \frac{-1}{5} & \frac{2}{5} \end{array}\right)$ → Matriz inversa $A^{-1}=\begin{pmatrix} \frac{1}{5} & \frac{3}{5} \\ \frac{-1}{5} & \frac{2}{5} \end{pmatrix}$

Que satisface las igualdades:

$A\cdot A^{-1}=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ y $A^{-1}\cdot A=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$