

Continuïteit

www.karelappeltans.be

December 19, 2020

1 Inleiding

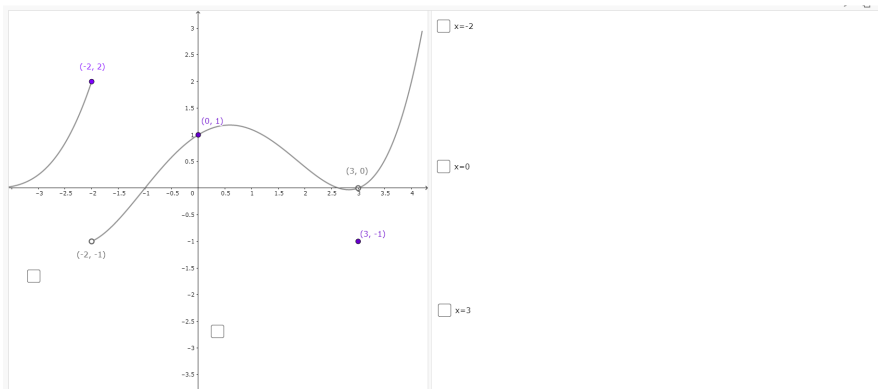


Figure 1: <https://www.geogebra.org/m/Mcny7uY8>

2 Definitie continuïteit in een punt

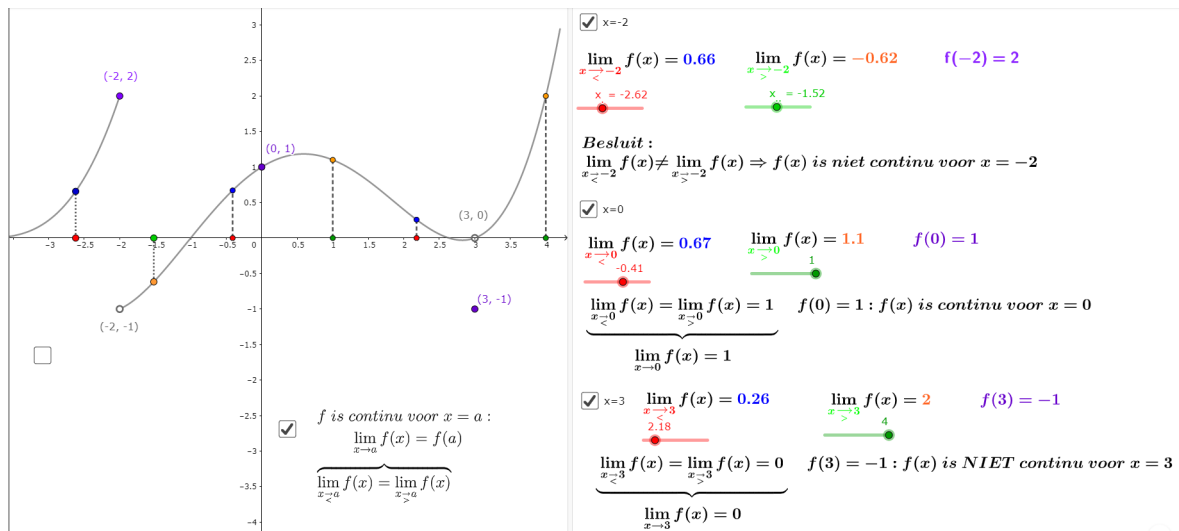


Figure 2: <https://www.geogebra.org/m/Mcny7uY8>

3 Definitie continuïteit over een interval

Een functie $f : I \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ noemen we continu over I als $\forall a \in I$ f is continu voor $x = a$

4 Definitie m.b.v. rijen

Een functie $f : I \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ noemen we continu in $a \in I$ als

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$$



als voor elke rij x_n die naar a convergeert, geldt dat $f(x_n)$ naar $f(a)$ convergeert

5 Eigenschappen

1. We noemen een functie discontinu voor $x = a$ als zij in dat punt niet continu is.
2. Elke gekende functie is continu in haar domein.
3. Alle gekende samenstellingen van continue functies geven een continue functie.

