

Uvod u

GeoGebra

Judith i Markus Hohenwarter
www.geogebra.org



Uvod u GeoGebru

Posljednja promjena: **25. studenog 2009.**

Pisano za GeoGebru 3.2

Knjiga je namijenjena svladavanju osnova dinamičnog matematičkog programa Geogebra. Može se koristiti na radionicama ili za samostalno učenje.

Autori

Judith Hohenwarter, judith@geogebra.org

Markus Hohenwarter, markus@geogebra.org

Hrvatski prijevod

Aleksandra Brmbota, Sanja Grabusin, Diana Kadić, Josip Kličinović, Ivana Klobučar, Ela Rac-Marinić-Kragić, Šime Šuljić

Licenca / Autorsko pravo

Imenovanje – Nekomercijalno - Dijeli pod istim uvjetima

Vidi <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/deed.hr>

Slobodni ste:

- **dijeliti** – umnožavati, distribuirati i javnosti priopćavati djelo
- **prerađivati** djelo

Pod sljedećim uvjetima:

- **Imenovanje.** Morate priznati autorstvo djela označivši originalne autore i dodavši link www.geogebra.org (ali ne na način koji bi sugerirao da vi ili vaše korištenje imate njihovu izravnu podršku).
- **Nekomercijalno.** Ovo djelo ne smijete koristiti u komercijalne svrhe.
- **Dijeli pod istim uvjetima.** Ako ovo djelo izmijenite, preoblikujete ili nadogradite, u prerađenom obliku možete ga distribuirati samo pod licencom koja je ista ili slična ovoj.



Kako koristiti ovu knjigu

“Uvod u GeoGebru” pokriva sve osnove dinamičnog računalnog matematičkog programa GeoGebra. S jedne strane, ova knjiga može poslužiti kao osnovni vodič za radionicu uz iskusnog GeoGebrinog voditelja. S druge strane, možete koristiti ovaj dokument za samostalno učenje ovoga programa.

Radeći po knjizi naučit ćete kako koristiti GeoGebru za učenje i poučavanje matematike od viših razreda osnovne škole do fakultetske razine. Predviđeni niz aktivnosti uvodi vas u geometrijske alate, algebarski unos, naredbe, kao i u izbor različitih mogućnosti GeoGebre. Na taj je način obuhvaćen niz različitih matematičkih tema kako biste se upoznali sa svestranošću softvera i usvojili neke metode uključivanja Geogebre u vaše svakodnevno poučavanje.

Osim toga, u strukturu ove uvodne knjige uključeni su praktični radovi. Oni vam omogućavaju uvježbavanje novih vještina i samostalno istraživanje programa.

Datoteke sa svim konstrukcijama prikazanim u knjizi, kao i prateće datoteke (dodatne GeoGebra datoteke, web-stranice s apletom, datoteke sa slikama) su dostupne online na <http://www.geogebra.org/book/intro-hr.zip>

Želimo vam puno zabave i uspjeha u radu s GeoGebrom!

