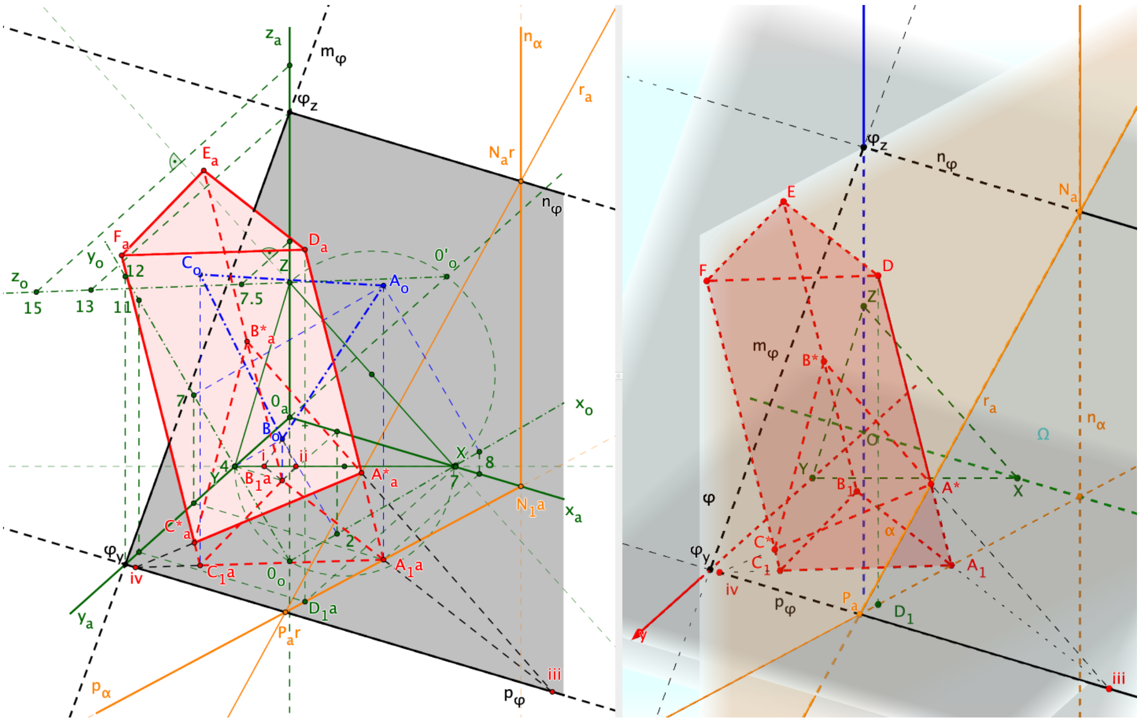
Kapitola 8

Řezy těles

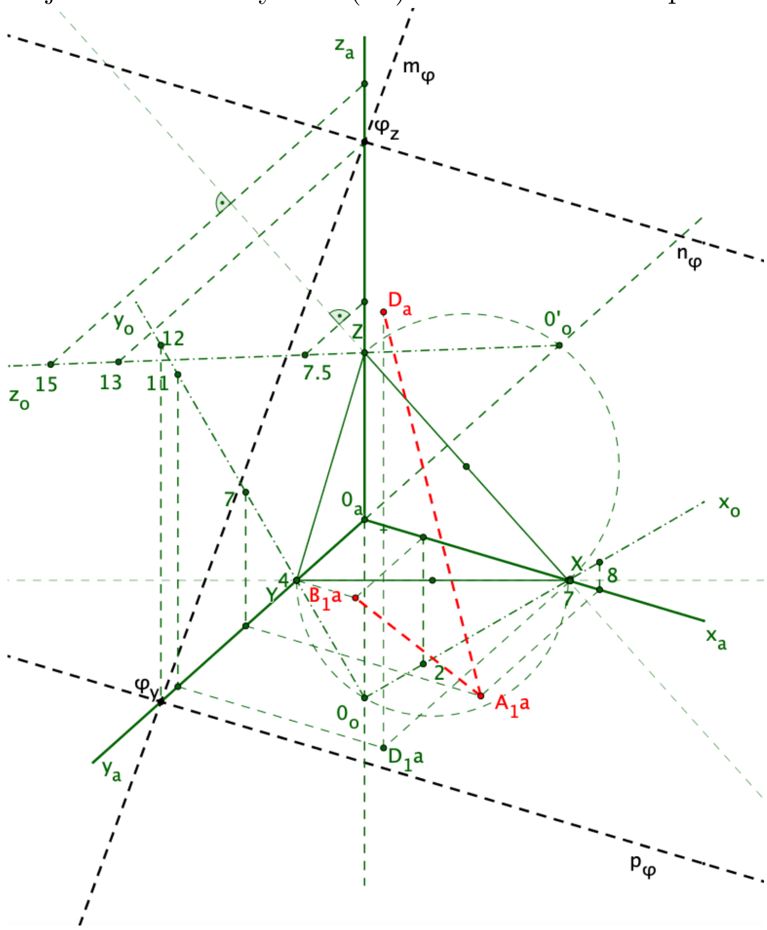
8.1 Trojboký hranol



Pro zjednodušení tělesa stavíme na půdorysnu. Nejprve otočíme půdorysnu $\pi(xy)$ a nárysnu $\nu(xz)$ do axonometrické průmětny $\Omega(XYZ)$, nejen abychom odvodili zkreslení jednotek na souřadných osách, ale i podstava hranolu leží v půdorysně, můžeme ji tedy v otočení $\pi_o(x_o y_o) \in \Omega$ rovnou sestrojit jako rovnostranný trojúhelník ve skutečné velikosti. Pro návrat do prvních průmětů můžeme využít buď afinitu $\mathcal{A}$ nebo odvození souřadnic. Vrchol D horní podstavy doplníme pomocí souřadnic. První bod řezu najeme využitím pomocné roviny proložené boční hranou kolmo k půdorysně, zbývající body řezu doplníme afinitou.

1. otočení půdorysny $\pi(xy)$ do axonometrické průmětny Ω:
   $S_{(XY)}$ - střed úsečky XY, $k_\tau(XY)$ - Thaletova kružnice nad průměrem XY se středem $S_{(XY)}$
   $k_\tau(XY) \cap z_a = 0_o$ - pro odvození souřadnic vybíráme obvykle bod ležící mimo $\triangle XYZ$
