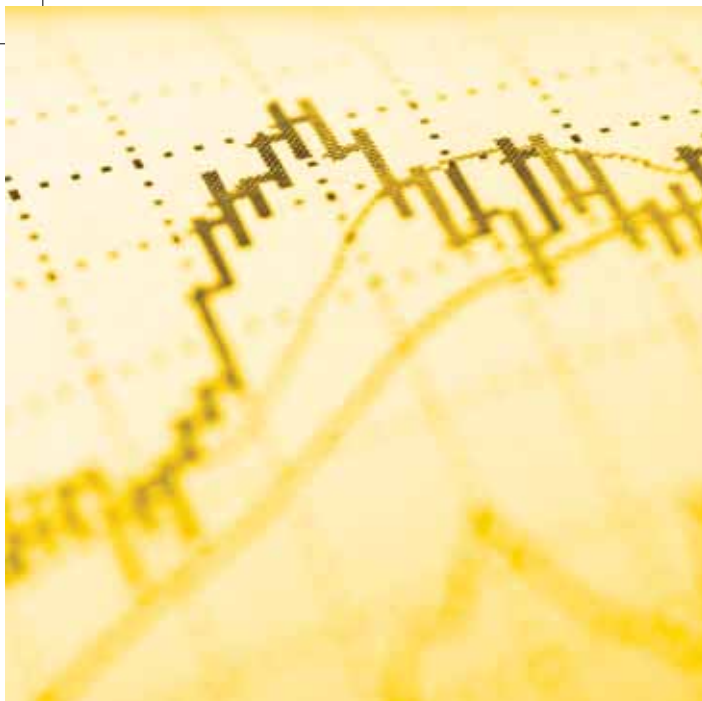




Recordes què és...?

Coordenades d'un punt

Un punt del pla és definit per un parell ordenat de nombres. La primera coordenada és l'abscissa del punt, la segona coordenada és l'ordenada del punt.

Constant de proporcionalitat

És el quocient de qualsevol de les raons que intervenen en una proporció.

Magnituds directament proporcionals

Dues magnituds són directament proporcionals si en multiplicar una d'elles per un nombre, la quantitat corresponent de l'altra queda multiplicada pel mateix nombre.

Discussió d'un sistema d'equacions

Segons el nombre de solucions un sistema d'equacions pot ser:

SISTEMA D'EQUACIONS	COMPATIBLE	DETERMINAT (amb solució única)
		INDETERMINAT (infinites solucions)
	INCOMPATIBLE (no té solució)	



FUNCIONS LINEALS

Com s'ha vist en la unitat anterior, totes les funcions tenen una gràfica associada amb característiques diferents.

Així, per exemple, la gràfica associada a la relació entre el costat d'un quadrat i la seua àrea és diferent de la gràfica que representa la distància que recorre una roda en funció del nombre de voltes que dona.

En aquesta unitat estudiarem les característiques de les funcions més senzilles que són les funcions lineals i afins. Aquestes funcions representen les relacions entre magnituds directament proporcionals.

Els objectius d'aquesta Unitat són:

- **Analitzar les funcions lineals i afins.**
- **A partir de les gràfiques, estudiar la posició relativa de rectes en el pla i la seua aplicació a la resolució de sistemes d'equacions.**

LA FUNCIÓ LINEAL

La bicicleta d'Elena avança 100 cm per cada volta de les rodes. Si volem conèixer la distància que recorre en funció del nombre de voltes de les rodes, s'elabora la taula de valors corresponent. Així s'obté:

Nombre de voltes	1	2	2,5	3	4	4,5	5	6	6,5
Distància recorreguda (cm)	100	200	250	300	400	450	500	600	650

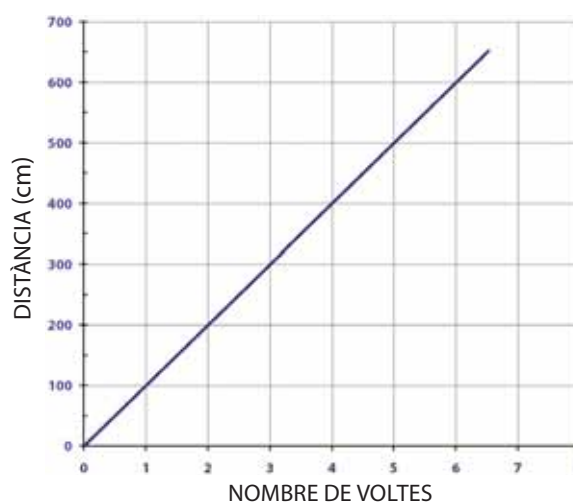
La distància recorreguda i el nombre de voltes de les rodes són dues magnituds directament proporcionals perquè el quocient

$$\frac{\text{«distància recorreguda»}}{\text{«nombre de voltes»}}$$

és constant. La constant de proporcionalitat és 100.

Aquesta relació de proporcionalitat directa es pot expressar mitjançant una funció en què la variable independent x és el nombre de voltes que donen les rodes i la variable dependent y és la distància recorreguda.

La funció és $y = 100x$



La gràfica és una recta que passa per l'origen de coordenades.

Les relacions de proporcionalitat directa entre dues magnituds x i y es poden expressar com a funcions d'expressió algebraica $y = mx$. S'anomenen **funcions lineals**.

La gràfica d'una funció lineal és una recta que passa per l'origen de coordenades.

@ Web

http://descartes.cnice.mec.es/Analisis/familias_funciones/Funciones_lineales.htm

S'estudien les funcions de proporcionalitat directa a través d'un text, la gràfica i la fórmula.

@ Web

http://descartes.cnice.mec.es/Analisis/funciones_lineal_afin_cte_asmc/ASC92_APLIC.htm

Es mostra en distintes escenes la funció lineal, la fórmula i el pendent.

@ Web

http://descartes.cnice.mec.es/Analisis/funciones_primer_grado_mcmh/funcionlineal.htm

Com en l'anterior, es mostra la funció lineal, la gràfica i la fórmula i s'estudia el pendent.

