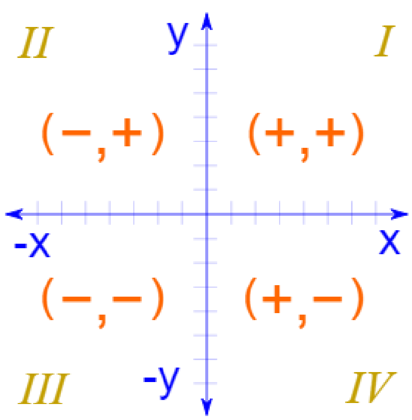
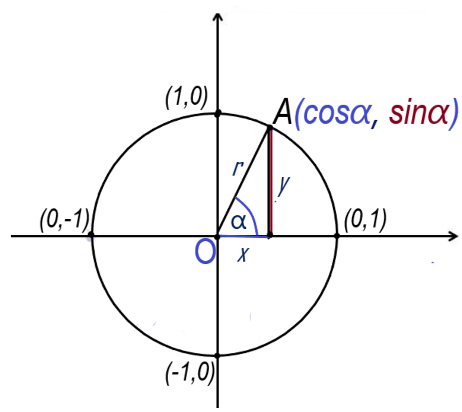
АГУУЛГА 3.

3.1. ТРИГОНОМЕТР ФУНКЦҮҮДИЙН ТЭМДЭГ

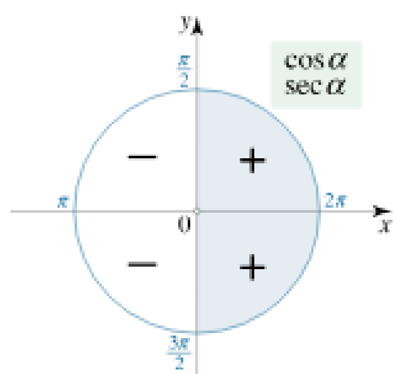
Тригонометрийн олон дүрэм, томъёо нь тригонометрийн тэмдгүүд дээр суурилдаг учраас тригонометр функцүүд нь ***α*** өнцгийн хэмжээ буюу ***α*** өнцөг аль мужид байхаас хамаарч эерэг эсвэл сөрөг тэмдэгтэй болохыг ойлгох нь бидэнд маш чухал юм. Тригонометр функцийн тэмдгийг өнцөг нь байрлах мөч дээр үндэслэн тодорхойлно.

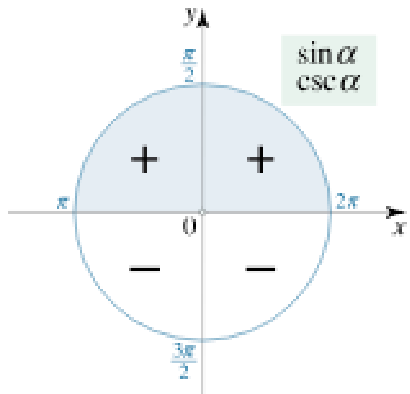
Координатын хавтгайн мөч бүрт тригонометрийн функцүүдийн тэмдэгийг тодорхойлоход “тригонометр тойрог”-ийг ашиглана. *(x,y)=(cosα, sinα)*





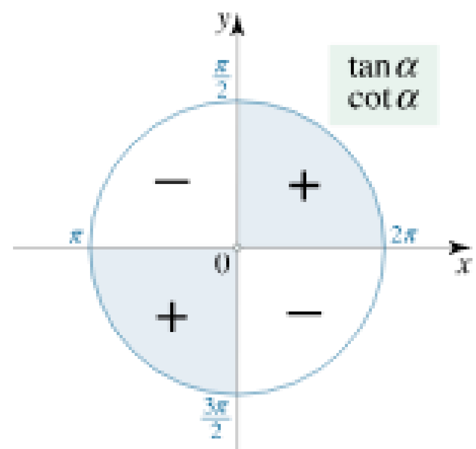
- ✓ cosα = x / r гэдгийг бид мэднэ, r =1 тул косинусын функцийн тэмдэг нь зөвхөн х-ийн тэмдгээс хамаарна. Тиймээс косинус нь 1 ба 4-р мөчид **эерэг**, 2, 3-р мөчид **сөрөг** байна. *(secα = 1/cosα)*