   $$\begin{matrix} x_o = 0_o X \\ y_o = 0_o Y \end{matrix} \quad \wedge \quad x_o \perp y_o!$$

2. stejně otočíme nárysnu $\nu(xz)$ do axonometrické průmětny Ω



3. sestrojíme axonometrické půdorysy bodů A, B, D

a) bod A_1a odvozením souřadnic:

$$\begin{array}{lcl} A_x \xrightarrow{z_a} A_xa \in x_a & \Longrightarrow & A_1aA_xa \parallel y_a \\ A_y \xrightarrow{z_a} A_ya \in y_a & & A_1aA_ya \parallel x_a \end{array}$$

b) bod B_1a odvozením souřadnic:

$$\begin{array}{lcl} B_x \xrightarrow{z_a} B_xa \in x_a & \Longrightarrow & B_1aB_xa \parallel y_a \\ B_y \xrightarrow{z_a} B_ya \in y_a & & B_1aB_ya \parallel x_a \end{array}$$

c) bod D_1a odvozením souřadnic:

$$\begin{array}{lcl} D_x \xrightarrow{z_a} D_xa \in x_a & \Longrightarrow & D_1aB_xa \parallel y_a \\ D_y \xrightarrow{z_a} D_ya \in y_a & & D_1aD_ya \parallel x_a \end{array}$$

4. zkreslení $z-$kóty vrcholu D:
   z_o jsme našli v otočení nárysny $\nu(xz)$ do axo. průmětny Ω s osou otáčení XZ musí tedy platit:

