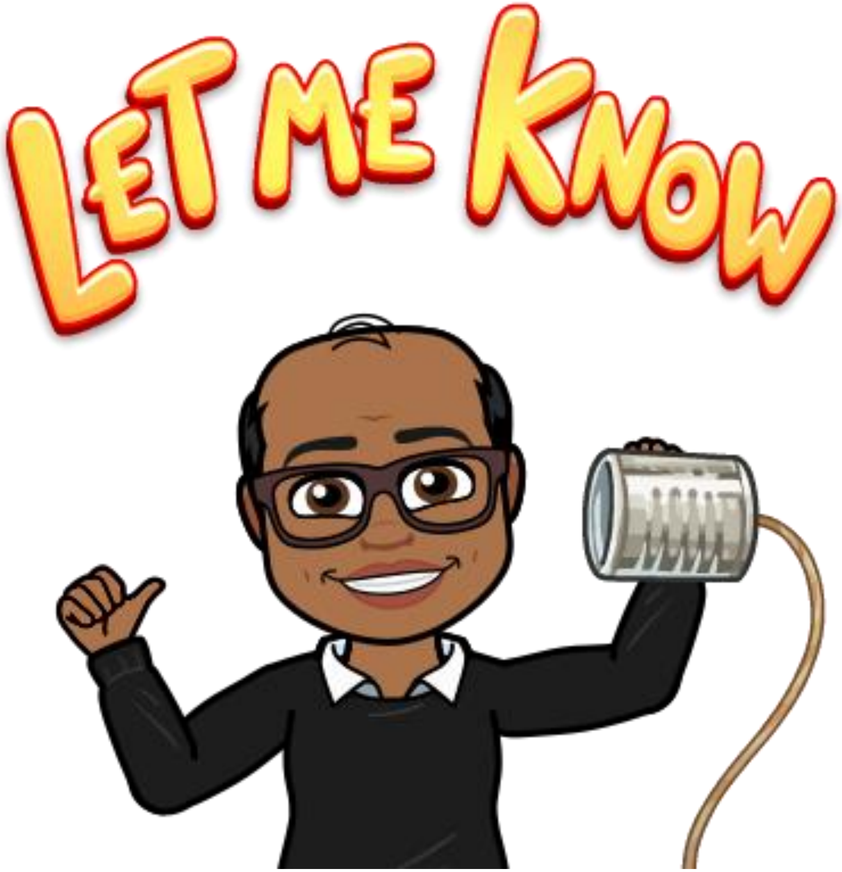
Demostración visual de límites con GeoGebra