6 Stellingen

6.1 Extreme Waarden Stelling

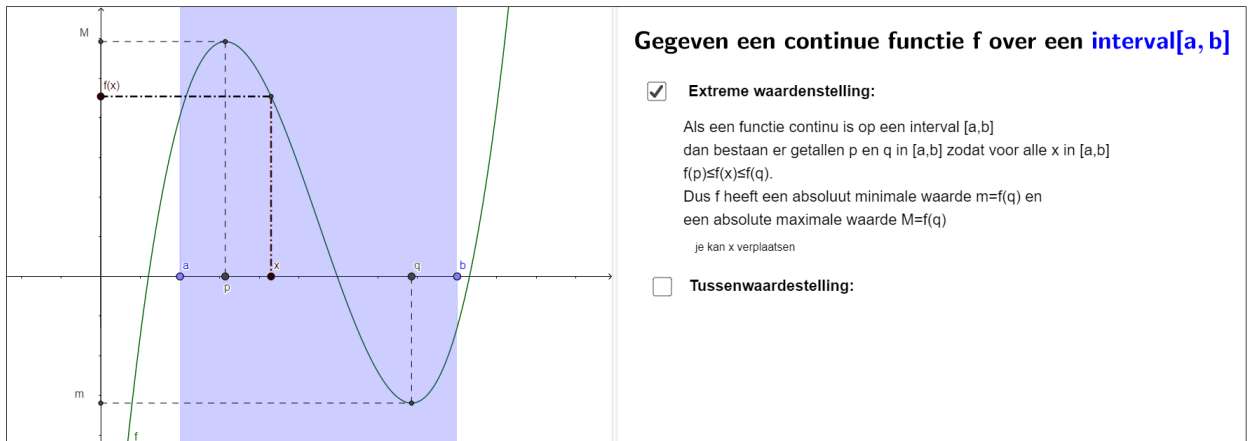


Figure 3: <https://www.geogebra.org/m/JB4EXb85>

6.2 Tussenwaarde stelling

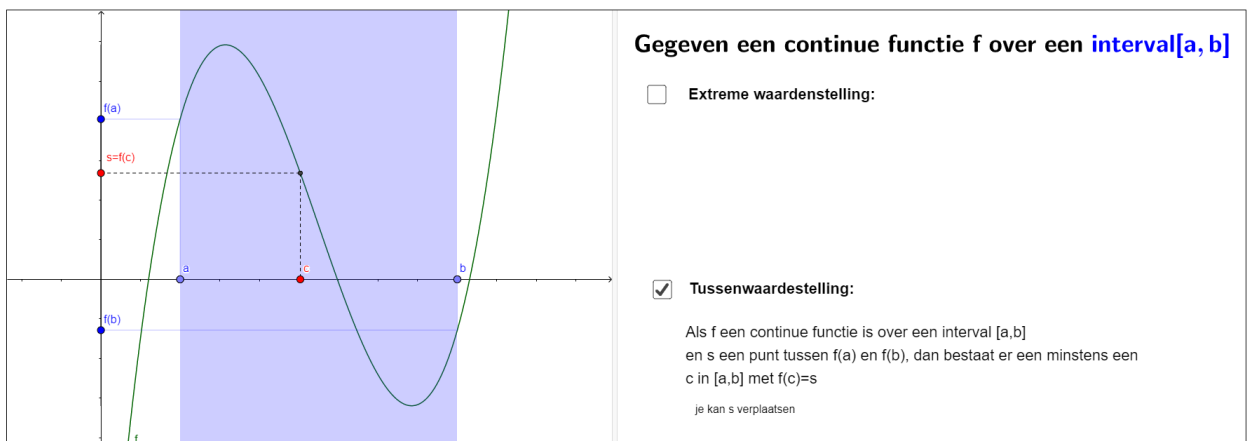
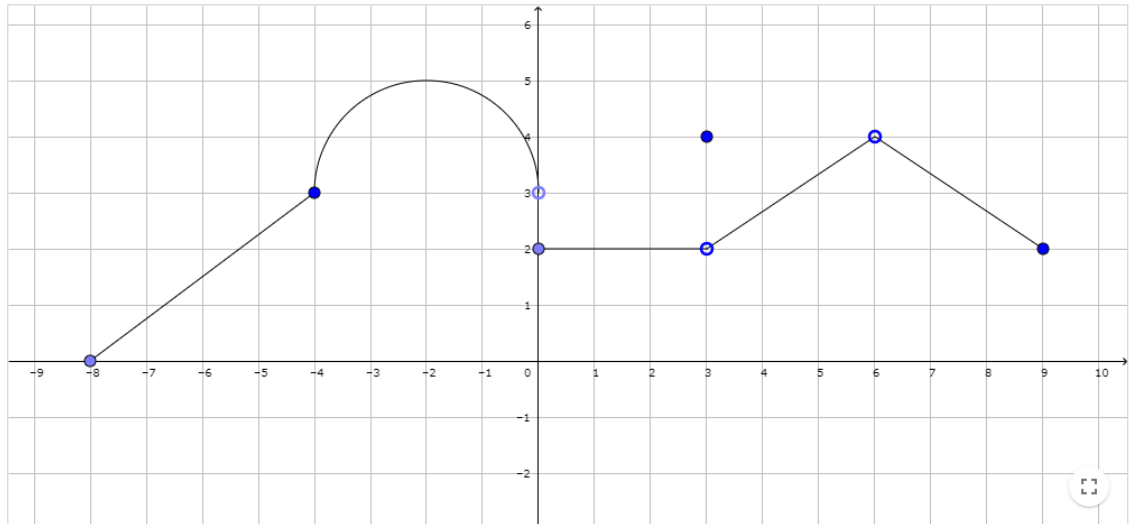