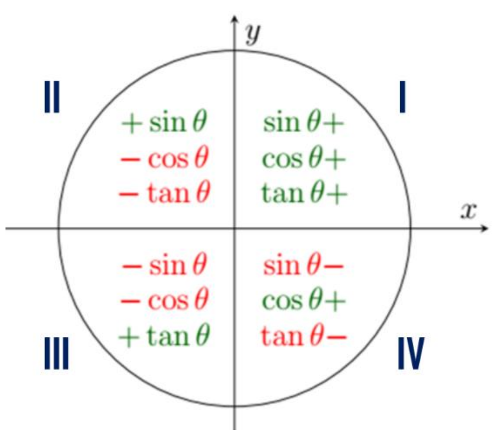


✓ sinα = y / r гэдгийг бид мэднэ, r =1 тул синусын функцийн тэмдэг нь зөвхөн y-ийн тэмдгээс хамаарна. Тиймээс синус нь 1 ба 2-р мөчид **эерэг**, 3 ба 4-р мөчид **сөрөг** байна. *(cscα = 1/sinα)*

✓ Тангенс ба котангенсын тэмдгүүд нь синус ба косинусын тэмдгүүдээс хамаарах учир тооцоолоход хялбар.



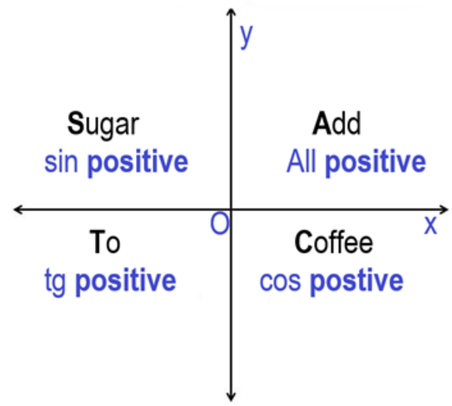
Эдгээрийг нэгтгэн дүрсэлбэл:



тр.ф / мөч	$\sin\alpha$	$\cos\alpha$	$\tan\alpha$	$\cot\alpha$	$\sec\alpha$	$\csc\alpha$
I	+	+	+	+	+	+
II	+	−	−	−	−	+
III	−	−	+	+	−	−
IV	−	+	−	−	+	−

Тригонометрийн мнемоник 2

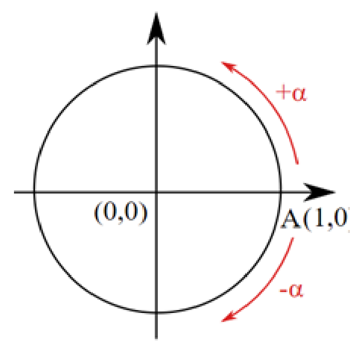
Синус, косинус, тангенс ба котангенсын тэмдгүүд нь эерэг*(positive)* байх мөчүүдийг ***“Add Sugar To Coffee”*** гэсэн түлхүүр үгээр сурагчдад тайлбарлаж болно.

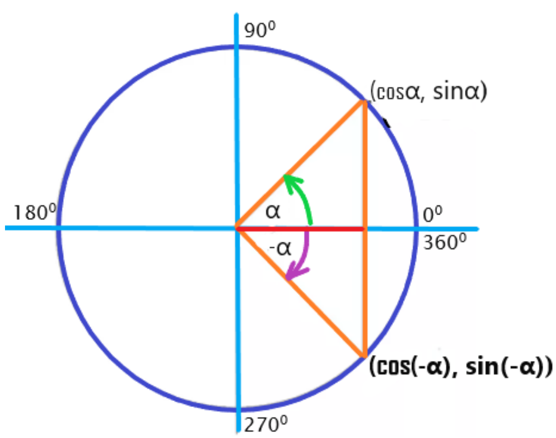


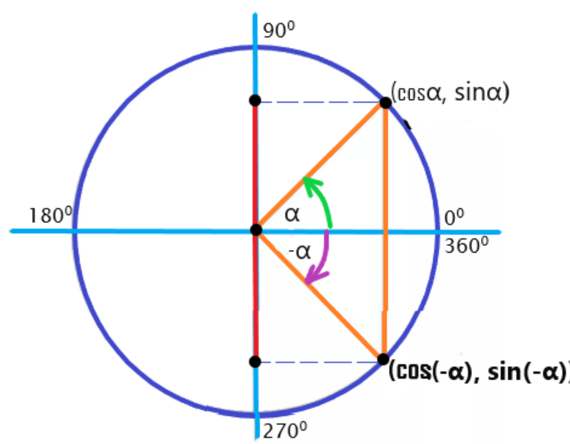
3.2. ТРИГОНОМЕТР ФУНКЦИЙН ЭМХЭТГЭЛИЙН ТОМЪЁО

✓ Тригонометр функцийн тэгш ба сондгой чанар

Тригонометр тойрог дээр өнцгийг тодорхойлохдоо цагийн зүүний эсрэг чигт эерэг, цагийн зүүний дагуу сөрөг чиглэлийг дүрсэлнэ.