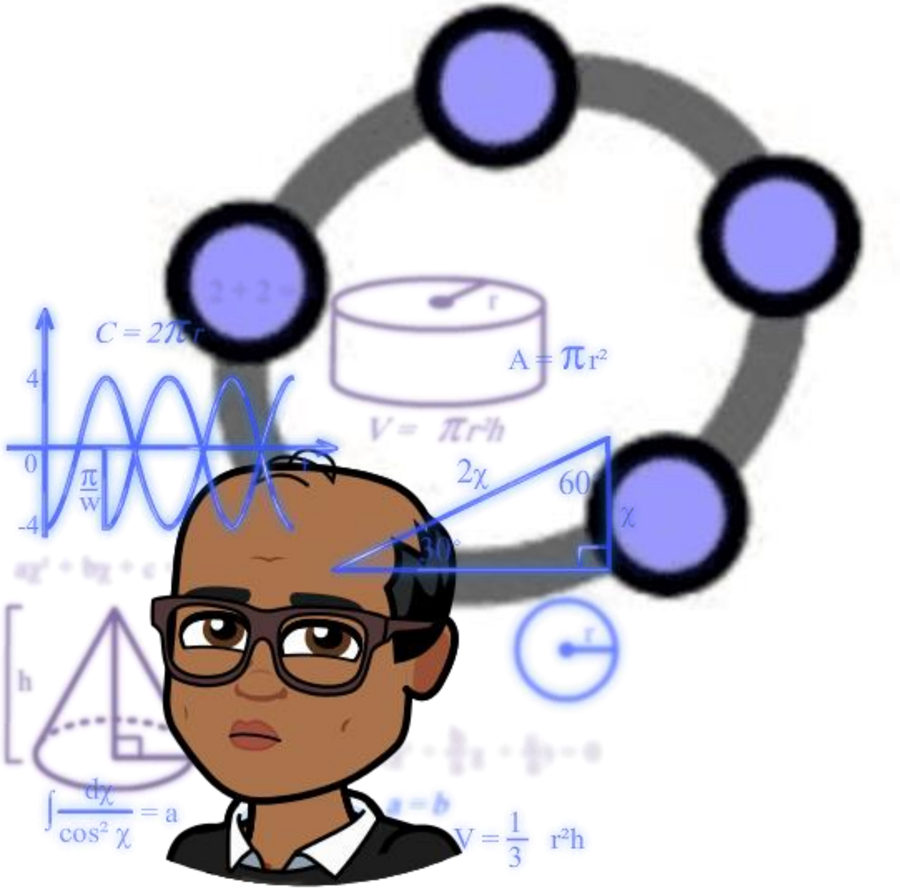
COLEGIO LOS NOGALES

Agenda de esta presentación



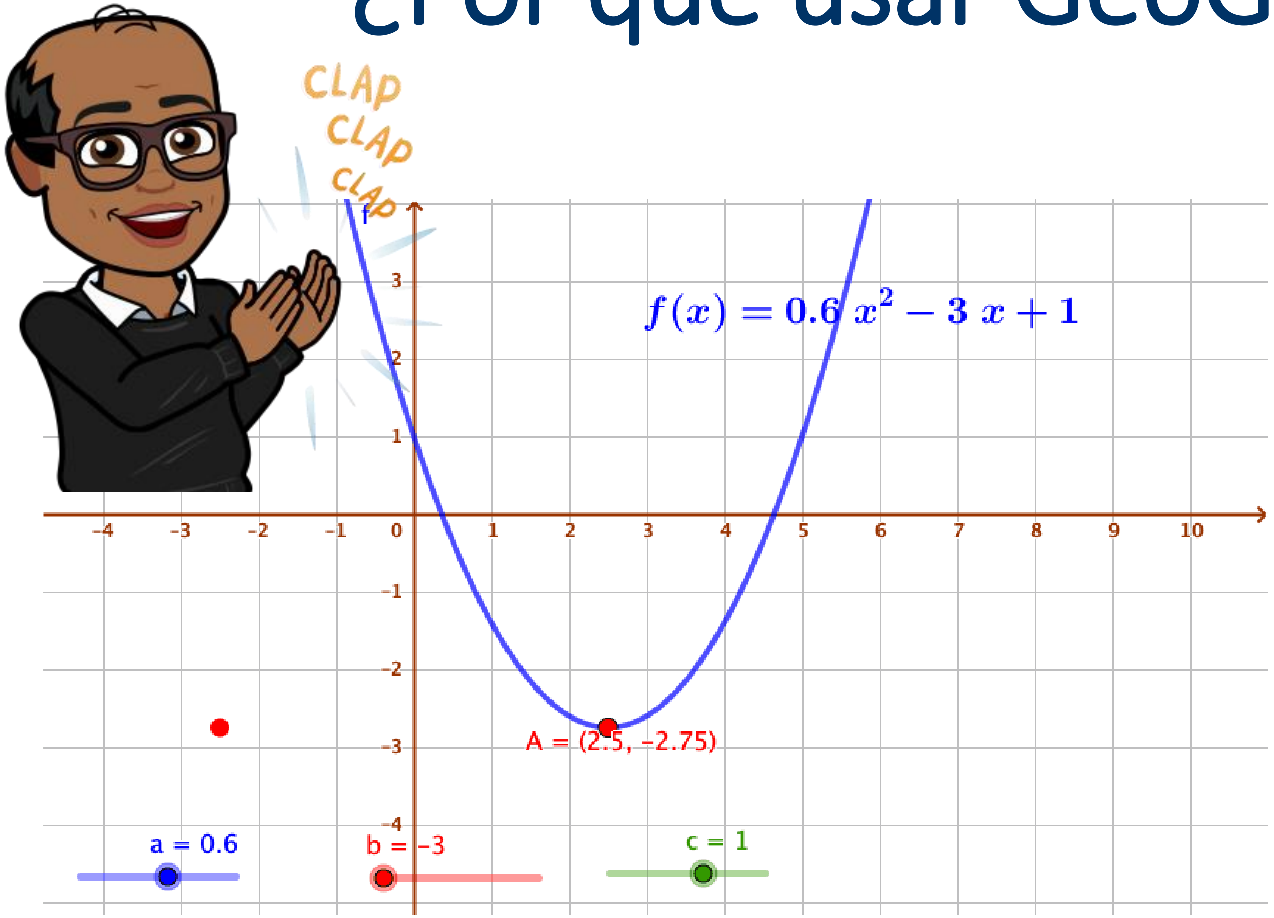
- ¿Por qué usar GeoGebra y sus applets?
- ¿Cómo uso los applets?
- ¿Cómo hago los applet?
- ¿Cómo uso GeoGebra y sus applets para hacer la síntesis en tutoriales?