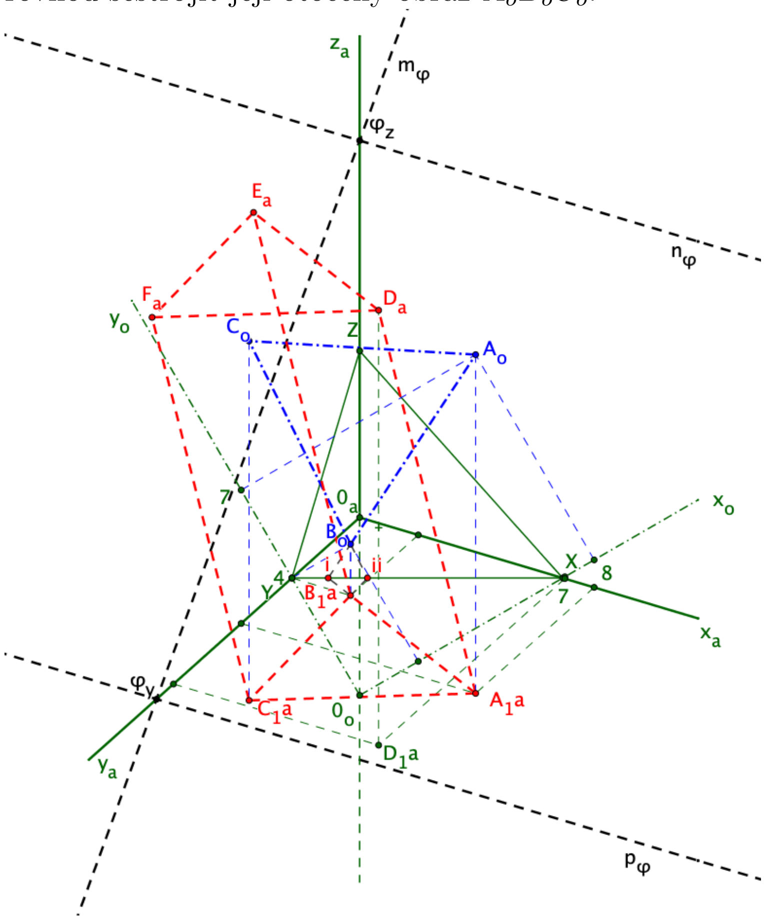
$$D_z = 12 \xrightarrow{y_a} D_za \in z_a \quad \wedge \quad D_zD_za \perp XZ$$

$$|D_za0_a| = |D_aD_1a| \quad \wedge \quad D_za0_a \parallel D_aD_1a$$

   pokud se $z-$kóta na ose z_o nevejde na papír, můžeme použít poloviční hodnotu a tu po zkreslení nanést dvakrát

5. konstrukce stop roviny řezu φ:
   rovina φ je rovnoběžná s osou x, půdorysná p_φ a nárysná n_φ stopa budou rovnoběžné s x_a a budou procházet body $\varphi_y \in y_a$ a $\varphi_z \in z_a$, což jsou zkreslené souřadnice roviny, bokorysná stopa $m_\varphi = \varphi_y \varphi_z$

6. protože rovnostranný trojúhelník podstavy ABC leží v půdorysně, můžeme rovnou sestrojit její otočený obraz $A_o B_o C_o$:

