

### 3 Curvas y superficies de Bézier.

- **Curvas de Bézier**

De forma geométrica se construyen de forma idéntica a como se hace en el plano.

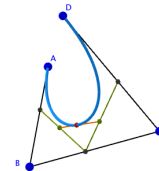
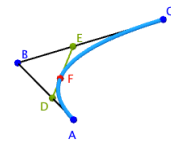
La expresión algebraica de la curva Bézier de grado 2 es:

$$b(t) = \text{Curva}(A t^2 + 2B t(1-t) + C(1-t)^2, t, 0, 1)$$

La expresión de curva de Bézier cúbica es:

$$b(t) = \text{Curva}(A t^3 + 3 B t^2 (1-t) + 3 C t (1-t)^2 + D (1-t)^3, t, 0, 1)$$

La generalización a grado superior es evidente.



- **Superficies de Bézier**

Se muestra una construcción alternativa a la que aparece en los libros más sencilla de realizar con GeoGebra.

Sea  $a = \text{Curva}(A t^2 + 2B t(1-t) + C(1-t)^2, t, 0, 1)$

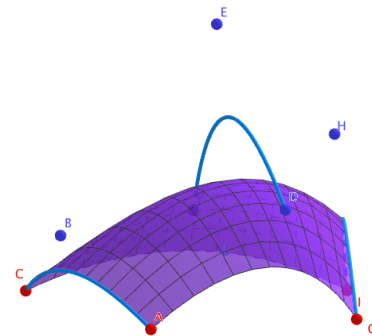
De forma análoga

$$b = \text{Curva}(D t^2 + 2E t(1-t) + F(1-t)^2, t, 0, 1) ;$$

$$c = \text{Curva}(G t^2 + 2H t(1-t) + I(1-t)^2, t, 0, 1)$$

$$\text{Superficie}(a(t) k^2 + 2 b(t) k(1-k) + c(t)(1-k)^2, k, 0, 1, t, 0, 1)$$

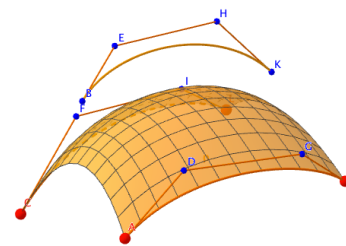
es la superficie de Bézier con puntos de anclaje A,C,G,I y puntos de control B,D,E,F,H



**Superficie de Bézier con 12 puntos.**

Se obtiene la misma superficie mediante 3 curvas de 4 puntos cada una que mediante 4 curvas de 3 puntos cada una de ellas.

La superficie tiene 4 puntos de anclaje y 8 puntos de control.



La generalización a superficies de grado mayor mediante este procedimiento es inmediata.

- **Superficies Splines. Interpolación bicúbica Spline**

A diferencia de las superficies de Bézier, éstas pasan por todos los puntos de control.

Son muy utilizadas para interpolar superficies entre puntos dados.

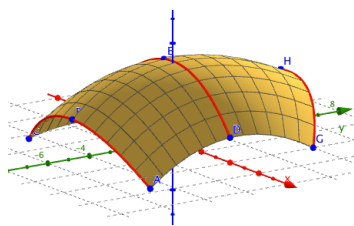
Dados tres puntos A, B, C, la curva que pasa por ellos es:

$$a(t) = \text{Curva}(A t^2 + 2t(1-t)(2B - A/2 - C/2) + C(1-t)^2, t, 0, 1)$$

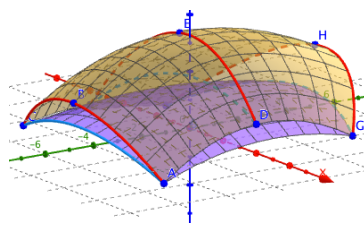
Dadas tres curvas a(t), b(t), c(t), la superficie es:

$$s(t,k) = \text{Superficie}(a(t)k^2 + 2k(1-k)(2b(t) - a(t)/2 - c(t)/2) + c(t)(1-k)^2, k, 0, 1, t, 0, 1)$$

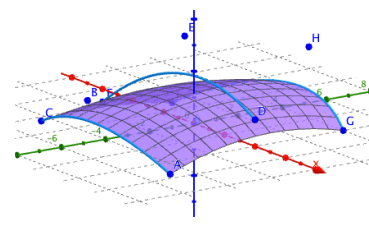
La diferencia es cambiar polinomios de Bernstein por polinomios Spline



Superficie Spline



Sup. Spline – Sup Bézier



Superficie de Bézier

La construcción de la superficie Spline ha sido tomada de

<https://www.geogebra.org/m/dAVtJpCa> de Zbynek Konecny, desarrollador de GeoGebra.

- **Superficie reglada entre curva Spline y curva Bézier**

Dados cuatro puntos A, B, C, D en el espacio podemos construir la curva Spline de grado 3 (roja) y la curva de Bézier (azul) cúbica entre ellos. De forma análoga a las situaciones anteriores se construye la superficie reglada entre ambas curvas.

Superficie reglada entre curva de Bézier a(t) y Spline b(t) por 4 puntos es **Superficie( k a(t) +(1-k) b(t), k,0,1,t,0,1)**