Exercicis

1 Una màquina envasadora d'una fàbrica de refrescos ompli ampelles en la proporció indicada en la taula. Obtingues la funció lineal associada i representa'n la gràfica.

Temps	2 hores	4 hores	8 hores
Nombre d'ampelles	250	500	1 000

2

CARACTERÍSTIQUES DE LA FUNCIO LINEAL

La gràfica de la funció lineal $y = mx$ és una recta que passa per l'origen de coordenades.



$$y = -3x$$



$$y = 2x$$

Les gràfiques de les funcions $y = -3x$ i $y = 2x$ són rectes que passen per l'origen de coordenades. En els dos casos la variable independent i la variable dependent prenen qualsevol valor. Per tant el domini i el recorregut són tots els nombres, és a dir, tota la recta numèrica.

Les funcions lineals són **contínues**.

En la gràfica de la funció $y = -3x$ s'observa que en augmentar el valor de la variable independent, disminueix el valor de la variable dependent, és a dir, $y = -3x$ és una **funció decreixent**.

En la funció $y = 2x$, en augmentar el valor de la variable independent augmenta el valor de la variable dependent, és a dir, $y = 2x$ és una **funció creixent**.

Si $f(x) = -3x$ i $g(x) = 2x$, obtenim:

$$\begin{aligned} f(-x) &= (-3) \cdot (-x) = 3x = -f(x) \\ g(-x) &= 2 \cdot (-x) = -2x = -g(x) \end{aligned}$$

Ambdues són funcions **imparelles o simètriques respecte de l'origen de coordenades**.

En la funció lineal $y = mx$, el coeficient m s'anomena **pendent**. Expressa l'augment o la disminució de la variable dependent per cada unitat de la variable independent.

En la funció $y = -3x$, el pendent és -3 . Per cada unitat de la variable independent, la variable dependent disminueix 3 unitats.

En la funció $y = 2x$, el pendent és 2 per cada unitat de la variable x , la variable y augmenta 2 unitats.

Web @

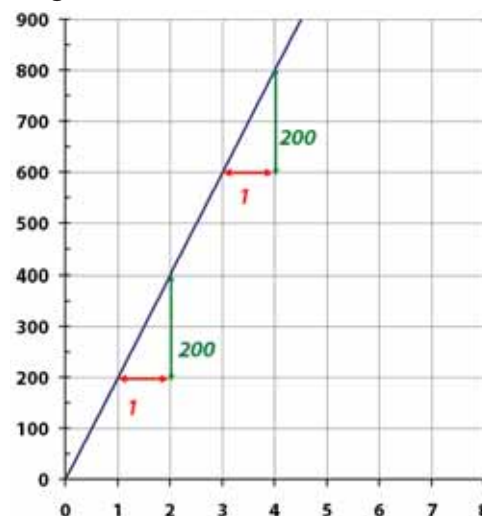
http://descartes.cnice.mec.es/3_eso/Funcion_lineal/Propiedades_de_las_funciones_lineales_I.htm

Es mostren les propietats de la funció lineal estudiant-ne el creixement en funció del pendent.

Web @

http://descartes.cnice.mec.es/3_eso/Funcion_lineal/Propiedades_de_las_funciones_lineales_III.htm

S'estudien les característiques de les funcions lineals en funció del valor del pendent.



Exercicis

2 Dibuixa les funcions lineals i indica'n les característiques.

a) $y = -4x$

b) $y = \frac{2}{5}x$

c) $y = -x$

LA FUNCIÓ AFÍ

En el rebut del consum mensual d'aigua d'una casa apareixen els preus dels conceptes següents:

- Per distribució, depuració i altres conceptes: 10 €.
- Per m³ d'aigua consumida: 3 €.

Si volem conèixer la factura en funció dels metres cúbics d'aigua consumida, elaborem la taula de valors:

Metres cúbics d'aigua consumida	1	3	5	10	15	...	x
Preu de la factura sense IVA	13	19	25	40	55	...	$3x + 10$

La relació entre els m³ d'aigua consumida (x) i el preu de la factura (y) es pot expressar mitjançant la funció $y = 3x + 10$, la gràfica de la qual és:



La gràfica de la funció és una recta que passa pel punt de coordenades (0, 10). El pendent de la recta és 3. La imatge de 0 és 10. A aquest valor se l'anomena ordenada en l'origen.

@ Web

http://descartes.cnice.mec.es/Analisis/funciones_lineal_afin_cte_asmc/ASC92_APLIC2.htm

Es mostra la fórmula, la gràfica i les característiques principals.

Les funcions l'expressió algebraica de les quals és $y = mx + n$, $n \neq 0$ s'anomenen **funcions afins**.

La seua gràfica és una recta que passa pel punt de coordenades (0, n). El coeficient **m** representa la **inclinació** o el **pendent** de la recta.

Exercicis

3 Dibuixa, utilitzant els mateixos eixos de coordenades, les funcions:

- a) $y = 3x$ b) $y = 3x + 2$ c) $y = 3x - 4$

Quina és la posició relativa de les tres rectes? Razona la resposta.

4 Representa les funcions afins:

- a) $y = -x + 2$ b) $y = \frac{3}{2}x + 1$ c) $y = -\frac{1}{2}x - 2$

5 Dibuixa la gràfica d'una funció afí amb ordenada en l'origen 5 i pendent -2 . Quina és la seua expressió algebraica?

6 Quines característiques té la funció $y = 2x - 1$

7 Dibuixa la gràfica d'una funció afí d'igual pendent que la bisectriu del primer quadrant i ordenada en l'origen 3.

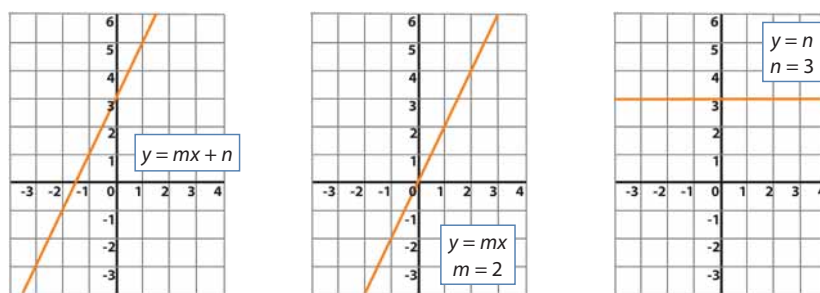
4

EQUACIÓ DE LA RECTA

Les gràfiques de la funció lineal i afí són rectes. L'expressió algebraica de la funció afí $y = mx + n$ és la que s'utilitza en general com a equació d'una recta.