Judith & Markus



Sadržaj

| | |
|--|-----------|
| Uvod u GeoGebru | 2 |
| Licenca / Autorsko pravo | 2 |
| Kako koristiti ovu knjigu | 3 |
| Sadržaj | 4 |
| 1. Instalacija i uvod u GeoGebru | 7 |
| Vježba 1: Instaliranje GeoGebre | 7 |
| Vježba 2: Spremanje pratećih datoteka | 8 |
| Uvod: Što je GeoGebra i kako radi? | 8 |
| 2. Crtanje nasuprot geometrijskom konstruiranju | 10 |
| Vježba 3: Crtanje geometrijskih likova i drugih objekata | 10 |
| Vježba 4: Spremanje GeoGebrinih datoteka | 12 |
| Vježba 5: Crteži, konstrukcije i testiranje povlačenjem | 13 |
| Vježba 6: Konstrukcija pravokutnika | 14 |
| Vježba 7: Konstrukcija jednakostraničnog trokuta | 16 |
| 3. Praktični rad I | 18 |
| Savjeti i trikovi | 18 |
| Vježba I.a: Konstrukcija kvadrata | 19 |
| Vježba I.b: Konstrukcija pravilnog šesterokuta | 20 |
| Vježba I.c: Trokutu opisana kružnica | 21 |
| Vježba I.d: Predočenje Talesovog teorema | 22 |
| 4. Osnovni algebarski unos, naredbe i funkcije | 23 |
| Savjeti i trikovi | 23 |
| Vježba 8a: Konstrukcija tangenata na kružnicu (1. dio) | 24 |
| Vježba 8b: Konstrukcija tangenata na kružnicu (2. dio) | 25 |
| Vježba 9: Istraživanje parametara kvadratne funkcije | 27 |
| Vježba 10: Uporaba klizača za promjenu parametara | 28 |
| Vježba 11: Raspoložive funkcije | 29 |
| 5. Izvoz slike u međuspremnik | 31 |
| Vježba 12a: Izvoz slike u međuspremnik | 31 |
| Vježba 12b: Umetanje slike u program za obradu teksta | 33 |
| 6. Praktični rad II | 34 |
| Savjeti i trikovi | 34 |
| Vježba II.a: Parametri linearne jednadžbe | 35 |
| Vježba II.b: Uvod u derivacije - nagib funkcije | 36 |
| Vježba II.c: Izrada igre 'domino s funkcijama' | 37 |
| Vježba II.d: Izrada igre 'Memori s geometrijskim likovima' | 38 |
| 7. Umetanje slike u grafički prikaz | 39 |
| Vježba 13: Alat za crtanje simetričnih figura | 39 |
| Vježba 14a: Promjena veličine i zrcaljenje slike | 41 |
| Vježba 14b: Deformiranje slike | 42 |
| Vježba 14c: Istraživanje svojstava zrcaljenja | 43 |



| | |
|---|-----------|
| 8. Umetanje teksta u grafički prikaz | 44 |
| <i>Vježba 15: Koordinate zrcaljene točke</i> | 44 |
| <i>Vježba 16: Rotacija mnogokuta</i> | 46 |
| 9. Praktični rad III | 48 |
| <i>Savjeti i trikovi</i> | 48 |
| <i>Vježba III.a: Predodžba sustava jednadžbi</i> | 49 |
| <i>Vježba III.b: Translacija slika</i> | 50 |
| <i>Vježba III.c: Konstrukcija trokuta nagiba</i> | 51 |
| <i>Vježba III.d: Istraživanje piramide u Louvreu</i> | 53 |
| 10. Izrada statičnih obrazovnog materijala | 55 |
| <i>Vježba 17a: Spremanje slike kao datoteke</i> | 55 |
| <i>Vježba 17b: Umetanje slika u MS Word</i> | 56 |
| 11. Izrada interaktivne web-stranice s apletom | 58 |
| <i>Uvod: GeoGebraWiki i korisnički forum</i> | 58 |
| <i>Vježba 18a: Izrada web-stranice s apletom</i> | 60 |
| <i>Vježba 18b: Još o web-stranici s apletom</i> | 63 |
| <i>Vježba 18c: Davanje web-stranica s apletom učenicima</i> | 65 |
| 12. Praktični rad IV | 66 |
| <i>Savjeti i trikovi</i> | 66 |
| <i>Vježba IV.a: Veze između površina sličnih geometrijskih likova</i> | 67 |
| <i>Vježba IV.b: Predodžba zbroja kutova trokuta</i> | 69 |
| <i>Vježba IV.c: Predodžba zbrajanja cijelih brojeva na brojevnoj crti</i> | 70 |
| <i>Vježba IV.d: Izrada 'Tangram' slagalice</i> | 72 |
| 13. Izrada korisničkog alata | 73 |
| <i>Vježba 19a: Konstrukcija trokuta Sierpinskog</i> | 73 |
| <i>Vježba 19b: Uvjetni prikaz</i> | 74 |
| 14. Moćna naredba Niz | 75 |
| <i>Uvod u naredbu</i> | 75 |
| <i>Vježba 20a: Jednostavni nizovi</i> | 75 |
| <i>Vježba 20b: Predočavanje množenja prirodnih brojeva</i> | 76 |
| <i>Vježba 20c: Umjetnički nizovi temeljeni na Bézierovim krivuljama</i> | 78 |
| 15. Tablični prikaz i osnovni statistički koncepti | 79 |
| <i>Unos u ćelije tabličnog prikaza</i> | 79 |
| <i>Vježba 21a: Izbornik Zabilježi u tablicu</i> | 79 |
| <i>Vježba 21b: Relativno kopiranje i linearne jednadžbe</i> | 82 |
| <i>Vježba 21c: Istraživanje brojevnih obrazaca</i> | 84 |
| <i>Vježba 21d: Raspršeni graf i pravac regresije</i> | 88 |
| <i>Vježba 21e: Istraživanje osnovnih statističkih naredbi</i> | 90 |
| 16. Dodatak | 91 |
| <i>Unaprijed definirane funkcije i aritmetičke operacije</i> | 91 |
| <i>Logičke operacije</i> | 92 |
| <i>Neke LaTeX naredbe</i> | 92 |
| <i>Tipkovničke kratice</i> | 93 |
| <i>Važni linkovi</i> | 95 |





