

# • El aprendizaje del teorema de Pitágoras en el octavo grado

Estrategias para trabajar el concepto del teorema de Pitágoras de una manera más significativa.

**Autor:** Tulia María Díaz, docente grado noveno Institución Educativa Inmaculada Concepción, proyecto: desarrollo del pensamiento matemático en doce instituciones educativas del departamento de Sucre. Fundación Promigas, asesoría pedagógica Fucái.

## Introducción

El teorema de Pitágoras es uno de los temas de geometría que más induce a los estudiantes a estudiar el triángulo y el rectángulo, sobre todo en situaciones problemas. Es frecuente considerar el conocimiento y la enseñanza de los triángulos como un saber abstracto, por lo cual para los estudiantes puede ser una temática difícil donde si bien puede captar el tema cuando éste se expone en el tablero, rápidamente lo olvidan.

Por lo tanto, se hace necesario buscar más estrategias para que el concepto se capte de manera más significativa, y también, desarrollar la temática de manera progresiva y cada vez más profunda de forma que cuando en 10º estudien la trigonometría, tengan las precurrentes básicas. Por tanto, el octavo grado abordó la demostración a partir de algunas situaciones problemas, pero ya en noveno ésta se profundiza aún más, y en 10º se articulan a la trigonometría.

En ese orden de ideas, hemos desarrollado una situación problema basada en una maqueta, que si bien utiliza el mismo triángulo que se acostumbra dibujar en el tablero, ofrece la ventaja de que el estudiante puede manipularlo, verlo, observarlo y se logra una mayor retención y una explicación más comprensiva sobre el teorema de Pitágoras.

Es importante considerar que en básica primaria el estudiante está acostumbrado a manipular ciertos elementos, que hacen la clase de matemáticas más agradable. Es importante que los docentes en secundaria mantengamos en lo posible el uso de diversos materiales, puesto que el área de matemáticas es una de aquellas donde el estudiante tiene mayores resistencias y en donde se expresan a veces que el área no les agrada o se resisten a aprenderla. Sin embargo, en la medida en que las estrategias hagan que el estudiante vea el conocimiento matemático de manera más sencilla y agradable, desarrollará su interés, una actitud positiva y aprenderá también ciertos conceptos con más facilidad.

## **La enseñanza del teorema de Pitágoras**

### **Aspectos básicos**

- El teorema de Pitágoras se aplica sólo a triángulos rectángulos. Un triángulo rectángulo es un triángulo que tiene un ángulo recto es decir de  $90^\circ$ .
- Se llaman catetos a los lados que forman el ángulo recto, e hipotenusa al lado opuesto al ángulo recto.
- En todo triángulo rectángulo, el área del cuadrado construido sobre la hipotenusa es igual a la suma de las áreas de los cuadrados construidos sobre los catetos.

### **Estándares básicos**

Pensamiento espacial y sistemas geométricos

- Reconozco y contrasto propiedades y relaciones geométricas utilizadas en demostración de teoremas básicos (Pitágoras y Tales).

### **Derechos básicos de aprendizaje**

- Conoce el teorema de Pitágoras y alguna prueba gráfica del mismo
- Usa el teorema de Pitágoras para verificar si un triángulo es o no rectángulo para solucionar problemas

## *Desempeños*

- Comprender y aplicar el concepto del teorema de Pitágoras en la solución de situaciones problemáticas situadas utilizando figuras de triángulos rectángulos
- Resolver problemas planteados alrededor del Teorema de Pitágoras que involucren desarrollos de los pensamientos numérico, geométrico y variacional
- Conocer las características de un triángulo rectángulo y aplicar el teorema de Pitágoras en la resolución de situaciones reales.
- Proponer conjeturas matemáticas con relación al teorema de Pitágoras, que permitan posteriormente examinar demostraciones gráficas del mismo.

## **Indicadores de desempeños**

- Comunicación y modelación: Resuelve problemas de manera autónoma; comunica información matemática; valida procedimientos y resultados; maneja técnicas eficientemente
- Razonamiento y argumentación: Realiza conjeturas acerca del rango de variación de la medida de la longitud del tercer lado de un triángulo rectángulo
- Resolución de problemas: Analiza, interpreta y aplica correctamente el teorema de Pitágoras en la solución de situaciones problemas de la vida cotidiana

## **Inicio**

Los estudiantes deben tener claro el concepto de triángulo, su clasificación, las características de los triángulos rectángulos.

También, el manejo de operaciones básicas en el conjunto de los reales.

Es importante la motivación y la presentación del escenario de clase.

También, la formulación de los objetivos de aprendizaje.