Si l'ordenada en l'origen és $n = 0$, l'equació $y = mx$ representa una recta que passa per l'origen de coordenades.

Si el pendent és $m = 0$, l'equació $y = n$ representa una recta horitzontal que passa pel punt de coordenades $(0, n)$.



L'equació de la recta en el pla és $y = mx + n$.

El pendent de la recta és m .

L'ordenada en l'origen de coordenades és n .

Una equació de primer grau amb dues incògnites també representa una recta.

Exemple 1

En l'equació $2x + 3y = 5$, si s'aïlla y en funció de x es transforma en $y = mx + n$.

$$2x + 3y = 5 \Leftrightarrow 3y = -2x + 5 \Leftrightarrow y = -\frac{2}{3}x + \frac{5}{3}$$

El pendent de la recta és $m = -\frac{2}{3}$.

L'ordenada en l'origen és $n = \frac{5}{3}$.

Web @

http://descartes.cnice.mec.es/3eso/Funcion_afin/Ejercicios_amb_funciones_afines%20I.htm

De primer es mostra l'equació d'una recta i després es calcula aqueixa equació.

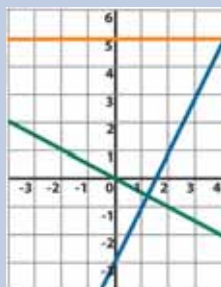
Exercicis

8 Relaciona les equacions de rectes amb la gràfica corresponent:

a) $y = 5$

b) $y = -\frac{1}{2}x$

c) $4x - 2y = 6$



9 Transforma l'equació $2(x - 1) + 5y = 7$ de manera que s'expressi de la forma $y = mx + n$.

OBTENCIÓ DE L'EQUACIÓ DE LA RECTA

Una recta queda determinada per dos punts o per un punt i el seu pendent. L'obtenció de la seua equació en cada cas es fa tenint en compte l'expressió algebraica $y = mx + n$.

A

EQUACIÓ DE LA RECTA SI ES CONEIXEN LES COORDENADES D'UN PUNT I EL SEU PENDENT

Exemple 2

Troba l'equació de la recta que passa pel punt de coordenades (2, 4) i té pendent 3.

En l'equació $y = mx + n$ es coneix el pendent $m = 3$, per tant l'equació és: $y = 3x + n$.

Com que la recta passa pel punt (2, 4), les coordenades del punt compleixen l'equació, és a dir, $4 = 3 \cdot 2 + n$

Aïllant n es té que $n = -2$.

L'equació de la recta és $y = 3x - 2$

B

EQUACIÓ DE LA RECTA QUE PASSA PER DOS PUNTS

Exemple 3

Troba l'equació de la recta que passa pels punts de coordenades (-2, -1) i (1, -7).

Es considera l'equació de la recta $y = mx + n$. Els punts (-2, -1) i (1, -7) pertanyen a ella, per tant compliran l'equació.

$$\begin{cases} -1 = -2m + n \\ -7 = m + n \end{cases}$$

Es resol el sistema per obtenir el valor de m i n

$$\begin{cases} n = -1 + 2m \\ n = -7 - m \end{cases} \Leftrightarrow -1 + 2m = -7 - m \Leftrightarrow 6 = -3m \Leftrightarrow m = -2$$

Si $m = -2$, substituint en qualsevol de les equacions s'obté que $n = -5$.

L'equació de la recta que passa pels dos punts donats és:

$$y = -2x - 5$$

@ Web

http://descartes.cnice.mec.es/3_eso/Funcion_afin/Ejercicios_amb_funciones_afines%20I.htm

Es calcula l'equació d'una recta coneixent el pendent i un punt per on passa.

@ Web

http://descartes.cnice.mec.es/3_eso/Funcion_afin/Ejercicios_amb_funciones_afines%20II.htm

S'explica com obtenir l'equació de la recta coneixent dos punts per què passa.

Exercicis

10 Obtingues l'equació de la recta que té pendent 2 i passa pel punt (-1, -1).

11 Obtingues l'equació de la recta que passa pels punts (1, -1) i (2, 4).
Calcula dos punts de la recta.

12 Donats els punts A(0, 4), B(2, -8).

- Calcula l'equació de la recta que passa per A i B.
- El punt (-1, 10), pertany a la recta?
- Calcula l'equació d'una recta amb el mateix pendent que l'obtinguda, l'ordenada en l'origen de la qual siga -3.

POSICIÓ RELATIVA DE DUES RECTES

Dues rectes en el pla poden ser *secants*, *paral·leles* o *coincidentes*.

Rectes secants

Si les rectes són secants es tallen en un punt. Les coordenades del punt d'intersecció s'obtenen resolent el sistema format per les equacions de les dues rectes.

Exemple 4

Troba el punt d'intersecció de les rectes r i s d'equacions:

$$r: 2x + y = 5$$

$$s: 4x - y = 1$$

Per obtenir el punt d'intersecció es resol el sistema format per les equacions de les rectes:

$$\begin{cases} 2x + y = 5 \\ 4x - y = 1 \end{cases}$$

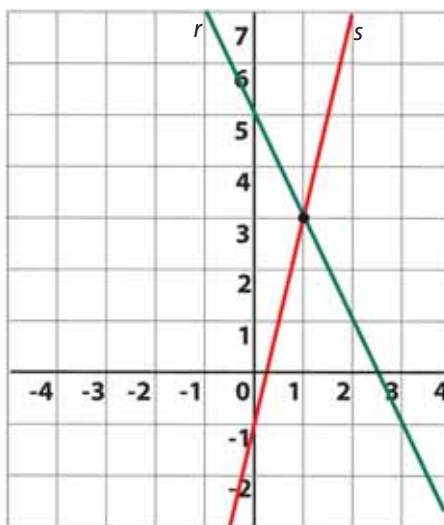
Utilitzem el mètode de reducció per obtenir la solució del sistema:

$$\begin{array}{rcl} \begin{cases} 2x + y = 5 \\ 4x - y = 1 \end{cases} \\ \hline 6x = 6 \Leftrightarrow x = 1 \end{array}$$

Se substitueix el valor de x en la primera equació per obtenir el valor de y :

$$2 \cdot 1 + y = 5 \Leftrightarrow y = 3$$

El punt d'intersecció de les rectes r i s és $(1, 3)$.