1. Instalacija i uvod u GeoGebru

Vježba 1: Instaliranje GeoGebre

Priprema

Na radnoj površini izradite novu mapu pod nazivom Geogebra_uvod.

Napomena: Za vrijeme rada spremajte sve datoteke u ovu mapu kako biste ih kasnije lakše pronašli.

Instalacija s pristupom Internetu

Instalacija GeoGebra WebStart

- Otvorite Internet preglednik i idite na www.geogebra.org/webstart.
- Kliknite na gumb *GeoGebra WebStart*.
Napomena: Program se automatski instalira na vaše računalo. Vi samo trebate potvrditi sve poruke koje bi se mogle pojaviti sa *OK* ili *YES*.

Napomena: Korištenje inačice WebStart ima niz prednosti za sve koji imaju na raspolaganju pristup internetu za početnu instalaciju jer:

- ne morate baratati s različitim datotekama jer se GeoGebra automatski instalira na vaše računalo.
- ne trebaju vam posebna korisnička dopuštenja za korištenje GeoGebre WebStart, što je posebno korisno za računalne učionice i prijenosna računala u školama.
- Jednom kad instalirate GeoGebru WebStart možete raditi i bez uključene internetske veze.
- Ukoliko je vaša internetska veza uključena, Geogebra WebStart će često provjeravati dostupnost nadogradnje i automatski ju instalirati. Tako ste sigurni da radite s najnovijom verzijom GeoGebre.

Instalacija bez pristupa Internetu

- Vaš voditelj radionice dat će vam GeoGebrinu instalacijsku datoteku na memorijskom stiku ili CD-u.
- Kopirajte instalacijsku datoteku u mapu Geogebra_uvod na vašem računalu.
Napomena: Provjerite imate li inačicu programa koja odgovara vašem operativnom sustavu.
Primjeri: MS Windows: GeoGebra_3_2_0_0.exe
MacOS: GeoGebra_3_2_0_10.zip
- Dvaput kliknite na instalacijsku datoteku i slijedite upute.