¿Por qué usar GeoGebra y sus applets?



- Ahorras tiempo en conseguir una gran cantidad de ejemplos.
- Puedes verificar rápidamente procesos
- Puedes visualizar conceptos complejos, lo que puede facilitar la comprensión.
- Nos podemos liberar de alguno cálculos engorrosos para poder dedicar nuestra energía a pensar en matemáticas

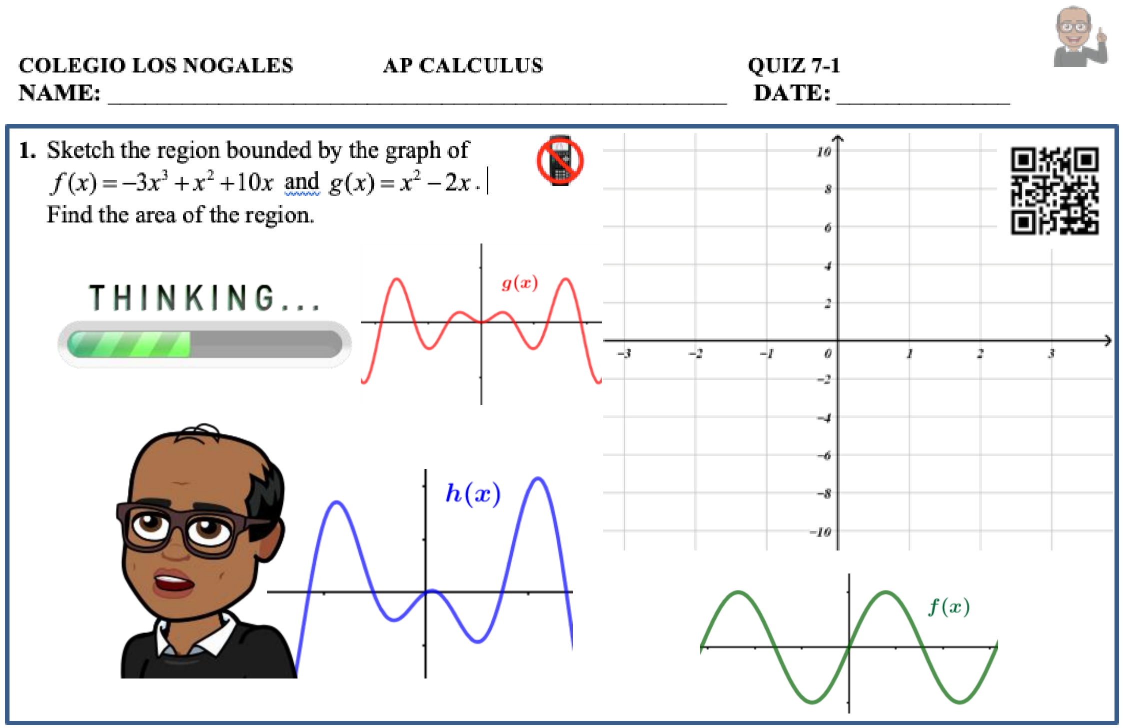
¿Por qué usar GeoGebra y sus applets?