Si representem les rectes utilitzant un sistema de coordenades cartesianes es comprova que les rectes es tallen en el punt $(1, 3)$.

Web @

http://descartes.cnice.mec.es/3_eso/Funcion_lineal/Propiedades_de_las_funciones_lineales_II.htm

Es mostra com estudiar si un punt pertany o no a una recta.

Web @

http://descartes.cnice.mec.es/Algebra/Resolucion_grafica_sistemas_ecuaciones/Resolucion_grafica_sistemas.htm

Es mostra la resolució gràfica d'un sistema de dues equacions amb dues incògnites, però s'explica que la solució és el punt de tall de les rectes que formen el sistema.

Si un sistema de dues equacions de primer grau amb dues incògnites és **compatible determinat**, les rectes que determinen són **secants**.

Rectes paral·leles

Si les dues rectes són paral·leles, el sistema format per les equacions de les dues rectes no té solució.

Exemple 5

Troba el punt d'intersecció de les rectes r i s d'equacions:

$$r: 2x - y = 5$$

$$s: 4x - 2y = 6$$

Per obtenir el punt d'intersecció es resol el sistema format per les equacions de les rectes:

$$\begin{cases} 2x - y = 5 \\ 4x - 2y = 6 \end{cases}$$

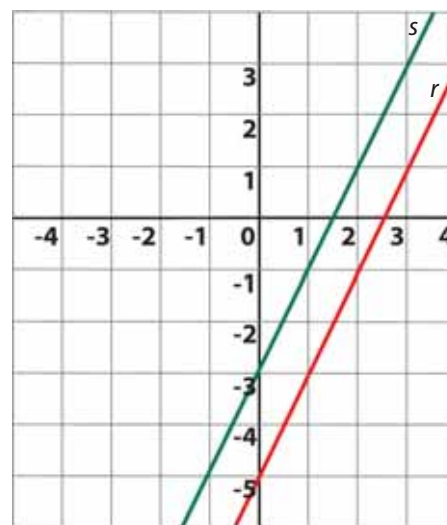
Utilitzem el mètode d'igualació per obtenir la solució del sistema:

$$\begin{cases} 2x - y = 5 \\ 4x - 2y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x - 5 \\ y = \frac{-4x + 6}{-2} \end{cases} \Leftrightarrow 2x - 5 = \frac{-4x + 6}{-2}$$

$$-4x + 10 = -4x + 6 \Leftrightarrow 4x - 4x = 6 - 10 \Leftrightarrow 0x = -4$$

Rotular les rectes amb la inicial corresponent r o s .
El sistema no té solució. Les rectes són paral·leles.

Si representem les rectes utilitzant un sistema de coordenades cartesianes es comprova que les rectes són paral·leles.



Si les equacions de les rectes r i s s'expressen en la forma $y = mx + n$ es comprova que tenen el mateix pendent i distinta ordenada en l'origen.

$$r: 2x - y = 5 \Leftrightarrow y = 2x - 5$$

$$s: 4x - 2y = 6 \Leftrightarrow y = 2x - 3$$

@ Web

http://descartes.cnice.mec.es/Algebra/sist_ecu_mdp/unidad_didactica.htm

Es resolen sistemes d'equacions, però s'explica gràficament que quan no té solució es tracta de rectes paral·leles.

Si un sistema de dues equacions de primer grau amb dues incògnites és **incompatible**, les rectes que determinen són **paral·leles**.

Rectes coincidents

Si les dues rectes són coincidents, el sistema format per les equacions de les dues rectes té infinites solucions.

Exemple 6

Troba el punt d'intersecció de les rectes r i s d'equacions:

$$r: 2x - y = 5$$

$$s: 4x - 2y = 10$$

Per obtenir el punt d'intersecció es resol el sistema format per les equacions de les rectes:

$$\begin{cases} 2x - y = 5 \\ 4x - 2y = 10 \end{cases}$$

Utilitzem el mètode de substitució per obtenir la solució del sistema:

$$\begin{cases} -4x + 2y = -10 \\ 4x - 2y = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{4x - 10}{2} \\ 4x - 2y = 10 \end{cases} \Leftrightarrow 4x - 2 \cdot \frac{4x - 10}{2} = 10$$

$$4x - 4x + 10 = 10 \Leftrightarrow 0x = 0$$

És un sistema amb infinites solucions. Les dues rectes són coincidents.

Si representem les rectes utilitzant un sistema de coordenades cartesianes es comprova que les dues equacions representen la mateixa recta.

Web @

http://descartes.cnice.mec.es/Algebra/sist_ecu_mdpl/unidad_didactica.htm

També en aquesta pàgina i en la mateixa escena, es diu que si el sistema té infinites solucions, les rectes són coincidents.

En l'escena es poden introduir les equacions de diferents sistemes i comprovar com són les rectes que el formen.

CD 

En la pestanya **Activitats/ Exercicis mode examen/ Unitat 8**, trobaràs diversos exercicis interactius, per repassar la unitat.

Exercicis

13 Donades les rectes:

$$r: 3x - 2y = -1$$

$$s: 6x + y = 2$$

- Estudia la seua posició relativa.
- Representa les dues rectes en el mateix sistema de coordenades cartesianes.

14 Donades les rectes:

$$r: 3x - 2y = -1$$

$$s: -9x + 4y = 6$$

- Estudia la seua posició relativa.
- Representa les dues rectes en el mateix sistema de coordenades cartesianes.

