Ausführliche Musterlösung

1: Vereinfachen der Funktion

Die gegebene Funktion lautet:

$$f(x) = \frac{x^3 - 4x^2 + 5x - 2}{x}$$

Teile den Zähler durch den Nenner:

$$f(x) = x^2 - 4x + 5 - \frac{2}{x}$$

Nun ist die Funktion in einer einfacheren Form.

2: Berechnung der 1. Ableitung

Jetzt berechnen wir die 1. Ableitung $f'(x)$:

- Der erste Term: $2x$
- Der zweite Term : -4
- Der dritte Term: 0
- Der vierte Term: $-2x^{-2} = \frac{-2}{x^2}$

Die 1. Ableitung lautet also:

$$f'(x) = 2x - 4 + \frac{2}{x^2}$$

3: Berechnung der 2. Ableitung

Nun berechnen wir die 2. Ableitung $f''(x)$ analog zur 1. Ableitung:

Die 2. Ableitung lautet:

$$f''(x) = 2 + \frac{4}{x^3}$$

4: Zeichnung und Extremstellen

Erstelle den Graphen von $f'(x)$ in GeoGebra. Die Nullstellen des Graphen zeigen die Extremstellen der Funktion $f(x)$ an. Markiere diese Punkte und notiere die entsprechenden x-Koordinaten.

5: Nullstellen der 1. Ableitung

Die erste Ableitung lautet $f'(x) = 2x - 4 + \frac{2}{x^2}$

Um die Extremstellen zu finden, setzen wir $f'(x) = 0$:

$$2x - 4 + \frac{2}{x^2} = 0$$

Diese Gleichung führt durch multiplizieren von beiden Seiten mit x^2, um die Brüche zu eliminieren zu:

$$2x^3 - 4x^2 + 2 = 0$$

Diese Gleichung ist mit unseren bekannten Methoden nicht lösbar.