GeoGebra
Software Dinámico de Matemáticas

- Nos podemos apoyar en el trabajo de otros colegas.
- Podemos hacer documentos y presentaciones más atractivas
- Los applets se pueden integrar en diferentes plataformas.
- Permite a los estudiantes llevar su propio ritmo
- ¡Es gratis!

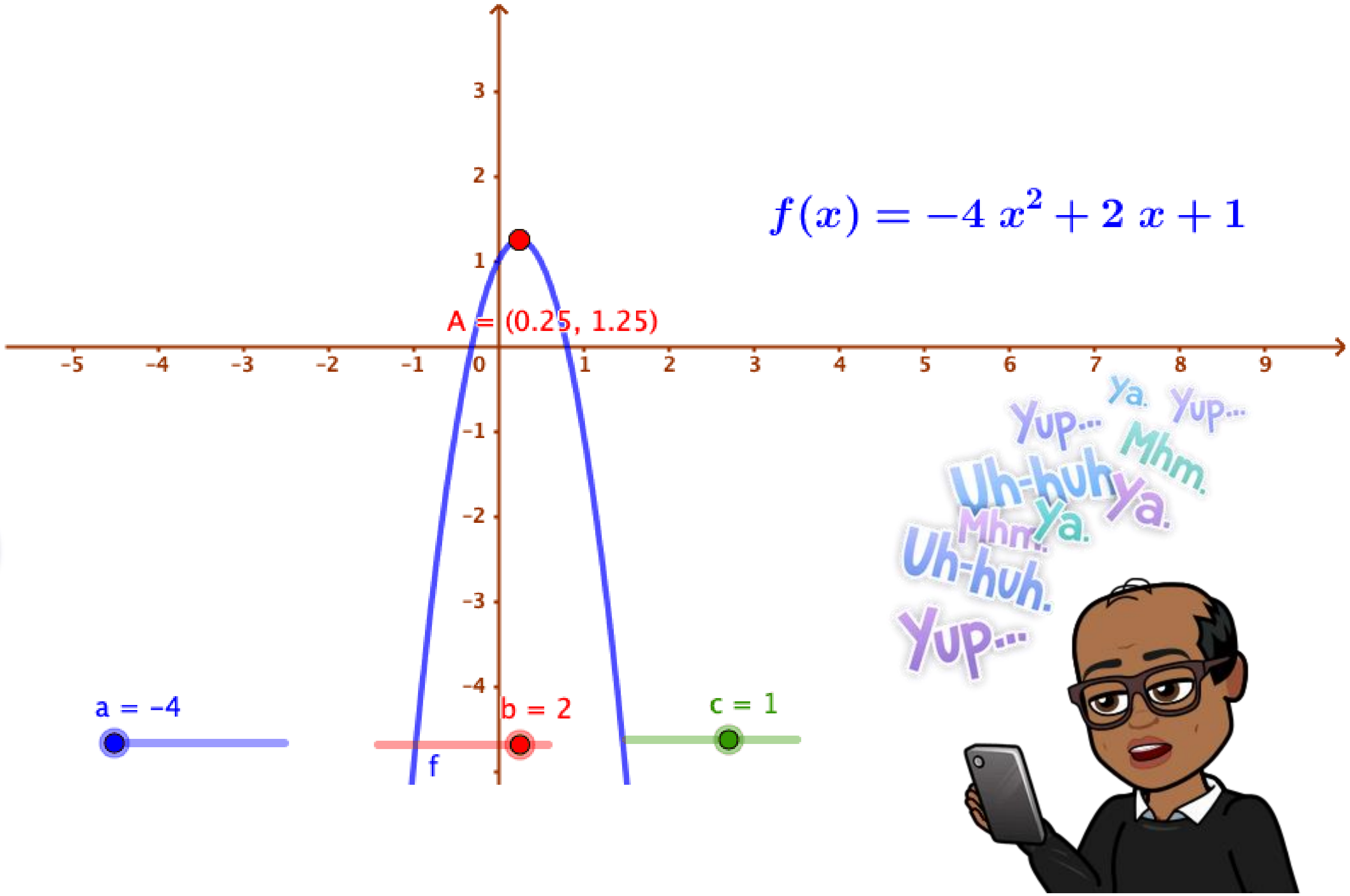
¿ Cómo uso los applets?