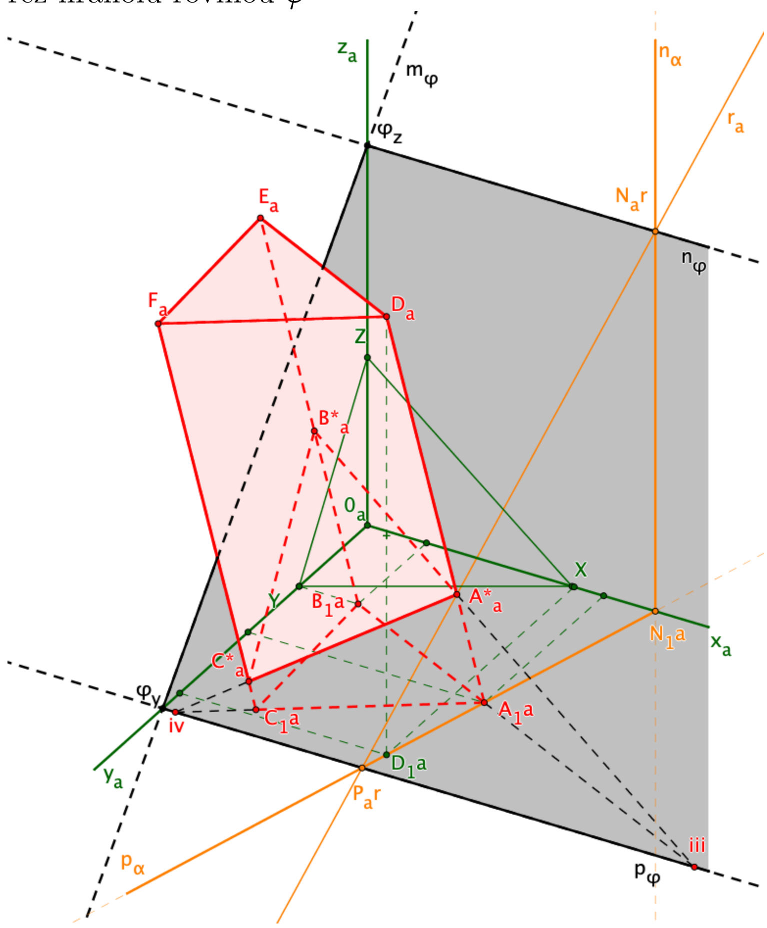


a) naneseme skutečné souřadnice bodů A, B na příslušné otočené osy a sestrojíme A_o, B_o (protože jsou $x_o \perp y_o$ pracujeme s klasickou kartézkou soustavou souřadnou) pokud najdeme A_o můžeme pro nalezení B_o použít afinitu:
   $\mathcal{A}(XY,\ A_1a\ \longrightarrow\ A_o)$
   $\mathcal{A} : B_1a \longrightarrow B_o$
   $B_1aA_1a \cap XY = i$
   $B_o \in iA_o; \quad B_1aB_o \perp XY$

b) sestrojíme rovnostranný trojúhelník $A_o B_o C_o$ ve skutečné velikosti a tvaru

c) z otočení můžeme zbývající body vrátit buď pomocí afinity nebo opět odvozením jejich souřadnic:
   afinita $\mathcal{A}(XY; B_o \longrightarrow B_1a)$
   $\mathcal{A} : C_o \longrightarrow C_1a$
   $C_oB_o \cap XY = ii$
   $C_1a \in iiB_1a; \quad C_1aC_o \perp XY$

7. řez hranolu rovinou φ



a) hranou AD proložíme pomocnou rovinu α kolmou k $\pi(x, y)$:
$p_\alpha = A_1aD_1a$; $\quad p_\alpha \cap x_a = N_1a$; $\quad N_1a \in n_\alpha \parallel z_a$

b) najdeme průsečnici r rovin α a φ:
$p_\alpha \cap p_\varphi = P_ar$; $\quad n_\alpha \cap n_\varphi = N_ar$; $\quad r_a = P_arN_ar$

c) průsečík: $r_a \cap A_1aD_a = A_a^{*}$[1]

d) zbývající vrcholy řezu odvodíme afinitou $\mathcal{A}(p_\varphi; A_1a \longrightarrow A_a^*)$:

$\mathcal{A} : B_1a \longrightarrow B_a^*$	$\mathcal{A} : C_1a \longrightarrow C_a^*$
$B_1aA_1a \cap p_\varphi = iii$	$C_1aA_1a \cap p_\varphi = iv$
$B_a^* = iiiA_a^* \cap B_1aE_a$	$C_a^* = ivA_a^* \cap C_1aF_a$

