

Matematikuppgift		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31
Antagningsprov svarsform																										-1						
Ma/Fy		CTH	KTH	abcd	del C																											
2024		SU	GU	A,1p	delA	B,2p	delB	B,2p	delB	B,2p	delB	B,2p	delB	5p																		

25. En geometrisk talföljd har kvoten q . Bestäm de värden q kan ha givet att det andra elementet i följen är 1 och summan av de fyra första elementen i följen är 4. Ange summan av dessa värden.

25. En geometrisk talföljd har kvoten q . Bestäm de värden q kan ha givet att det andra elementet i följen är 1 och summan av de fyra första elementen i följen är 4. Ange summan av dessa värden.

$$S_4 = \frac{1}{q} + 1 + q + q^2 = 4$$

$$\frac{1}{q} + 1 + q + q^2 = 4 \quad , \quad \text{här kan man se att med } q = 1 \text{ så stämmer likheten, ekvationen , } q_1 = 1$$

$$q^3 + q^2 + q + 1 = 4q$$

$$q^3 + q^2 - 3q + 1 = 0$$

(en lösning: $q = 1$, bryt ut $(q-1)$)

$$\frac{q^3 + q^2 - 3q + 1}{q - 1} = \frac{0}{q - 1}$$

polynomdivisionen till vänster , i vänster led
kan utföras med liggande stolen / trappan

ELLER

med koefficient-identifiering:

x - 1	x ² + 2x - 1
	x ³ + x ² - 3x + 1
	x ³ - x ²
	2x ² - 3x + 1
	2x(x - 1)
	-x + 1
	-x + 1
	0

$$\begin{aligned} x^3 + x^2 - 3x + 1 &= (x-1) \cdot (x^2 + yx + z) \\ x^3 + x^2 - 3x + 1 &= x^3 + x^2y - x^2 - xy + xz - z \\ x^3 + x^2 - 3x + 1 &= x^3 + (y+(-1))x^2 + (2y+(z))x + (2z) \end{aligned}$$

⋮

x³:

1 = 1

⋮

x²:

y + (-1) = 1

⋮

x :

2y + (z) = -3

⋮

1 :

2z = 1

⋮

Om

y = 2 och z = -1

stämmer med

-1y + z = -3

alltså

-1 · (2) + (-1) = -3

så har polynomdivisionen ingen rest och

x³ + x² - 3x + 1 är delbart med x - 1

(x³ + x² - 3x + 1)/(x - 1) = x² + 2x - 1

$$(q-1) \cdot (q^2 + 2q - 1) = 0$$

ger genom lösning av andragradsekvationen:

$$(q-1) \cdot (q + 1 - \sqrt{2}) \cdot (q + 1 + \sqrt{2}) = 0$$

och summan av rötterna

$$q_1 + q_2 + q_3 =$$

$$1 + (-1 + \sqrt{2}) + (-1 - \sqrt{2}) = -1$$

SVAR: -1

$$q^2 + 2q - 1 = 0$$

$$q^2 + 2q = 1$$

$$q^2 + 2q + 1 = 2$$

$$(q+1)^2 = 2$$

$$q + 1 = \pm\sqrt{2}$$

$$q_2 = -1 + \sqrt{2}$$

$$q_3 = -1 - \sqrt{2}$$

$$q_1 = 1 \quad , \quad q_2 = -1 + \sqrt{2} \quad , \quad q_3 = -1 - \sqrt{2}$$