Problema 1

- Solución implícita curva $x^2+y^2=4$

- Identifique una solución explicita de su PVI.
- Parametrice en Geogebra un punto que se mueva sobre la curva, iniciando en el punto del PVI y moviendose en el mismo sentido de las manecillas del reloj.

$$x^2+y^2=4 \quad \text{(derivamos implicitamente)}$$

$$2x+2y\frac{dy}{dx}=0$$

$$2y\frac{dy}{dx}=-2x$$

$$\frac{dy}{dx}=\frac{-\cancel{2}x}{\cancel{2}y}$$

$$\boxed{\frac{dy}{dx}=-\frac{x}{y}}$$

$$\text{PVI}: \quad \frac{dy}{dx}=-\frac{x}{y} \qquad y(0)=2.$$

a) solución explicita.
Hacemos explicita la solución despejando "y"

$$y^2=4-x^2$$

$$y=\sqrt{4-x^2} \longrightarrow \boxed{\text{si } x=0;\ y=2.\ \text{Por tanto } y(0)=2}$$

$$\frac{dy}{dx}=\frac{-\cancel{2}x}{\cancel{2}\sqrt{4-x^2}}=\frac{-x}{\sqrt{4-x^2}}$$

b) Parametrización $x^2+y^2=4$

$$4 \rightarrow \boxed{r=2}$$

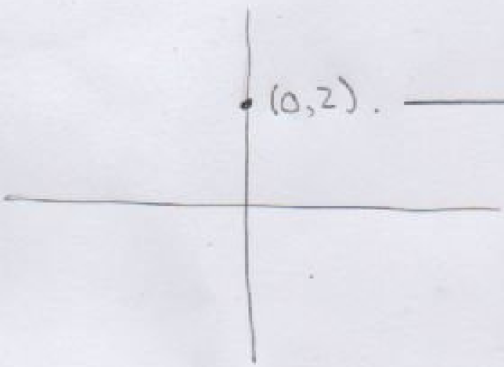
$$x = r\,\text{sen}\,c$$
$$y = r\cos c$$

$$x = 2\,\text{sen}\,c \longrightarrow \text{deslizador}$$
$$y = 2\cos c$$

Entonces:

Punto A: $(2\,\text{sen}\,c,\ 2\cos c)$

siendo "c". un deslizador desde 0 hasta 2π



$\longrightarrow (2r\,\text{sen}\,0,\ 2r\cos 0)$

Problema 2

a) $(x^2-9)y' + xy = 0$, $y(0) = 1$

$(x^2-9)y' = -xy$; $y(0) = 1$

$$y' = -\frac{xy}{x^2-9}$$

$f(x,y) \longrightarrow$ DOM $= \{(x,y) \in R^2 / x \neq 3 \wedge x \neq -3\}$

• solución gráfica : GeoGebra

• b) Por el teorema de existencia y unicidad:

$f(x,y) = -\frac{xy}{x^2-9}$ DOM: $\{(x,y) \in R^2 / x \neq 3 \wedge x \neq -3\}$

$\frac{\partial f}{\partial y} = -\frac{x}{x^2-9}$ DOM: $\{(x,y) \in R^2 / x \neq 3 \wedge x \neq -3\}$.

Por tanto alrededor del punto $(0,1)$ existe una región R para la cual f y f_y son continuas, así que se garantiza existencia y unicidad alrededor de $x = 0$.

c) De los literales anteriores despejamos $\frac{dy}{dx}$ y obtuvimos.

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{xy}{x^2-9}$$ (EDO separable)

$$\frac{1}{y}\,dy = -\frac{x}{x^2-9}\,dx$$ (integramos a ambos lados).

$$\ln|y| = -\frac{1}{2}\ln|x^2-9| + C$$

$$e \qquad e$$

$$y = e^{-\frac{1}{2}\ln|x^2-9|} \cdot e^{c} \rightarrow e^{c} = C$$

$$y = (x^2-9)^{-1/2} \cdot C$$

$$y = \frac{C}{\sqrt{x^2-9}} \quad \boxed{\text{si } -3 < x < 3}$$

$$\boxed{y = \frac{C}{\sqrt{9-x^2}}}$$

Reemplazando para $y(0)=1$

$$1 = \frac{C}{\sqrt{9-0^2}} \longrightarrow \boxed{C=3}$$

Portanto; la función solución que pasa por $(0,1)$ es:

$$y = \frac{3}{\sqrt{9-x^2}}$$ → Coincide con la solución encontrada en la vista GeoGebra con el campo de direcciones