Al realizar estas actividades, se encontró que hay vacíos, pues si bien la geometría y el pensamiento espacial se abordan en diferentes grados, la intensidad horaria sigue siendo poca para la extensión y la complejidad de los aprendizajes geométricos, dado que se cuenta sólo con una hora semanal de clase. Esta situación, que es una constante, se trata de suplir parcialmente

indicando textos, sitios web donde los jóvenes puedan indagar, buscando que también ellos investiguen. Para ello, fue necesario con algunos estudiantes llevarlos a que midieran un ángulo de  $90^\circ$ . En otros casos, se encontró dificultades en el manejo de las ecuaciones, ya que algunos estudiantes no sabían despejar ni sabían reemplazar.

## Introducción

Para introducir la importancia de este saber matemático y de sus aplicaciones, se comenzó haciendo una pequeña reseña sobre quién era Pitágoras y el porqué del teorema en un contexto histórico, haciendo algunas menciones a las pirámides, planteando también su importancia actual, de manera que el estudiante pueda establecer una relación entre pasado, presente y futuro.

- El teorema de Pitágoras es de gran importancia para hacer análisis geométrico de diferentes áreas del conocimiento. Por esto la comprensión y destreza en su manejo es de vital importancia, particularmente en los fenómenos físicos. Conocer tanto a Pitágoras como a sus teorías, es algo importante para la vida cotidiana.

- El teorema de Pitágoras lleva este nombre porque su descubrimiento recae sobre la escuela pitagórica. Anteriormente en Mesopotamia y en el antiguo Egipto se conocían ternas de valores que correspondían con los lados de un triángulo rectángulo y se utilizaron para resolver problemas referentes a los citados triángulos, tal como se indica en unas tablillas y papiros, pero no ha perdurado ningún documento que exponga pirámide que se construyó basándose en el llamado triángulo sagrado egipcio, un triángulo con los lados  $a=3$ ,  $b=4$ ,  $c=5$ , (pulgadas, pies, metros...lo que sea) es rectángulo porque:

$$a^2 + b^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25 = c^2$$

Los maestros de obras del antiguo Egipto pudieron conocer el triángulo (3, 4, 5) y usarlo (mediante cañas o cuerdas calibradas) para construir ángulos rectos; aún hoy en día los albañiles usan tableros con clavos, con esas longitudes que les ayudan a alinear una esquina.

La presentación se hace como una situación problema, donde el estudiante pueda verificar que se está formando un triángulo, y que la solución lo requiere. Se formulan preguntas sobre cómo podrían solucionar esta situación, y se reitera la importancia de desarrollar estas temáticas. Para activar los

conocimientos previos, parte de la actividad anterior se presenta mediante un vídeo sobre los triángulos (ver referencia al final).

## Desarrollo

Esta guía se desarrolló primeramente haciendo un análisis de una situación problema, bajo la orientación del docente, con el objetivo de que los estudiantes plantearan las posibles soluciones que permitan determinar los saberes previos que poseen sobre la temática.

Luego se analizaron las bases teóricas, contrastadas las consultas previas que realizaron los discentes y se socializaron los ejercicios resueltos, fomentando la participación activa, la investigación, la verbalización de las acciones y la argumentación como parte de su formación integral.

Con base en esto, se realizaron talleres grupales y evaluaciones con los ejercicios propuestos en la guía propiciando en el alumno la aplicación de los conceptos en situaciones cotidianas. Se busca que los estudiantes expresen verbalmente las características que descubren en la situación problema y también, que expresen la relaciones que comienzan a descubrir.

Se presentó el escenario con una situación problema, que los estudiantes abordaron en grupos de tres y sobre las cuales debieron presentar sus propuestas, lo que constituyó en sí una actividad evaluativa.

“Situación inicial: imagina que se te ha encomendado una misión, la cual consiste en rescatar una princesa que se encuentra prisionera en la torre de un castillo con una sola ventana de acceso, a una altura de 8 m y un río de 6 m de ancho que rodea a toda la torre. Para rescatarla tienes que construir una escalera que te permita subir desde la orilla del río hasta la ventana.

¿Cómo podrías ayudar a la princesa?

¿Cuál será la medida exacta de la escalera desde la ventana hasta la orilla del río?”.

Se busca identificar y definir conceptos claves y seleccionar las ideas principales.

Lluvia de ideas, clasificación de las ideas. Esta fase permite plantear de manera específica qué es lo que hay que conocer para encontrar la solución, se hizo con la participación espontánea de todos.

Los estudiantes plantearon respuestas de este tipo: - hago la escalera y me subo, entonces es necesario contra preguntar: - si está el río, ¿cuánto mide la escalera?

Otros preguntaron: ¿cuánto mide la torre? Entonces, empiezan a examinar los datos y a preguntar qué hacen. Éste es un momento donde entran a involucrarse en la situación, buscando solucionar la situación, de manera errada o no.

