

Instrucciones:

a) Duración: 1 hora

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía, la mala presentación y no explicar adecuadamente las operaciones pueden restar hasta un máximo de 1 punto de la nota final.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Dado el sistema de ecuaciones
$$\begin{cases} x + 2y + (m+3)z = 3 \\ x + y + z = 3m \\ 2x + 4y + 3(m+1)z = 8 \end{cases}$$
, discute los tipos de solución según los valores del parámetro m .

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Sabiendo que $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cos(2x) + b \operatorname{sen}(x)}{4x^2}$ es finito, calcula b y el valor del límite.

Ejercicio 3.- a) [1,25 puntos] Calcula el dominio de $f(x) = \sqrt{\frac{x-1}{(x-2)(x-3)}}$

b) [1,25 puntos] Haz un boceto de las gráficas de las funciones $f(x) = x^3 - 1$ y $g(x) = x^2 - 3$. Calcula de manera razonada los cortes de ambas funciones con los ejes de coordenadas y los puntos de corte de las dos gráficas entre sí.

Ejercicio 4.- a) [1 punto] ¿Qué número positivo sumado con su inverso da lugar a la menor suma posible? Razónalo adecuadamente mediante un problema de optimización.

b) [1,5 puntos] Calcula las asíntotas de $f(x) = \frac{1-2x^2}{x}$.

Opción B

Ejercicio 1.- a) [0,5 puntos] Sea el vector $\vec{u} = (a, 1, a)$ y el vector $\vec{v} = (a, 1, 2)$. ¿Existe algún valor de a que haga que los vectores sean perpendiculares entre sí?

b) [2 puntos] Obtener la recta mediatriz del segmento formado por los puntos $A(1, 2)$ y $B(3, -4)$. Expresar la recta en forma paramétrica.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Sabiendo que $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cos(2x) + b \operatorname{sen}(x)}{4x^2}$ es finito, calcula b y el valor del límite.

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Se sabe que la gráfica de la función definida por $f(x) = \frac{ax^2 + bx + 2}{x - 1}$ para $(x \neq 1)$ tiene una asíntota oblicua que pasa por el punto $(1, 1)$ y que tiene pendiente igual a 2. Calcula a y b .

Ejercicio 4.- a) [1 punto] Sea la función definida por $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & \text{si } x < -1 \\ ax + b & \text{si } -1 \leq x < 1 \\ \frac{x^2}{x+1} & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$. Obtener los valores de a y b para que la función sea continua en los puntos frontera.

b) [1,5 puntos] Estudia el dominio, los extremos relativos y los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función $f(x) = \frac{\ln(x)}{x}$.