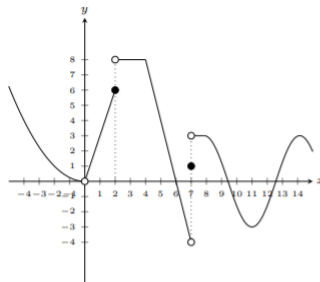
Figure 4: <https://www.geogebra.org/m/JB4EXb85>

7 Oefeningen

1. Bekijk de volgende grafiek van de functie f over het interval $[-8, 9]$



- (a) Bepaal m.b.v. de definitie de continuïteit van de functie f voor $x = -4$, $x = 0$, $x = 3$
- (b) Bepaal de x -waarden waarvoor de functie links resp. rechtscontinu is.
- (c) Over welke intervallen is de functie continu?
- $[-8, -4]$
 - $[-8, 0]$
 - $[-8, 0[$
 - $[-2, 1]$
 - $]3, 6[$
2. Welke bewering is correct?



Using this figure, determine which of the following statements about f is false.

(A) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ exists.

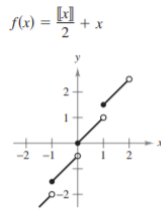
(B) f is discontinuous at 2.

(C) It is continuous at 4.

(D) $\lim_{x \rightarrow 7} f(x)$ exists.

Answer:

3. Ga met de definitie na dat $f(x) = \frac{|x|}{2} + x$ niet continu is voor $x = 1$



4. Bepaal alle waarden waarvoor $f(x) = \lfloor \sqrt{x} \rfloor$ niet continu is.
5. Toon aan dat er een oplossing is van de vergelijking $x^3 - x^2 + 3x - 1 = 1$
6. Toon aan dat er een positieve oplossing is van de veeltermvergelijking $x^4 - 3x^3 + x^2 - 2 = 0$
7. Toon aan dat de functie $f(x) = 3x + 2\cos(x) + 5 = 0$ een snijpunt met de x-as heeft
8. Bepaal de waarde van m en k zodat volgende samengestelde functie continu is

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 8m, & x \leq -2 \\ mx + k, & -2 < x \leq 2 \\ -3x^2 + 8x - 2k, & 2 < x \end{cases}$$

9. Bepaal de waarde van a en b zodat volgende samengestelde functie continu is over de hele x-as

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + 4x - a}{x^2 + 2x - 3} & x < 1 \\ x - b & x \geq 1 \end{cases}$$

10. Bepaal de kleinste waarde van a zodat volgende samengestelde functie continu is:

$$f(x) = \begin{cases} x + 1 & x \leq a \\ x^2 & x > a \end{cases}$$

11. Een monnik vertrekt 's morgens uit zijn klooster beneden in het dal naar de berghut hoog in de bergen om daar de nacht al bezinnend door te brengen. De volgende ochtend vat hij de terugtocht aan naar het klooster. Toon aan dat er een tijdstip is waarop hij zich op exact dezelfde hoogte (in de bergen bevindt) dan 24 uur ervoor.

8 Taken

1. continuïteit