15 Donada la recta d'equació

$$r: y = 5x - 4$$

- Escriu l'equació d'una recta paral·lela a r .
- Escriu l'equació d'una recta secant a r .
- Escriu l'equació d'una recta coincident amb r .

16 Donada la recta d'equació

$$y = 3x - 5,$$

escriu l'equació de la recta paral·lela:

- Que passa per l'origen de coordenades.
- Que passa pel punt de coordenades (0, 6).
- D'ordenada en l'origen 9.

8

EXERCICIS RESOLTS

1 Determina l'equació de la recta $s: y = mx + n$, sabent que talla la recta $r: 3x + 4y = 7$ en el punt de coordenades $(1, 1)$ i l'ordenada en l'origen és 3.

Dades conegudes

Punt d'intersecció de les dues rectes: $(1, 1)$

L'ordenada en l'origen de la recta s , $n = 3$

Incògnita

El pendent m de la recta s .

Com que l'ordenada en l'origen és $n = 3$, l'equació de la recta s és:

$$y = mx + 3$$

Les coordenades del punt d'intersecció de les dues rectes verifiquen l'equació de la recta s : $1 = m \cdot 1 + 3$

El pendent és, doncs, $m = -2$

L'equació de la recta s és $y = -2x + 3$

2 Els punts $A(2, 3)$ i $C(8, 3)$ són les coordenades dels extrems de la diagonal major d'un rombe. Si un extrem de la diagonal menor és el punt $B(5, 2)$, es demana:

- Calcular les equacions de les rectes que determinen els costats del rombe.
- Calcular les coordenades del vèrtex D .

Dades conegudes

Un rombe és un quadrilàter de costats oposats paral·lels i iguals.

Les coordenades dels vèrtexs A , B i C .

Incògnites

Coordenades del vèrtex D .

Equacions dels costats AB , BC , CD i DA .

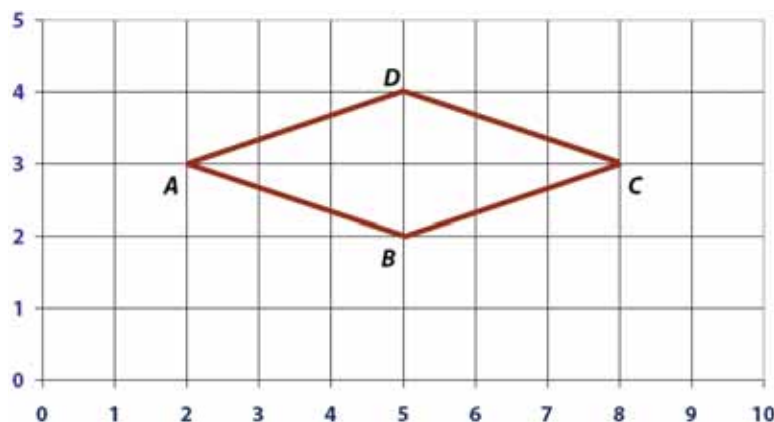
Per determinar les equacions dels costats AB i BC es té en compte que són rectes que passen per dos punts de coordenades conegudes.

Com que l'equació d'una recta és $y = mx$, si la recta AB passa pels punts $A(2, 3)$ i $B(5, 2)$ es té el sistema:

$$\begin{cases} 3 = 2m + n \\ 2 = 5m + n \end{cases}$$

Resolent pel mètode de reducció s'obté:

$$m = -\frac{1}{3} \text{ i } n = \frac{11}{3}$$





L'equació de la recta que passa pels punts A i B és $y = -\frac{1}{3}x + \frac{11}{3}$

Com que la recta BC passa pels punts $B(5, 2)$ i $C(8, 3)$ es té el sistema:

$$\begin{cases} 2 = 5m + n \\ 3 = 8m + n \end{cases}$$

Resolent pel mètode de reducció s'obté:

$$m = \frac{1}{3} \text{ y } n = \frac{1}{3}$$

L'equació de la recta que passa pels punts B i C és $y = \frac{1}{3}x + \frac{1}{3}$

La recta determinada pel costat AD és paral·lela a la recta determinada pel costat BC . Els seus pendents són iguals.

L'equació de la recta determinada pel costat AD és $y = \frac{1}{3}x + n$. El valor de n s'obté tenint en compte que passa pel vèrtex A .

$$3 = \frac{1}{3} \cdot 2 + n \Leftrightarrow n = \frac{7}{3}$$

L'equació de la recta determinada pel costat AD és $y = \frac{1}{3}x + \frac{7}{3}$

De forma anàloga s'obté l'equació de la recta determinada pel costat CD .

Com que $y = -\frac{1}{3}x + n$ i passa pel punt $C(8, 3)$ es té $n = \frac{17}{3}$

L'equació de la recta que passa pels punts C i D és $y = -\frac{1}{3}x + \frac{17}{3}$

El vèrtex D és el punt de tall de les rectes AD i CD .

Per obtenir les coordenades del punt D es resol el sistema:

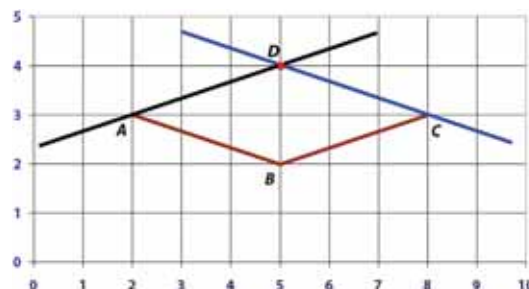
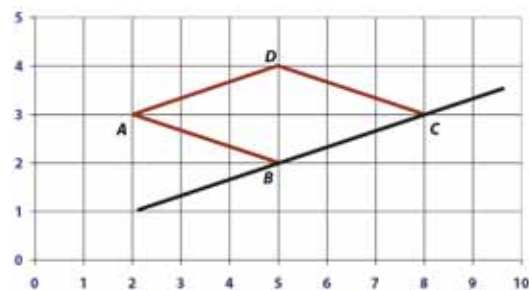
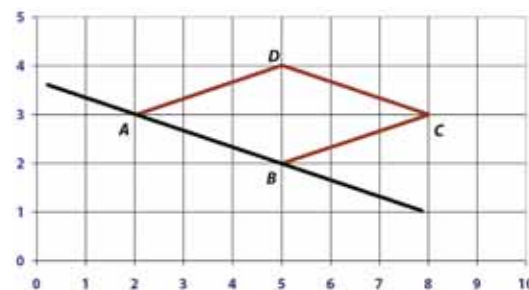
$$\begin{cases} y = \frac{1}{3}x + \frac{7}{3} \\ y = -\frac{1}{3}x + \frac{17}{3} \end{cases}$$

Pel mètode d'igualació:

$$\frac{1}{3}x + \frac{7}{3} = -\frac{1}{3}x + \frac{17}{3} \Leftrightarrow x + 7 = -x + 17 \Leftrightarrow x = 5$$

Si $x = 5$ substituïnt en una de les equacions del sistema $y = 4$.