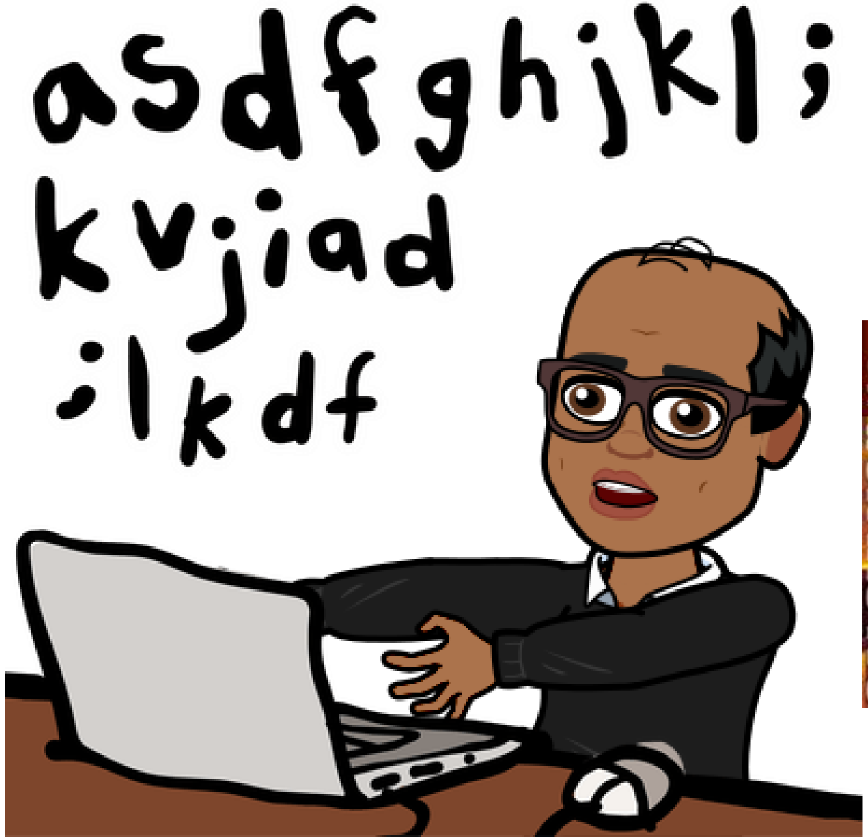
- Generalmente los incrusto en la plataforma (LMS, Schoology) para hacer preguntas a mis estudiantes.
- Los vinculo a talleres o evaluaciones de mis estudiantes.
- Como insumo para hacer conjeturas.
- Como herramienta de verificación

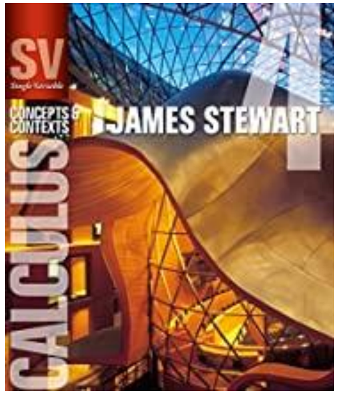
¿Cómo hago los applet?