Vježba 2: Spremanje pratećih datoteka

Preuzimanje pratećih datoteka i spremanje na računalo

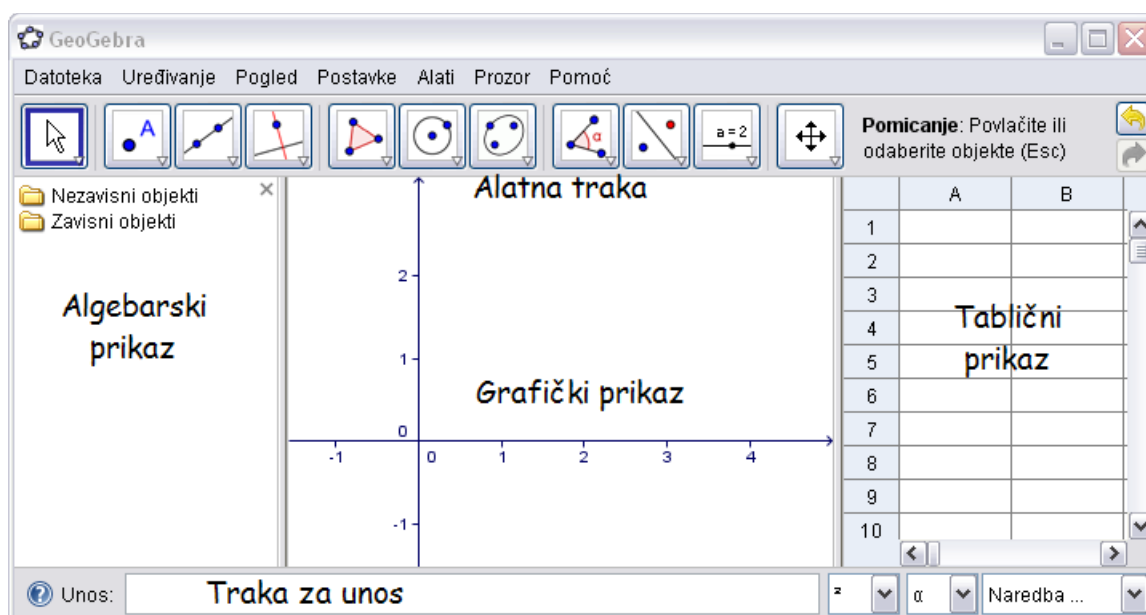
- Voditelj radionice će vam dati prateće datoteke na USB memorijskom stiku ili na CD-u. Kopirajte mapu *Geogebra_uvod_datoteke* sa uređaja u mapu *Geogebra_uvod* na vašem računalu.
- Ili preuzmite komprimiranu datoteku sa <http://www.geogebra.org/book/intro-hr.zip>
 - o Spremite komprimiranu datoteku u mapu *Geogebra_uvod*.
 - o Raspakirajte datoteku na vašem računalu. Ovisno o operativnom sustavu na vašem računalu postoje različiti načini kako to možete napraviti:
Primjer:
MS Windows XP: Desni klik miša na komprimiranu datoteku i slijedite upute za raspakiranje.
MacOS: Dvapat kliknite (dvostruki klik) na komprimiranu datoteku.

Uvod: Što je GeoGebra i kako radi?

Program GeoGebra je interaktivni matematički računalni program koji povezuje geometriju, algebru i analizu. Razvio ga je Markus Hohenwarter i međunarodni tim programera za poučavanje matematike u školama.

GeoGebrino korisničko sučelje

GeoGebra ima tri različita načina promatranja matematičkih objekata: *grafički prikaz*, *algebarski prikaz* i *tablični prikaz*. Oni omogućavaju predstavljanje matematičkih objekata na tri različita načina: grafički (npr. točka, graf funkcije), algebarski (npr. koordinate točke, jednadžba) ili u ćelijama tabličnog prikaza. Svi prikazi jednog objekta su dinamički povezani i automatski će se promijeniti ako promijenite bilo koji prikaz, bez obzira na koji je način objekt izvorno kreiran.





Korisničko sučelje GeoGebre je fleksibilno i može se prilagoditi potrebama vaših učenika. Ukoliko želite koristiti GeoGebru u višim razredima osnovne škole, možda ćete željeti sakriti algebarski prikaz, traku za unos, koordinatne osi i samo raditi na crtačkoj plohi s geometrijskim alatima. Kasnije, možete poželjeti uključiti koordinatni sustav i koristeći koordinatnu mrežu olakšati rad s cjelobrojnim koordinatama. U srednjoj školi možda želite koristiti algebarski unos kako bi učenike uveli u algebru, analitičku geometriju i analizu.

Osnove uporabe alata

- Aktivirajte alat klikom na gumb koji prikazuje odgovarajuću ikonu.
- Otvorite padajući izbornik alata klikom na strelicu u donjem desnom kutu odgovarajućeg gumba i odaberite drugi alat iz padajućeg izbornika alata.
Napomena: Ne morate otvarati padajući izbornik alata svaki put kad želite odabrati alat. Ako je ikona željenoga alata već prikazana možete ju izravno aktivirati.
Napomena: Padajući izbornik alata sadrži slične alate ili alate koji stvaraju isti tip novih objekata.
- Provjerite pomoć na alatnoj traci kako biste saznali koji alat je trenutno aktivan i kako radi.

