

Modell 3

Aufgabe: Modelliert ein Pandemiemodell, indem kranke, gesunde und immunisierte Personen berücksichtigt werden. Zusätzlich soll es einen Grenzwert für den Teil der Population geben, der nie krank wird.

1. Welche Annahmen müssen getroffen werden?

- Je häufiger sich kranke und gesunde Personen treffen, desto mehr kranke Personen gibt es
- Gesunde Personen können nur durch den Kontakt mit kranken Personen krank werden
- Kranke Personen können wieder gesund werden
- Immunisierte Personen können nicht wieder krank werden
- Es gibt einen Populationsanteil, der nicht krank wird
- Es gibt nur eine Krankheit
- Keine weiteren Beeinflussungen durch außen
- Parameter werden als konstant angesehen
- Personen können nicht sterben
- ...

2. Aus den vorherigen Modellen kennen wir schon zwei Parameter. Zusätzlich benötigen wir noch einen Grenzwert. Definiert hier eure Parameter für das Modell.

k ... Kontaktrate

h Heilungsrate

GW ... Grenzwert

Die Kontaktrate gibt an, wie oft gesunde und kranke Menschen Kontakt zueinander haben.

Die Heilungsrate gibt den Wert an, mit dem kranke Personen wieder gesund werden.

Der Grenzwert gibt an, wie viele Personen aus der Population nie krank werden können.

3. Stellt nun ein Pandemiemodell mit Hilfe der Parameter und des Grenzwertes auf.
Schreibt euer Modell in differentieller und in diskreter Form an. Versucht außerdem, eure Gleichungen zu verbalisieren!

$G(t)$... Anzahl der gesunden Personen in Abhängigkeit von t

$K(t)$... Anzahl der kranken Personen in Abhängigkeit von t

$I(t)$... Anzahl der immunisierten Personen in Abhängigkeit von t

G_n ... Anzahl der gesunden Personen zum Zeitpunkt n

K_n ... Anzahl der kranken Personen zum Zeitpunkt n

I_n ... Anzahl der immunisierten Personen zum Zeitpunkt n

Stetig:

$$\begin{aligned}\frac{G(t)}{dt} &= -k \cdot K(t) \cdot (G(t) - GW) \\ \frac{K(t)}{dt} &= k \cdot K(t) \cdot (G(t) - GW) - h \cdot K(t) \\ \frac{I(t)}{dt} &= h \cdot K(t)\end{aligned}$$

Diskret:

$$\begin{aligned}G_{n+1} &= G_n - k \cdot K_n \cdot (G_n - GW) \\ K_{n+1} &= K_n + k \cdot K_n \cdot (G_n - GW) - h \cdot K_n \\ I_{n+1} &= I_n + h \cdot K_n\end{aligned}$$

4. Öffnet folgenden Link und beantwortet die untenstehenden Fragen:

<https://www.geogebra.org/m/h2anzdcf#material/qphvyjn4>

- a. Was bedeutet der Parameter GW?

GW gibt den Grenzwert der Personen an, die nicht infiziert werden können.

- b. Verändert den Parameter GW und beschreibt was passiert.

Je höher GW, desto weniger Menschen können krank werden.

c. Was passiert, wenn der Parameter β 0 ist?

Das entspricht dann dem Modell 2 ohne Grenzwert.

Alle Personen können infiziert werden.

5. Wie kann dieses Modell verbessert werden?

- Immunisierung hält nicht für immer (Impfung)
- Personen können mehrmals krank werden
- Kontaktrate differenzieren (wie lange hatte man Kontakt zu den infizierten Personen, Außenbereich vs. Innenbereich, wie sehr ist die infizierte Person ansteckend? ...)
- Manche Personengruppen sind anfälliger als andere
- Eventuelle Schutzmaßnahmen
- ...