- ¿Dudas, dificultades, conceptos complejos, dificultades para representar?
- ¿Cómo saber si estoy bien?
- Necesito ayuda

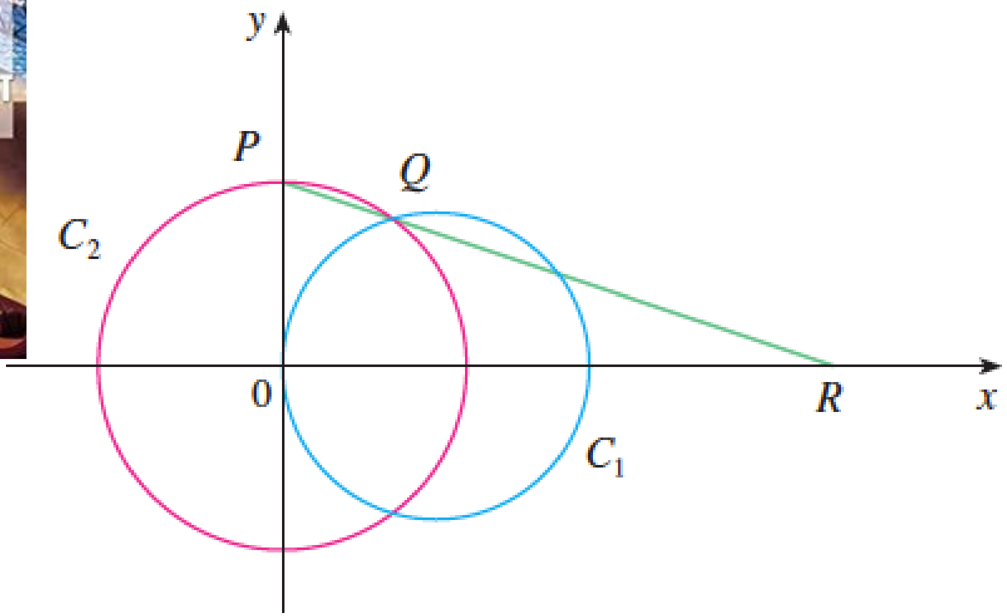


Ejemplo

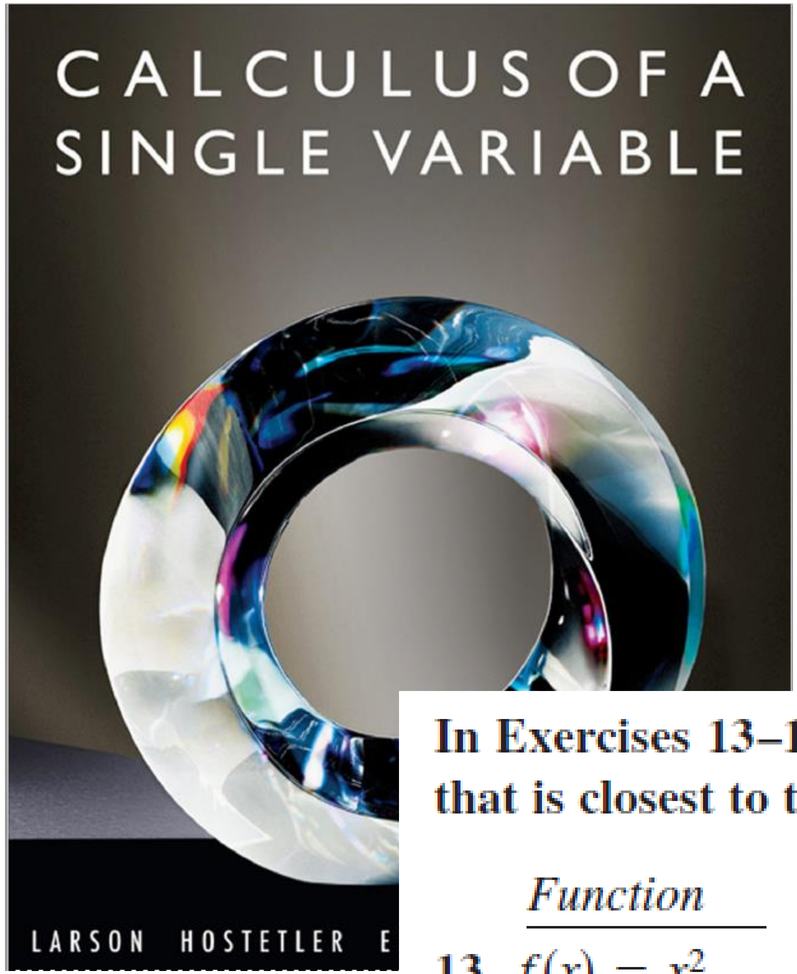




64. La figura muestra una circunferencia C_1 con ecuación $(x-1)^2 + y^2 = 1$ y una circunferencia C_2 que se contrae con radio r y centro en el origen. P es el punto $(0, r)$, Q es el punto superior de intersección de las dos circunferencias, y R es el punto de intersección de la recta PQ y el eje de las x. ¿Qué pasa con R cuando C_2 se contrae, esto es, cuando $r \to 0^+$?



Otro ejemplo



3.7 Optimization Problems

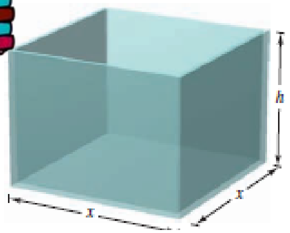
- Solve applied minimum and maximum problems.

Applied Minimum and Maximum Problems

One of the most common applications of calculus involves the determination of minimum and maximum values. Consider how frequently you hear or read terms such as greatest profit, least cost, least time, greatest voltage, optimum