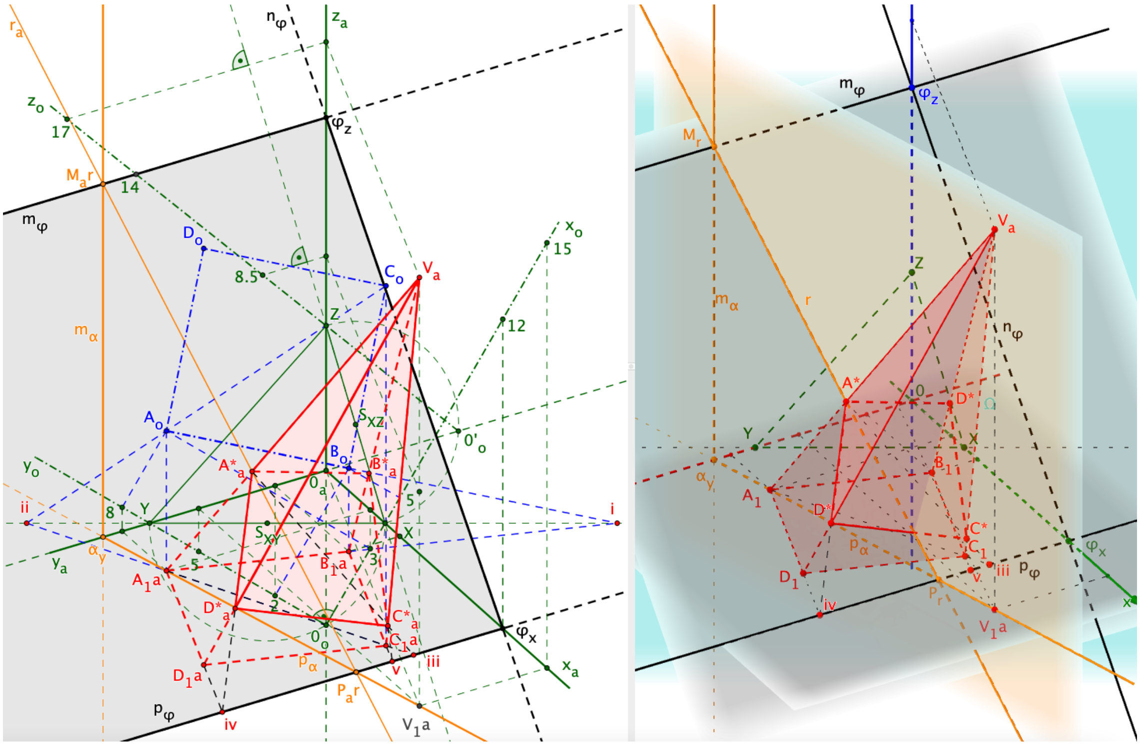
8. pokud není uvedeno jinak, v kolmé axonometrii při stanovování viditelnosti vždy vycházíme z „nadhledu“ a zvýrazníme část „nad“ rovinou řezu φ:

a) rovnou můžeme vytáhnout obrys tělesa $A_a^*D_aE_aF_aC_a^*$

b) hrana D_aF_a je rovnoběžná s půdorysnou $z_D = z_F = 12$, hrana B_1aE_a jde z $z_B = 0$ do $z_E = 12$ a proto D_aF_a je viditelná, vrchol B_a^* a hrany z něj vycházející neviditelné

[1] každý bod v kolmé axonometrii je určen dvojící průmětů, pro body řezu ale půdorysné průměty kvůli přehlednosti odvozovat nebudeme

8.2 Čtyřboký jehlan



Pro zjednodušení tělesa stavíme na půdorysnu. Nejprve otočíme půdorysnu $\pi(xy)$ a nárysnu $\nu(xz)$ do axonometrické průmětny $\Omega(XYZ)$, nejen abychom odvodili zkreslení jednotek na souřadných osách, ale i podstava jehlanu leží v půdorysně, můžeme ji tedy v otočení $\pi_o(x_o y_o) \in \Omega$ rovnou sestrojit jako čtverec ve skutečné velikosti. Pro návrat do prvních průmětů můžeme využít buď afinitu $\mathcal{A}$ nebo odvození souřednic. Vrchol V doplníme pomocí souřadnic. Vrchol V doplníme pomocí souřadnic. První bod řezu najeme využitím pomocné roviny proložené boční hranou kolmo k půdorysně, zbývající body řezu doplníme kolineací.