Дээрх 2 зургаас cos(-α)=cosα, sin(-α)=-sinα байх нь хялбархан харагдаж байна.

Дараах хүснэгтэд тэгш ба сондгой тригонометрийн функцуудыг харуулав.

Тригонометр функц	
тэгш функц $f(-x)=f(x)$	сондгой функц $f(-x)=-f(x)$
$\cos(-x)=\cos x$ $\sec(-x)=\sec x$	$\sin(-x)=-\sin x$ $\csc(-x)=-\csc x$ $\tan(-x)=-\tan x$ $\cot(-x)=-\cot x$

- ✓ **Тригонометрийн функцийн “үет" чанар**

Тогтмол интервал эсвэл үеэр утгуудаа давтдаг математик функцийг үечилсэн функц гэнэ. Өөрөөр хэлбэл, x-ийн бүх утгын хувьд f(x+p) = f(x) байх эерэг p тоо байвал f(x) функц нь үечилсэн байна. Хамгийн бага ийм эерэг тоог p функцийн үе гэж нэрлэдэг. Хэрэв функц үечилсэн бол хязгааргүй тооны үетэй болно. *Тиймээс тригонометрийн функцууд нь үечилсэн функцууд юм.*

$$\sin(\theta+2\pi n)=\sin\theta$$

$$\cos(\theta+2\pi n)=\cos\theta$$

$$\tan(\theta+2\pi n)=\tan\theta$$

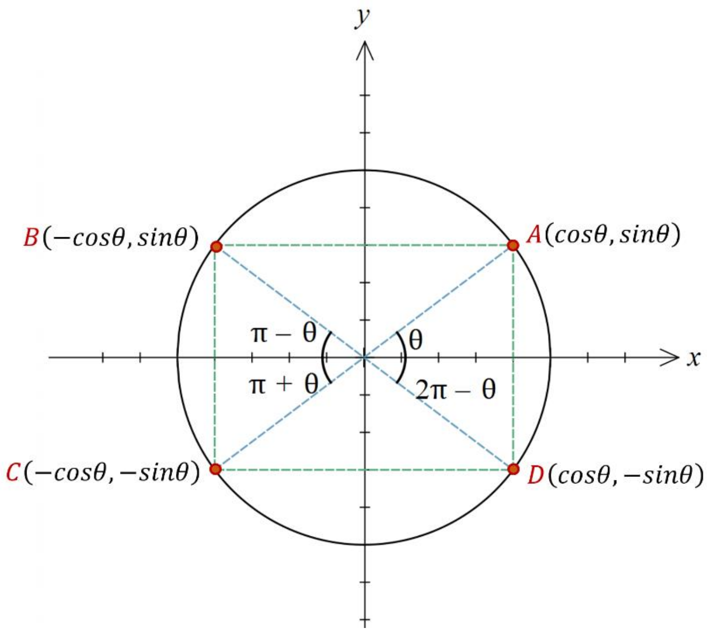
$$\csc(\theta+2\pi n)=\csc\theta$$

$$\sec(\theta+2\pi n)=\sec\theta$$

$$\cot(\theta+2\pi n)=\cot\theta$$

Тригонометрийн функцийн эмхэтгэлийн томъёо

Энэ зургаас харахад:



cosθ=cos(2π-θ)

-cos(θ)=cos(π-θ)

-cos(θ)=cos(π+θ)

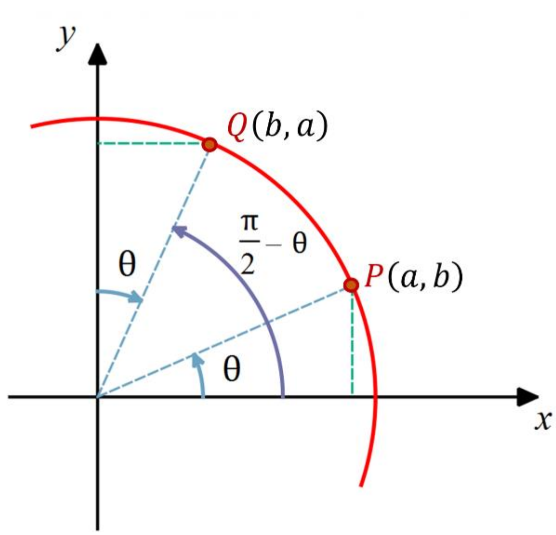
sinθ=-sin(2π-θ)

sin(θ)=sin(π-θ)

-sin(θ)=sin(π+θ)

1 дүгээр мөчид өнцгүүдийн тригонометрийн функцүүдийн хоорондын хамаарлыг авч үзье.