El vèrtex D és el punt de coordenades $(5, 4)$.



8

EXERCICIS PROPOSATS

La funció lineal. Característiques

1 Representa les funcions lineals:

- a) $y = -5x$ b) $y = \frac{1}{4}x$ c) $y = 7x$
 d) $y = -\frac{2}{3}x$ e) $y = \frac{1}{5}x$ f) $y = \frac{4}{3}x$

2 Representa la funció lineal en els casos:

- a) Passa pel punt de coordenades (3, 5).
 b) Passa pel punt de coordenades (2, 4).

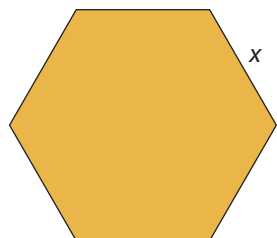
3 Comprova si els punts següents pertanyen a la gràfica de la funció lineal $y = \frac{2}{3}x$:

- a) A(0, 0) b) B(2, -8)
 c) C($\frac{2}{3}, \frac{1}{2}$) d) D($-\frac{1}{4}, \frac{1}{3}$) e) E($-\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}$)

4 Sabent que un litre de gasoli val 0,95 €, es demana:

- a) Construeix la taula de valors que relaciona els litres de gasoli consumits i el preu.
 b) Quina és la funció associada a la situació?
 c) Representa la funció.

5 La longitud del costat d'un hexàgon regular és x centímetres. Expressa el perímetre de l'hexàgon en funció de la longitud del costat. Representa la gràfica de la funció.



6 La gràfica d'una funció lineal passa pel punt P(-6, -3). Quin és el seu pendent?

7 Si el pendent d'una funció lineal és -2, la funció pot ser creixent?

8 La gràfica d'una funció lineal passa pel punt (-2, 4). Representa la funció i indica les seues característiques.

9 Un pelegrí camina a una velocitat de 4,5 km/h. Representa en uns eixos de coordenades cartesianes la gràfica de la funció que relaciona l'espai recorregut pel pelegrí amb el temps que empra a recórrer-lo.

Si en l'etapa que ha realitzat hui ha tardat 5 h 40 min, quina distància ha recorregut?



10 La velocitat de propagació del so en l'aire és de 340 m/s.

- a) Representa la gràfica de la funció que relaciona la distància recorreguda pel so en funció del temps.
 b) Si el temps que transcorre des que un observador veu un llamp fins que sent el tro és de 5 segons, a quina distància de l'observador està la tempesta?

La funció afí. Característiques

11 Representa la gràfica de les funcions:

- a) $y = \frac{2}{5}x + 2$ b) $y = -\frac{3}{2}x + 1$ c) $y = 2x - 6$

12 Indica quines funcions són lineals o afins i si són creixents o decreixents. Determina en cada cas el punt d'intersecció de la gràfica amb l'eix d'ordenades.

- a) $y = 3x - 2$ b) $y = -\frac{1}{2}x + 4$ c) $y = -4x$
 d) $y = \frac{2}{7}x$ e) $y = 4$ f) $y = -4$

13 Estudia les característiques de les funcions afins:

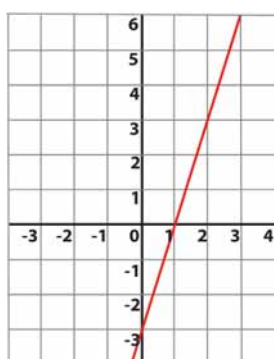
- a) $y = -x - 4$ b) $y = 3x + 1$ c) $y = -2x + 1$



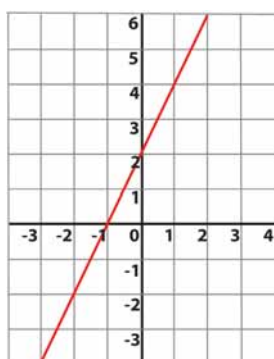
14 Associa cada funció amb la seua gràfica:

- a) $y = 3x - 3$ b) $y = 2x + 2$
 c) $y = -x + 4$ d) $y = -x$

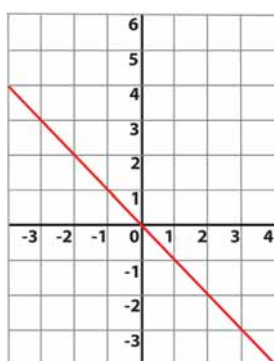
1)



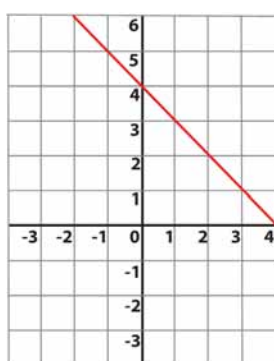
2)



3)

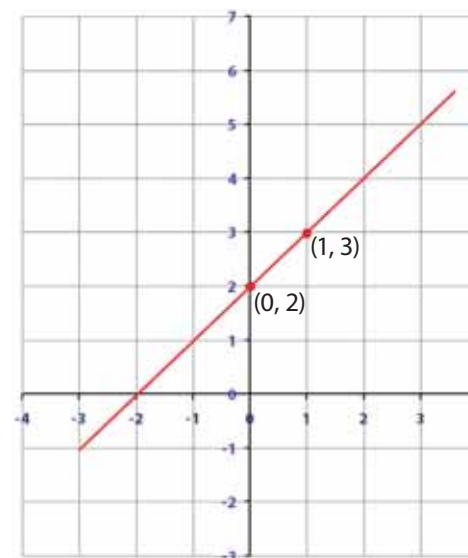


4)