size, least size, greatest strength, and greatest distance. Before outlining a general problem-solving strategy for such problems, let's look at an example.

EXAMPLE 1 Finding Maximum Volume

A manufacturer wants to design an open box having a square base and a surface area of 108 square inches, as shown in Figure 3.53. What dimensions will produce a box with maximum volume?



Solution Because the box has a square base, its volume is

$V = x^2h.$ Primary equation

This equation is called the **primary equation** because it gives a formula for the quantity to be optimized. The surface area of the box is

Secondary equation

rite V as a function of just one variable. $xh = 108$ for h in terms of x to obtain mary equation produces

Function of two variables

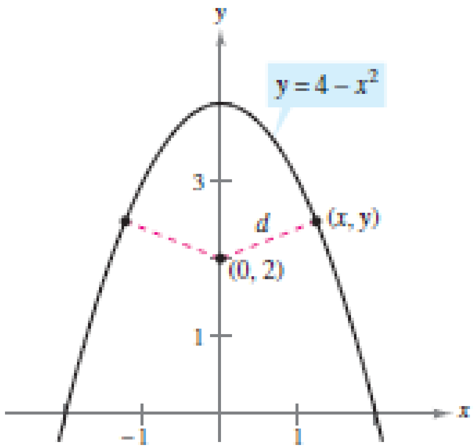
Substitute for h.

Function of one variable

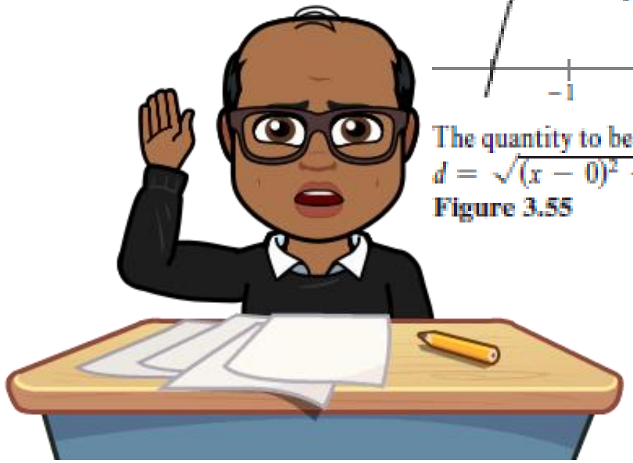
In Exercises 13–16, find the point on the graph of the function that is closest to the given point.

