

1. SUPERFICIES CUÁDRICAS

Una ecuación de segundo grado en tres variables es una expresión algebraica de la forma

$$A_1 x^2 + B_1 y^2 + C_1 z^2 + D_1 xy + E_1 yz + F_1 zx + G_1 x + H_1 y + I_1 z + J_1 = 0$$

donde los coeficientes $A_1, B_1, C_1, D_1, E_1, F_1, G_1, H_1, I_1, J_1$ representan números reales. Esta expresión representa, salvo casos degenerados, un objeto geométrico denominado **superficie cuádrica**.

Mediante una traslación y una rotación esta ecuación se puede transformar a una de las dos siguientes formas:

$$Ax^2 + By^2 + Cz^2 = D \quad \text{ó} \quad Cz = Ax^2 + By^2$$

Las cuales, dependiendo de los valores de A, B, C, D se puede escribir en la denominada *forma canónica*.

1. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$, que geoméricamente representa una superficie llamada **ELIPSOIDE** y en el caso particular en que $a = b = c$ se tiene una **ESFERA**.
2. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$ que geoméricamente representa una superficie llamada **HIPERBOLOIDE DE UNA HOJA**, y se ubica sobre el eje z .
3. $\frac{z^2}{c^2} - \frac{y^2}{b^2} - \frac{x^2}{a^2} = 1$ que geoméricamente representa una superficie llamada **HIPERBOLOIDE DE DOS HOJA**, y se ubica sobre el eje z .
4. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0$ que geoméricamente representa una superficie llamada **CONO DOBLE**, y se ubica sobre el eje z .

En el segundo caso pueden suceder los siguientes casos:

5. $cz = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}$, que geoméricamente representa una superficie llamada **PARABOLOIDE ELÍPTICO** y se ubica sobre el eje z .
6. $cz = \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}$, que geoméricamente representa una superficie llamada **PARABOLOIDE HIPERBÓLICO** y se ubica sobre el eje z .

Presentamos a continuación actividades que nos permitan visualizar la representación gráfica de cada una de estas superficies, así como sus *Curvas de nivel* y *Secciones transversales*.