тайлбар 2



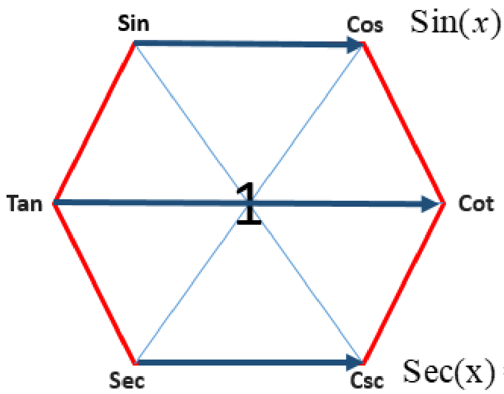
Q(b,a)=Q$\left(Qcos\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right), sin\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)\right)$

Q(a,b)=Q$(Qcos\theta, sin\theta)$

Эндээс: b= $cos\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right) = sin\theta$

a= $sin\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right) = cos\theta$

<u>Зөв зургаан өнцөгт ашигласан тайлбар 2</u>



$$\mathrm{Sin}(x) = \mathrm{Cos}(90^0 - x)$$

$$\mathrm{Tan}(x) = \mathrm{Cot}\ (90^0\text{-}x)$$

$$\mathrm{Sec}(x) = \mathrm{Csc}\ (90^0\text{-}x)$$

Эдгээрийг тооцоолж эмхэтгэлийн томъёоны дараах хүснэгтийг зохиож болно.

	sin	cos	tan	csc	sec	cot
$-\theta$	$-\sin\theta$	$\cos\theta$	$-\tan\theta$	$-\csc\theta$	$\sec\theta$	$-\cot\theta$
$\pi/2-\theta$	$\cos\theta$	$\sin\theta$	$\cot\theta$	$\sec\theta$	$\csc\theta$	$\tan\theta$
$\pi/2+\theta$	$\cos\theta$	$-\sin\theta$	$-\cot\theta$	$\sec\theta$	$-\csc\theta$	$-\tan\theta$
$\pi-\theta$	$\sin\theta$	$-\cos\theta$	$-\tan\theta$	$\csc\theta$	$-\sec\theta$	$-\cot\theta$
$\pi+\theta$	$-\sin\theta$	$-\cos\theta$	$\tan\theta$	$-\csc\theta$	$-\sec\theta$	$\cot\theta$
$3\pi/2-\theta$	$-\cos\theta$	$-\sin\theta$	$\cot\theta$	$-\sec\theta$	$-\csc\theta$	$\tan\theta$
$3\pi/2+\theta$	$-\cos\theta$	$\sin\theta$	$-\cot\theta$	$-\sec\theta$	$\csc\theta$	$-\tan\theta$
$2\pi-\theta$	$-\sin\theta$	$\cos\theta$	$-\tan\theta$	$-\csc\theta$	$\sec\theta$	$-\cot\theta$
$2\pi+\theta$	$\sin\theta$	$\cos\theta$	$\tan\theta$	$\csc\theta$	$\sec\theta$	$\cot\theta$

Жишээ 1 *(SAT – шалгалтын бодлого)*

Example:

If cot x = -5/12, x lies in the fourth quadrant, then find the value of cosec x.

Solution:

Given,

cot x = -5/12

We know that,

$\text{cosec}^2 x - \cot^2 x = 1$

$\text{cosec}^2 x = 1 + \cot^2 x$

$= 1 + (-5/12)^2$

= 1 + (25/144)

= (144 + 25)/144

= 169/144

cosec x = √(169/144) = ±13/12

Given that x lies in the fourth quadrant and cosec x is negative in the fourth quadrant.

Therefore, cosec x = -13/12

Similarly, we can solve various types of trigonometry problems quickly. These are useful in determining the values of trigonometry functions which are dependent on other functions and trigonometry angles also.

Хөрвүүлсэн нь $\cot x = -\frac{5}{12}$ ба x нь 4-р мөчид байгаа бол $cosec\ x$ ол.

Бодолт

$$cosec^2x - cot^2x = 1 \;\; cosecx = \pm\frac{13}{12} \;\; x\ 4 - \text{р мөчид байгаа тул} \;\; cosecx = -\frac{13}{12}$$

Багш танд ажлын амжилт хүсье.