Algunos recordaron las enseñanzas del grado pasado: - se forma un triángulo rectángulo. Allí, es posible entonces preguntar que si es un canguro rectángulo, y ésta es la hipotenusa, ¿cuánto mide entonces? Se puede entonces desarrollar el tema.

De esta manera, al tener las ideas ordenadas se les preguntó a los alumnos si habría alguna forma matemática para encontrar el tercer lado de un triángulo rectángulo a partir de la medida de solo dos lados. (Nos lleva a determinar la hipotenusa de un triángulo rectángulo aplicando el teorema de Pitágoras)

La respuesta es el Teorema de Pitágoras.

Luego, se presentó, se analizó y se socializó la segunda situación problema, la cual nos lleva a determinar un cateto de un triángulo rectángulo aplicando el teorema de Pitágoras.

“Segunda situación: una escalera de 5 m está apoyada sobre una pared. El pie de la escalera se encuentra a una distancia de 3 m de la pared. ¿A qué altura se apoya la parte superior de la escalera en la pared?”

La experiencia muestra que es importante que los alumnos construyan el escenario y lo representen en un esquema o modelo que facilite detectar los retos que se piden en el problema. Saber qué escenario se están planteando con el problema nos permite reorientar la intención didáctica de nuestro problema y se les puede apoyar a partir de una imagen.

## Cierre

En esta fase de consolidación de los aprendizajes, los estudiantes utilizan los conocimientos para formular resolver nuevos problemas en donde hacen la transferencia de lo aprendido. Para ello, los estudiantes presentaron la escena final a partir de la exposición por equipos del proceso y resultado de diferentes situaciones problemas, en las cuales, debían formular diferentes situaciones, ya sea para hallar un cateto, una hipotenusa, a partir de situaciones del contexto, tales como subirse en un cocotero, construir la torre de una empresa de celular donde debía hallarse la altura de la torre, o definir la altura para una rampa en la cual lavar motos. La docente orientó y aclaró dudas e inquietudes a los estudiantes. Se hizo seguimiento al proceso de desarrollo de la misma.

Este tipo de actividades, tienen una gran importancia puesto que muchos aún presentan temor para exponer y son tímidos, pero cuando se animan a presentar los trabajos, empiezan a hacerlo cada vez mejor. Además, el tener que presentar trabajos matemáticos con ayudas concretas, facilita en gran medida las exposiciones de los estudiantes, motivándolos en el área.

Además, estas actividades permiten que el estudiante formule problemas, luego de que aprende a resolverlos, pues cuando se formulan problemas de manera abstracta, es común encontrar que el estudiante puede leer varias veces el mismo problema, sin que lo comprenda. En cambio, cuando se hace con material concreto y a partir de situaciones prácticas, él puede pensar mejor la situación problema, y como podría solucionarla, y luego, empezar entonces a formular problemas.

Cada equipo de trabajo estableció las conclusiones después del consenso de cada grupo. En este punto es importante resaltar que debe permitírseles la exploración y confiar en que ellos encontrarán un camino para resolver la problemática planteada.

Finalmente, se realizó la solución de actividades de profundización que permitieran globalizar todo lo aprendido, una prueba escrita por competencias, tipo Saber y se realizó un análisis de las conclusiones dando la retroalimentación respectiva.

## Recursos

Recursos (video beam, computador, memoria USB, video, calculadora, maquetas, regla, escuadras.

MATEMÁTICAS HIPERTEXTO 9°. EDITORIAL SANTILLANA

<http://www.vitutor.com/geo/eso/asActividades.html>

## Reflexión final

Antes se señaló que la gran extensión y complejidad de los saberes matemáticos y el poco tiempo que se tiene para su enseñanza es una preocupación constante en el área de las matemáticas. Con la expedición de los Derechos básicos de aprendizaje, en la institución hemos caído en cuenta que pese a los esfuerzos que se desarrollan, podríamos estar atrasados un año en cuanto a plan de estudios.

Para resolver esta situación, es importante hacer un replanteamiento de la planeación, y de igual manera de la gestión del aprendizaje, por ejemplo, procurando que se garantice que si el mismo docente que enseña el pensamiento numérico, enseña también el pensamiento espacial, no se dedique sólo a la parte numérica sino también cubra los demás procesos de pensamiento. También, garantizando que se cumpla la secuencia prevista, de manera que cuando se aborde el trabajo en un grado determinado, las precurrentes que se asume tiene el estudiante efectivamente se hayan trabajado en el grado anterior. Otra posibilidad que podría existir es que el docente asuma la enseñanza en un ciclo determinado, para garantizar la continuidad y la secuencia de los aprendizajes.

Otra opción que se podría considerar es semestralizar la hora que se tiene para estadística o la hora de geometría, puesto que una hora es un tiempo reducido para el desarrollo de procesos de conocimiento.