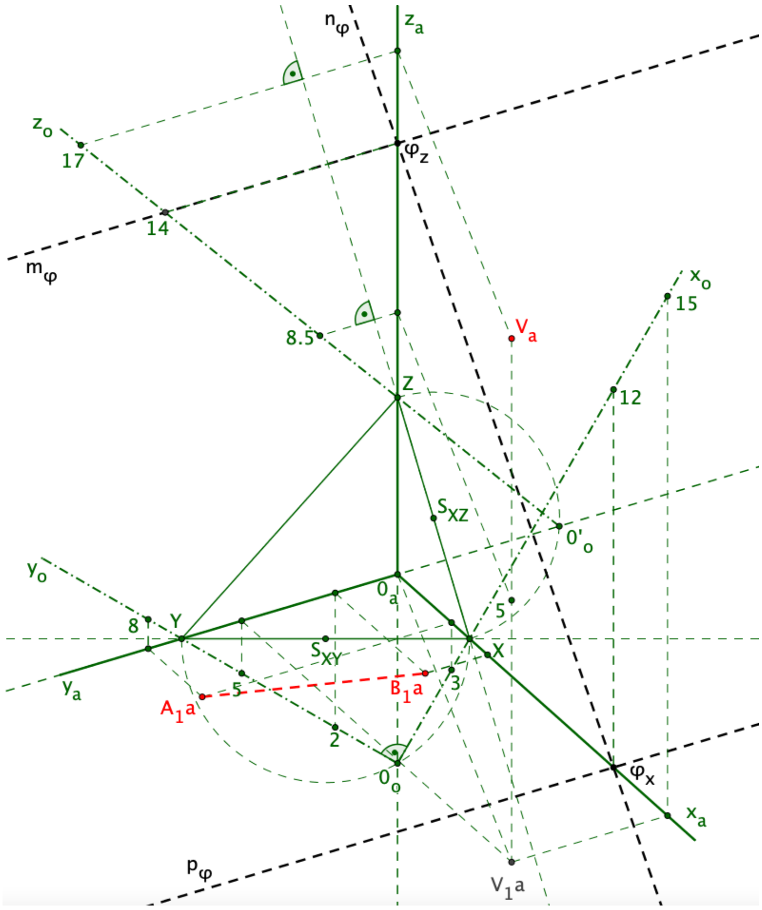
1. otočení půdorysny $\pi(xy)$ do axonometrické průmětny Ω:
   $S_{(XY)}$ - střed úsečky XY, $k_\tau(XY)$ - Thaletova kružnice nad průměrem XY se středem $S_{(XY)}$
   $k_\tau(XY) \cap z_a = 0_o$ - pro odvození souřadnic vybíráme obvykle bod ležící mimo $\triangle XYZ$
   $$\begin{array}{l} x_o = 0_o X \\ y_o = 0_o Y \end{array} \quad \wedge \quad x_o \perp y_o!$$

2. stejně otočíme nárysnu $\nu(xz)$ do axonometrické průmětny Ω

3. sestrojíme axonometrické půdorysy bodů A, B

a) bod $A_1 a$ odvozením souřadnic:

$$\begin{array}{l} A_x \xrightarrow{z_a} A_x a \in x_a \\ A_y \xrightarrow{z_a} A_y a \in y_a \end{array} \quad \Longrightarrow \quad \begin{array}{l} A_1 a A_x a \parallel y_a \\ A_1 a A_y a \parallel x_a \end{array}$$



b) bod B_1a odvozením souřadnic:

$$\begin{array}{lcl} B_x \xrightarrow{z_a} B_xa \in x_a & \Longrightarrow & B_1aB_xa \parallel y_a \\ B_y \xrightarrow{z_a} B_ya \in y_a & & B_1aB_ya \parallel x_a \end{array}$$

4. zkreslení $z-$kóty vrcholu V:
z_o jsme našli v otočení nárysny $\nu(xz)$ do axo. průmětny Ω s osou otáčení XZ musí tedy platit:

$$V_z = 17 \xrightarrow{y_a} V_za \in z_a \quad \wedge \quad V_zV_za \perp XZ$$
$$|V_za0_a| = |V_aV_1a| \quad \wedge \quad V_za0_a \parallel V_aV_1a$$

pokud se $z-$kóta na ose z_o nevejde na papír, můžeme použít poloviční hodnotu a tu po zkreslení nanést na osu tělesa dvakrát