Function	*Point*	*Function*	*Point*
13. $f(x) = x^2$	$\left(2, \frac{1}{2}\right)$	14. $f(x) = (x - 1)^2$	$(-5, 3)$
15. $f(x) = \sqrt{x}$	$(4, 0)$	16. $f(x) = \sqrt{x - 8}$	$(12, 0)$

Un ejemplo



The quantity to be minimized is distance:
$d = \sqrt{(x - 0)^2 + (y - 2)^2}$.
Figure 3.55



EXAMPLE 2 Finding Minimum Distance

Which points on the graph of $y = 4 - x^2$ are closest to the point $(0, 2)$?

Solution Figure 3.55 shows that there are two points at a minimum distance from the point $(0, 2)$. The distance between the point $(0, 2)$ and a point (x, y) on the graph of $y = 4 - x^2$ is given by

$$d = \sqrt{(x - 0)^2 + (y - 2)^2}. \qquad \text{Primary equation}$$

Using the secondary equation $y = 4 - x^2$, you can rewrite the primary equation as

$$d = \sqrt{x^2 + (4 - x^2 - 2)^2} = \sqrt{x^4 - 3x^2 + 4}.$$

Because d is smallest when the expression inside the radical is smallest, you need only find the critical numbers of $f(x) = x^4 - 3x^2 + 4$. Note that the domain of f is the entire real line. So, there are no endpoints of the domain to consider. Moreover, setting $f'(x)$ equal to 0 yields

$$f'(x) = 4x^3 - 6x = 2x(2x^2 - 3) = 0$$

$$x = 0, \sqrt{\frac{3}{2}}, -\sqrt{\frac{3}{2}}.$$

The First Derivative Test verifies that $x = 0$ yields a relative maximum, whereas both $x = \sqrt{3/2}$ and $x = -\sqrt{3/2}$ yield a minimum distance. So, the closest points are $\left(\sqrt{3/2}, 5/2\right)$ and $\left(-\sqrt{3/2}, 5/2\right)$.

¿Qué dice la investigación?

Richard E Mayer plantea una serie de principios:

1. **Multimedia:** Los alumnos aprenden mejor de texto y dibujo que de solo texto.
2. **Contigüidad espacial:** Una presentación es más efectiva si la imagen y el texto están juntas.
3. **Contigüidad temporal:** Es más efectivo presentar las imágenes y las palabras simultáneamente que consecutivamente.
4. **Coherencia:** Los estudiantes aprenden mejor si evitamos sonidos, imágenes o palabras extrañas al centro de la presentación.

¿Qué dice la investigación?

5. **Modalidad:** Los alumnos aprenden mejor de una animación y narración que con solo una de ellas.
6. **Redundancia:** Los alumnos aprenden mejor de una animación y narración que de animación narración y texto en pantalla.
7. **Segmentación :** Se aprende mejor si segmentamos la información que si ponemos todo en un solo conjunto continuo.
8. **Personalización:** La comprensión se mejora si se usa un lenguaje coloquial en primera persona, más que uno excesivamente formal.

¿Qué dice la investigación?

9. **Principio multimedia:** las personas aprenden mejor de las palabras y las imágenes que de las palabras solas.
10. **Principio de personalización:** las personas aprenden mejor de las lecciones multimedia cuando se les habla con un estilo de conversación en lugar de un estilo formal.
11. **Principio de voz:** las personas aprenden mejor cuando la narración en las lecciones multimedia se hace con una voz humana amigable en lugar de una voz de máquina.
12. **Principio de imagen:** las personas no necesariamente aprenden mejor de una lección multimedia cuando la imagen del orador se agrega a la pantalla.