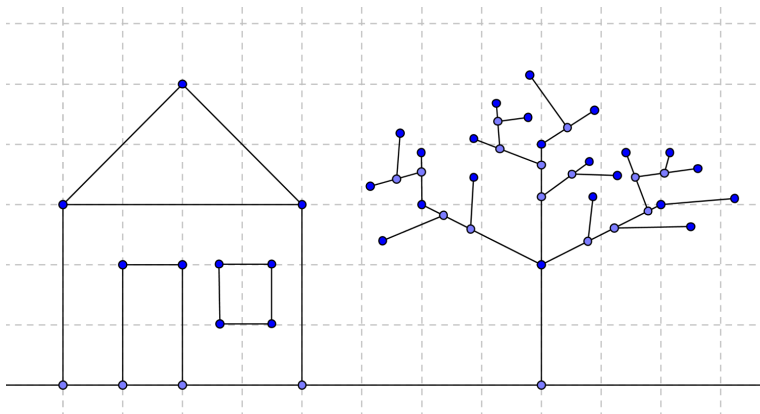


2. Crtanje nasuprot geometrijskom konstruiranju

Vježba 3: Crtanje geometrijskih likova i drugih objekata

Priprema

1. Sakrij *algebarski prikaz* i *koordinatne osi* (Izbornik *Pogled*).
2. Prikaži *koordinatnu mrežu* (Izbornik *Pogled*).



Crtanje slika s GeoGebrom

Koristite miš i ponuđeni odabir alata kako bi nacrtali figure na crtaćoj plohi (npr. kvadrat, pravokutnik, kuću, stablo,...).

| | | |
|--|----------------------------|--------------|
| | Nova točka | Novo! |
| | Pomicanje | Novo! |
| | Pravac kroz dvije točke | Novo! |
| | Dužina između dviju točaka | Novo! |
| | Brisanje objekta | Novo! |
| | Gumbi Poništi / Ponovi | Novo! |
| | Pomicanje crtaće plohe | Novo! |
| | Povećanje / Smanjenje | Novo! |

Što vježbati?

- Kako odabrati već postojeći objekt?
Odgovor: Kad je pokazivač miša u blizini objekta naglašava objekt i pokazivač mijenja svoj oblik iz križa u strelicu. Klikom odabirete odgovarajući objekt.



- Kako konstruirati točku koja će pripadati objektu?
Odgovor: Koristeći alat *Nova točka* kliknite mišem na objekt. Nastala točka se prikazuje u svijetlo plavoj boji. Uvijek provjerite leži li točka zaista na objektu povlačeći ju pomoću miša.
- Ispravite greške korak po korak koristeći gumbe *Poništi* i *Ponovi*.

Savjet: Više alata omogućuje stvaranje slobodnih točaka. Zato ne morate prethodno konstruirati točke s alatom *Nova točka*.

Primjer: Alat *Dužina između dviju točaka* može biti primijenjen ili na dvije već postojeće točke ili na praznu crtaću plohu. Klikom na crtaću plohu stvorit će se odgovarajuće točke i dužina između njih.



Vježba 4: Spremanje GeoGebrinih datoteka

Spremanje vašeg crteža

- Otvorite izbornik *Datoteka* i odaberite *Spremi*.
- Odaberite mapu *Geogebra_uvod* u dijaloškom okviru prozora koji se pojavljuje.
- Napišite naziv svoje GeoGebrine datoteke.
- Kliknite *Spremi* kako biste završili ovaj postupak.

Napomena: Stvorena je datoteka s ekstenzijom *'ggb'*. Ta ekstenzija identificira GeoGebrine datoteke i ukazuje na to da one mogu biti otvorene samo s GeoGebrom.

Napomena: Izbjegavajte koristiti razmake ili specijalne znakove, uključivo hrvatska dijakritička slova, u imenu datoteke jer mogu izazvati nepotrebne probleme kad datoteku prenesete na druga računala. Umjesto toga možete koristiti povlaku ili velika slova u nazivu datoteke (npr. *Prvi_Crtez.ggb*).

Što uvježbati?

- Kako otvoriti novi prozor u GeoGebri (*izbornik Datoteka – Novi prozor*).
- Kako otvoriti prazno GeoGebrino sučelje u istom prozoru (*izbornik Datoteka – Nova*)

Napomena: Ukoliko niste spremili postojeću konstrukciju GeoGebra će vas pitati treba li to učiniti prije otvaranje praznog sučelja.

- Kako otvoriti postojeću GeoGebrinu datoteku (*izbornik Datoteka – Otvori*).
 - o Upravljajte navigacijom kroz strukturu mapa u prikazanom prozoru
 - o Odaberite željenu GeoGebrinu datoteku (ekstenzija *'ggb'*).
 - o Kliknite na *Otvori*.