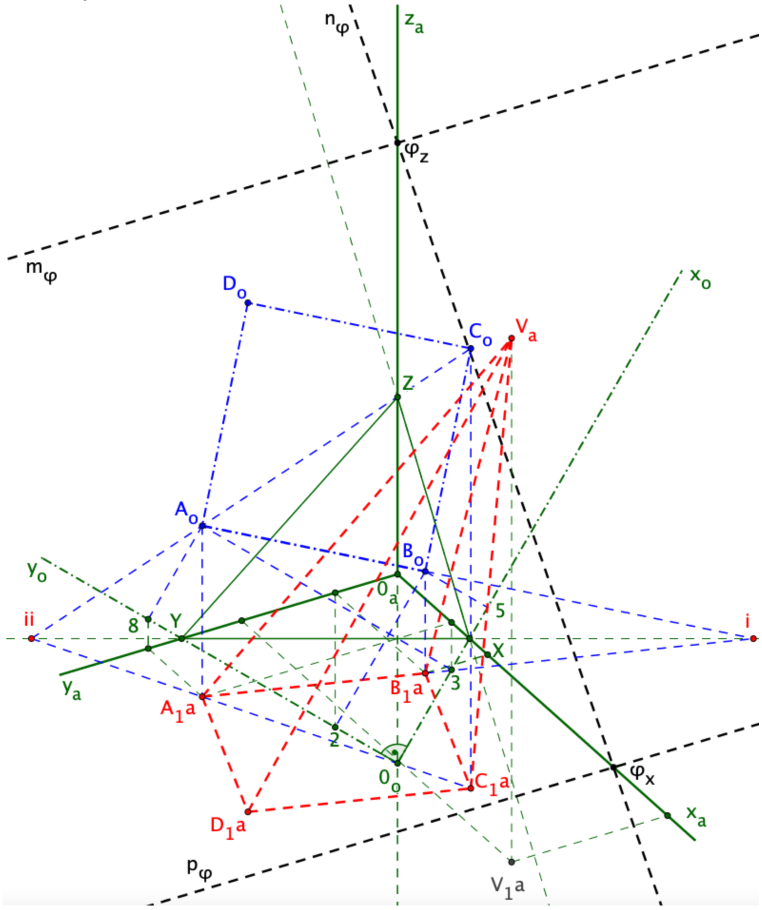
5. konstrukce stop roviny řezu φ:
rovina φ je rovnoběžná s osou y, půdorysná p_φ a bokorysná m_φ stopa budou rovnoběžné s y_a a budou procházet body $\varphi_y \in y_a$ a $\varphi_z \in z_a$, což jsou zkreslené souřadnice roviny, nárysná stopa $n_\varphi = \varphi_x\varphi_z$

6. protože čtvercová podstava $ABCD$ leží v půdorysně, můžeme rovnou sestrojit její otočený obraz $A_oB_oC_oD_o$:

a) naneseme skutečné souřadnice bodů A, B na příslušné otočené osy a sestrojíme A_o, B_o (protože jsou $x_o \perp y_o$ pracujeme s klasickou kartézkou soustavou souřadnou) pokud najdeme A_o můžeme pro nalezení B_o použít afinitu:

$\mathcal{A}(XY,\ A_1a \longrightarrow A_o)$
$\mathcal{A} : B_1a \longrightarrow B_o$
$B_1aA_1a \cap XY = i$
$B_o \in iA_o; \quad B_1aB_o \perp XY$

b) sestrojíme čtverec $A_oB_oC_oD_o$ ve skutečné velikosti a tvaru



c) z otočení můžeme zbývající body vrátit buď pomocí afinity nebo opět odvozením jejich souřadnic:
afinita $\mathcal{A}(XY; B_o \longrightarrow B_1a)$
$\mathcal{A} : C_o \longrightarrow C_1a$
$C_oB_o \cap XY = ii$
$C_1a \in iiB_1a; \quad C_1aC_o \perp XY$

