

12月20日作业

第1题

已知 a, b, c 满足 $a < b < c$, 且 $ac < 0$, 那么下列各式中不一定成立的是 (C).

A. $ac < ab$

B. $c(a-b) < 0$

C. $cb^2 < ab^2$

D. $ac(a-c) > 0$

A. $\because a < 0, c > b \therefore ac < ab$ B. $\because a-b < 0, c > 0 \therefore c(a-b) < 0$
C. $\because c > a, b=0 \therefore cb^2 = ab^2$ D. $\because ac < 0, a-c < 0 \therefore ac(a-c) > 0$

第2题

" $x > 1$ " 是 " $\frac{1}{x} < 1$ " 的 (A).

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充分必要条件

D. 既不充分也不必要条件

设为 " $x > 1$ ", 由 " $\frac{1}{x} < 1$ " $\because$ 为 $\Rightarrow$ 但 非 为 ($\frac{1}{x} < 1$ 时 $x < 0$ 也成立)
 $\therefore$ 为 是 的 充分不必要条件.

第3题

设 $a, b \in \mathbf{R}$, 且 $a+b=3$, 求 $2^a + 2^b + 1$ 的最小值.

解: $\because a, b \in \mathbf{R} \therefore 2^a > 0, 2^b > 0$

$$\therefore 2^a + 2^b + 1 \geq 2\sqrt{2^a \cdot 2^b} + 1 = 2\sqrt{2^{a+b}} + 1 = 2\sqrt{2^3} + 1 = 4\sqrt{2} + 1$$

第4题 即当 $a=b=\frac{3}{2}$ 时 $2^a + 2^b + 1$ 的最小值为 $4\sqrt{2} + 1$

若正数 a, b 满足 $ab = a + b + 3$, 求 ab 的取值范围.

解: $\because a+b \geq 2\sqrt{ab}$ 且 $a+b = ab-3$

$$\therefore ab-3 \geq 2\sqrt{ab} \therefore (\sqrt{ab})^2 - 2\sqrt{ab} - 3 \geq 0$$

$$\therefore (\sqrt{ab}-3)(\sqrt{ab}+1) \geq 0 \therefore \sqrt{ab} \geq 3 \text{ 或 } \sqrt{ab} \leq -1 \text{ (舍去)}$$

第5题

当且仅当 $a=b=3$ 时等号成立

$$\therefore ab \in [9, +\infty)$$

利用函数知识求下列不等式的解集:

(1) $3x^2 - 2x - 1 < 0$;

解: 令 $3x^2 - 2x - 1 = 0$

$$\therefore (3x+1)(x-1) = 0$$

$$\therefore x = -\frac{1}{3} \text{ 或 } x = 1$$

$\therefore 3x^2 - 2x - 1 < 0$ 解集为

$$\{x | -\frac{1}{3} < x < 1\}$$

$$\begin{matrix} 3x & 1 \\ x & -1 \end{matrix}$$



(2) $2x - x^2 \geq -1$.

解: $x^2 - 2x - 1 \leq 0$

$$\therefore \Delta = 4 + 4 = 8 = 2\sqrt{2} > 0$$

$$\therefore x = \frac{2 \pm 2\sqrt{2}}{2} = 1 \pm \sqrt{2}$$

$\therefore 2x - x^2 \geq -1$ 解集为

$$\{x | 1-\sqrt{2} \leq x \leq 1+\sqrt{2}\}$$