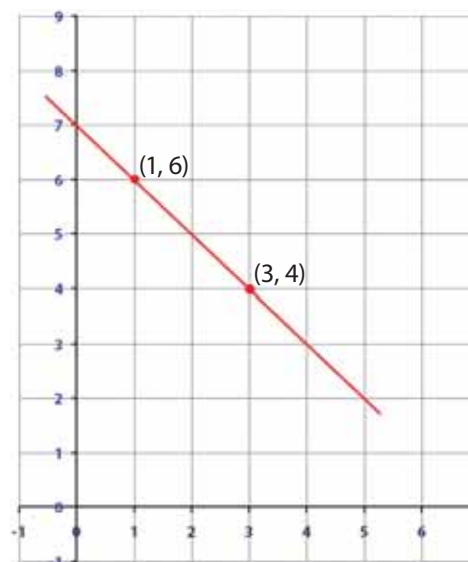


15 Obtingues la funció associada a cada una de les gràfiques següents:

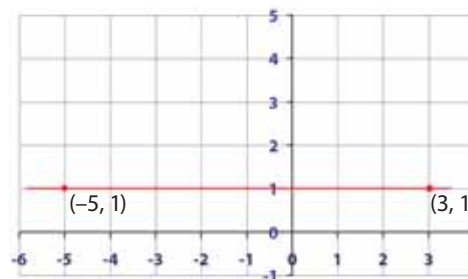
a)



b)



c)



8

EXERCICIS PROPOSATS

16 Donada la funció $y = \frac{2}{3}x - 2$, obtingues un punt de la gràfica situat en el primer quadrant i un altre situat en el tercer quadrant.

17 Descriu les característiques de les funcions:

- a) $y = -2x - 1$ b) $y = 3x - 6$

18 Quantes funcions afins tenen pendent -4 ? Razona la resposta.

19 Escriu una funció afí amb pendent -6 en cada un dels casos següents:

- a) Passa pels quadrants primer, segon i quart.
b) Passa pels quadrants segon, tercer i quart.

20 Els costats d'un quadrat de 4 centímetres de longitud s'augmenten x centímetres. Quina és la funció que relaciona el perímetre amb el costat del quadrat? Representa la gràfica de la funció.

21 La quota anual d'un club de muntanya és de 30 € i per assistir a cada excursió que s'organitza s'abonen 10 € per cobrir les despeses extraordinàries.

- a) Construeix una taula de valors per expressar la quantitat que paga cada soci en funció del nombre d'excursions que realitzi.
b) Representa gràficament els resultats obtinguts en la taula.
c) De quina classe és la funció associada a la situació? Per què?



22 Amb 80 m de filat es vol tancar un camp rectangular. Quina és l'expressió de la funció que relaciona la mesura dels costats del rectangle amb el perímetre?

23 La tarifa d'un taxi és 1,75 € per la baixada de bandera i 1,35 € per cada quilòmetre recorregut.

- a) Quin és el preu d'un viatge de 10 km?
b) Elabora una taula amb els preus que cal pagar segons els quilòmetres que es recorren.
c) Si es representa la gràfica associada a la situació, té sentit unir tots els punts obtinguts?

24 Un contracte de connexió a Internet costa 20 € mensuals més 0,60 € per cada hora de connexió.

- a) Quina quantitat ha de pagar un usuari que ha utilitzat el servei 15 hores en l'últim mes?
b) I si ha usat la connexió durant 10 h 35 min?
c) Representa la gràfica de la funció associada.



Equació de la recta

25 Esbrina si els punts $A(-1, 3)$, $B(1, 9)$ i $C(4, 2)$ pertanyen a la mateixa recta.

26 Troba l'equació de la recta que passa pels punts $(2, 5)$ i $(-2, 1)$.

27 Troba l'equació de la recta que té pendent $\frac{1}{3}$ i passa pel punt $(3, 1)$.

28 Troba l'equació de la recta de pendent $\frac{1}{3}$ i ordenada en l'origen 2.

29 Troba l'equació de la recta de pendent -5 i que passa pel punt $(2, -3)$.

30 Determina la recta que passa pels punts $A(4, 2)$ i $B(2, -2)$. Calcula el valor de m perquè el punt $(m, 6)$ pertanga a la recta.



31 ■■ Donat el triangle de vèrtexs $A(2, 4)$, $B(-2, -4)$ i $C(1, 1)$, determina:

- L'equació de les rectes que contenen els costats del triangle.
- L'equació de la recta que passa pel vèrtex C i és paral·lela al costat AB .

32 ■ Donades les taules de valors següents, indica quines d'elles representen una funció afí o lineal. En cas afirmatiu obtingues la seua expressió algebraica.

x	-3	-2	0	1	2
y	9	6	0	-3	-6

x	-3	-2	0	1	2
y	-1	1	5	7	9

33 ■ Calcula el pendent i l'ordenada en l'origen de les rectes les equacions de les quals són:

- a) $2x + 3y = 7$ b) $6x - 4y = -12$ c) $x + y = 3$

34 ■■ Els extrems de la diagonal major d'un quadrilàter són els punts $A(4, -1)$ i $C(4, -5)$. Un dels extrems de la diagonal menor és el punt $D(3, -3)$. Calcula:

- Les coordenades de l'extrem B de la diagonal menor.
- L'equació de les rectes determinades per les diagonals.
- Coordenades del punt de tall de les diagonals.

Posició relativa de dues rectes

35 ■ Indica quines rectes són paral·leles:

- a) $y = 3$ b) $y = -5x + 2$ c) $y = 21 - 5x$
d) $y = 7x$ e) $y = -5x$ f) $y = -5$
g) $y = -3 - 7x$ h) $2y = -10x - 2$

36 ■■ Troba l'equació de la recta en els casos següents:

- És paral·lela a la recta $r: y = 2x - 7$ i passa per l'origen de coordenades.
- És secant a la recta $r: y = 5x - 3$ en el punt $(1, 2)$ i té de pendent -2 .
- És coincident amb $r: y = 2x - 6$ i el coeficient de x és -6 .