d) vrchol D_1a můžeme odvodit afinitou nebo využitím rovnoběžnosti podstavy

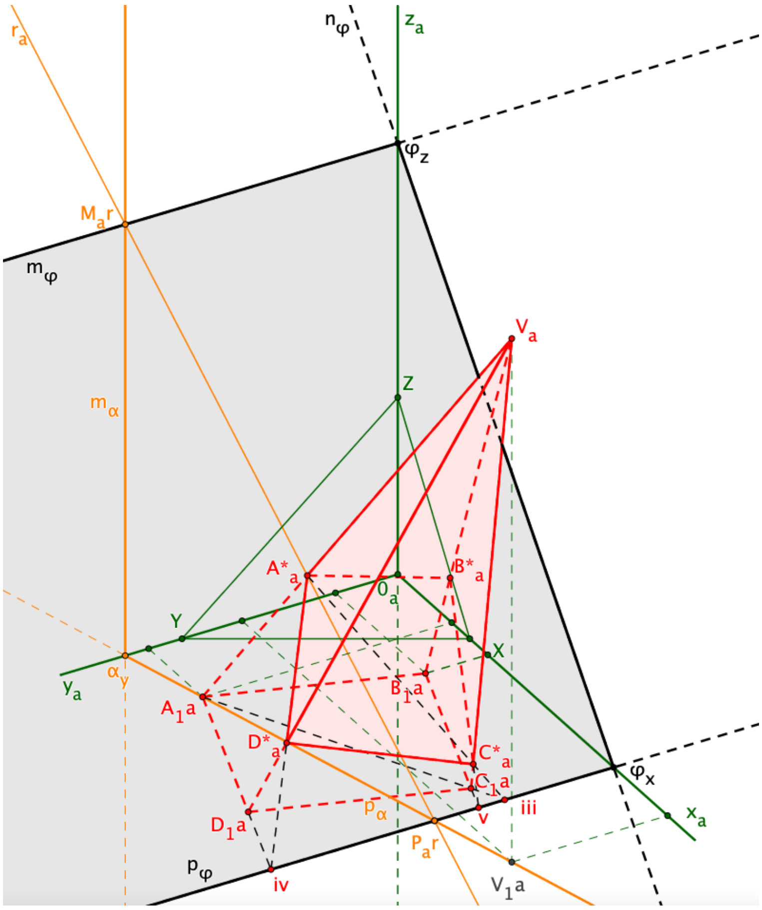
7. řez jehlanu rovinou φ

a) hranou AV proložíme pomocnou rovinu α kolmou k $\pi(x,y)$:
$p_\alpha = A_1aV_1a; \quad p_\alpha \cap y_a = M_1a; \quad M_1a \in m_\alpha \parallel z_a$

b) najdeme průsečnici r rovin α a φ:
$p_\alpha \cap p_\varphi = P_ar; \quad m_\alpha \cap m_\varphi = M_ar; \quad r_a = P_arM_ar$

c) průsečík: $r_a \cap A_1aV_a = A_a^*$[2]

[2]každý bod v kolmé axonometrii je určen dvojící průmětů, pro body řezu ale půdorysné průměty kvůli přehlednosti odvozovat nebudeme



d) zbývající vrcholy řezu odvodíme kolineací $\mathcal{K}(p_\varphi; A_1a \longrightarrow A^*_a)$:

$$\begin{array}{ccc} \mathcal{K}: C_1a \longrightarrow C^*_a & \mathcal{K}: D_1a \longrightarrow D^*_a & \mathcal{K}: B_1a \longrightarrow B^*_a \\ C_1aA_1a \cap p_\varphi = iii & D_1aA_1a \cap p_\varphi = iv & B_1aA_1a \cap p_\varphi = v \\ C^*_a = iiiA^*_a \cap C_1aV_a & D^*_a = ivA^*_a \cap D_1aV_a & B^*_a = vA^*_a \cap B_1aV_a \end{array}$$

8. pokud není uvedeno jinak, v kolmé axonometrii při stanovování viditelnosti vždy vycházíme z „nadhledu“:

a) rovnou můžeme vytáhnout obrys tělesa $A^*_aV_aC^*_aD^*_a$

b) bod $B^*_a \equiv B_a$ leží na neviditelné hraně a je také neviditelný i hrany řezu z něj vycházející