37 ■ Determina la posició relativa de les rectes:

$$r: 2x + 3y = 7 \quad y \quad s: x - 6y = -4$$

38 ■ Determina el punt de tall de les rectes:

$$r: x - y = 3 \quad y \quad s: 2x + 5y = 13$$

39 ■■ Resol gràficament el sistema d'equacions:

$$\begin{cases} 3x - 2y = -7 \\ -5x - 2y = 5 \end{cases}$$

40 ■ Determina l'equació de la recta que passa pel punt $(1, 5)$ i és paral·lela a la recta d'equació $y = 2x - 6$.

41 ■■ Determina l'equació de la recta que passa pel punt $(4, 7)$ i és paral·lela a la recta d'equació $y = 2x - 3$.

42 ■■ Tres vèrtexs d'un quadrat són els punts $A(-1, 4)$, $B(-4, 1)$ i $C(-1, -2)$. Calcula:

- L'equació de les rectes que determinen cada un dels costats.
- Les coordenades del vèrtex D .

43 ■■ Determina les coordenades dels vèrtexs del triangle els costats de les quals estan sobre les rectes:

$$r: 2x - y = 0 \quad s: 2x + y = 2 \quad t: \frac{1}{2}x - y = 4$$

44 ■ Raona si són vertaderes o falses les afirmacions següents:

- La recta $y = 3x - 3$ talla la recta $y = -2x + 5$.
- Qualsevol recta paral·lela a $y = 3x - 3$ talla $y = -2x + 5$.
- Les funcions constants determinen rectes paral·leles.
- Les rectes $y = -3x + 3$ i $y = 3x + 3$ són paral·leles.

45 ■ Donades les equacions de dues rectes r i s , quines de les afirmacions següents són vertaderes o falses?

- Si en resoldre el sistema format per les equacions de r i s s'obté $0x = 0$, les dues rectes són paral·leles.
- Si en resoldre el sistema format per les equacions de r i s s'obté $6x = 0$, les rectes són coincidents.
- Si en resoldre el sistema format per les equacions de r i s s'obté $0x = 7$, les rectes són paral·leles.

8 PER A REPASSAR EN GRUP

Elabora amb el teu grup de treball un esquema amb els conceptes següents de la Unitat i posa un exemple de cada un d'ells.

CONCEPTE	DEFINICIÓ
Funció lineal	És una funció d'expressió algebraica: $y = mx$ La gràfica d'una funció lineal és una línia recta que passa per l'origen de coordenades.
Pendent d'una funció lineal	És el coeficient m. Expressa l'augment o la disminució de la variable dependent per cada unitat de la variable independent.
Funció afí	És una funció d'expressió algebraica: $y = mx + n, n \neq 0$ La gràfica d'una funció afí és una recta que passa pel punt de coordenades (0, n). El coeficient m representa la inclinació o el pendent de la recta.
Posició relativa de dues rectes en el pla	Rectes secants: Les dues rectes es tallen en un punt. El sistema format amb les equacions de les rectes és compatible determinat. Rectes paral·leles: Les dues rectes no es tallen. El sistema format amb les equacions de les rectes és incompatible. Rectes coincidents: El sistema format amb les equacions de les rectes és compatible indeterminat.

CURIOSITATS, JOCS I DESAFIAMENTS

LES FUNCIONS AFINES EN LA VIDA QUOTIDIANA

La temperatura es pot mesurar en graus Celsius (graus centígrads), graus Fahrenheit o en graus Kelvin. L'escala de mesura en graus Celsius és utilitzada en gran part del món, l'escala Fahrenheit en els països anglosaxons i l'escala Kelvin entre els científics.

Si s'indiquen les escales amb les lletres

C per a l'escala Celsius

F per a l'escala Fahrenheit

K per a l'escala Kelvin

la transformació d'unitats es fa mitjançant les funcions afins:

$$K = C + 273$$

$$F = 1,8 C + 32$$

D'aquesta manera es pot dir que el punt de congelació de l'aigua és:

$$0^{\circ} C \text{ o } 32^{\circ} F \text{ o } 273^{\circ} K$$

i el punt d'ebullició de l'aigua és:

$$100^{\circ} C \text{ o } 212^{\circ} F \text{ o } 373^{\circ} K$$

Hi ha més usos de les funcions afins per determinar les relacions entre les magnituds. Per exemple, es pot obtenir el pes que correspondria a una persona en funció de la seua alçada. La relació entre les dues magnituds ve donada per la funció afí:

$$y = \frac{3}{4}x - \frac{250}{4} \text{ (x és l'alçada en cm)}$$

Utilitzant aquesta funció pots calcular el pes que correspondria a la teua alçada.

DESAFIAMENT MATEMÀTIC

Quan una empresa fabrica un determinat article per llançar-lo al mercat, prèviament ha fet un estudi de l'oferta que hauria de fer-se per cobrir la demanda d'aqueix article per part dels consumidors. Açò és així perquè si el preu d'un producte és alt, encara que deixi més marge de guanys té menys compradors. I, al contrari, si el preu és més baix tindrà més compradors però hi haurà menor marge de guanys.

A les empreses els interessa que la demanda del producte estiga d'acord amb l'oferta perquè no hi haja pèrdues econòmiques. Per això, estudien la relació *oferta-preu* i *demanda-preu* buscant el punt d'equilibri per aconseguir els màxims beneficis.

Imagina que una empresa fabrica reproduccions de pel·lícules en DVD.

L'oferta ve donada per la funció $y = \frac{x}{200} + 10$, on y és el preu en euros i x el nombre de pel·lícules oferides.

La demanda ve donada per la funció $y = \frac{x}{50} + 10$, on y és el preu en euros i x el nombre de pel·lícules demanades.

Quin és el punt d'equilibri entre l'oferta i la demanda?

Fes un estudi conjunt d'ambdues funcions afins i trau les conclusions més oportunes.