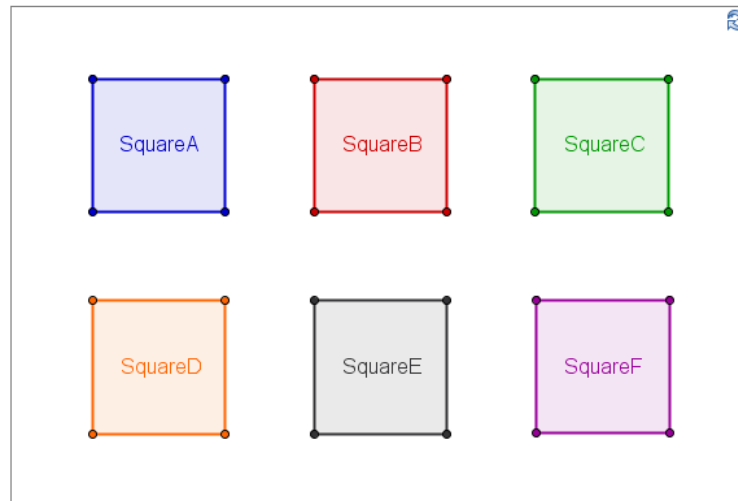
Vježba 5: Crteži, konstrukcije i testiranje povlačenjem

Otvorite web-stranicu s apletom [A05 Crtanje Konstrukcija Kvadrata.html](#).

Kvadrati, kvadrati, kvadrati,...

Vidite šest kvadrata - ili likove koji izgledaju kao kvadrati.

1. Povlačite vrhove kvadrata s mišem i promatrajte što se pritom događa.
2. Pokušajte objasniti kako je svaki od kvadrata konstruiran.



Aplet prikazuje nekoliko kvadrata konstruiranih na različite načine.

- Provjerite kvadrate tako da mišem dođete na SVAKI vrh i povučete ga.
- Pronađite koji od tih četverokuta su zaista kvadrati, a koji od njih samo izgledaju kao kvadrati.
- Pokušajte otkriti kako je svaki od tih kvadrata konstruiran.
- Zapišite vaša zapažanja na papir.

Rasprava

- Koja je razlika između crtanja i konstrukcije?
- Što je “test povlačenjem” i zašto je on važan?
- Zašto je važno u interaktivnom geometrijskom programu konstruirati objekt, a ne ga nacrtati?
- Što je potrebno znati o geometrijskim likovima prije njihove konstrukcije pomoću dinamičkog matematičkog programa?



Vježba 6: Konstrukcija pravokutnika

Priprema

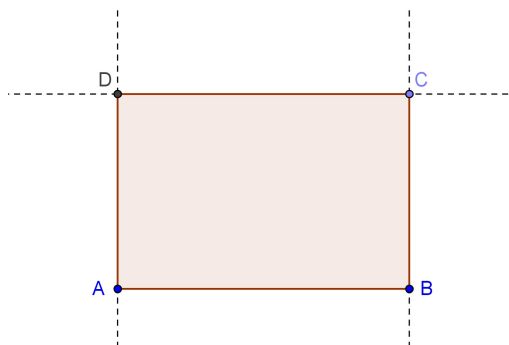
- Prije početka konstrukcije prisjetite se svojstva pravokutnika.
Napomena: Ukoliko ne znate potrebne korake neophodne za konstrukciju pravokutnika možete otvoriti datoteku [A06_konstrukcija_pravokutnika.ggb](#). Koristeći gumbе na *Traci za korake konstrukcije* možete ponoviti postupak konstrukcije.
- Otvorite novu GeoGebrinu datoteku.
- Sakrijte algebarski prikaz, traka za unos i koordinatne osi (*Izbornik Pogled*).
- Postavite *Označavanje* (u izborniku *Postavke*) na odabir *samo novih točaka*.

Uvod u nove alate

- *Alat Okomica i Usporednica*
Napomena: Kliknite na već postojeći pravac (dužinu) i točku kako biste kreirali *Okomica / Usporednica* kroz tu točku.
- *Alat Sjecište dvaju objekata*
Napomena: Kliknite na *Sjecište dvaju objekata* kako biste dobili točku sjecišta. Pojedinačno kliknite na oba objekta kao bi dobili sve točke u kojima se ti objekti sijeku.
- *Alat Mnogokut*
Napomena: Kliknite na crtaću plohu ili na već postojeće točke kako bi odredili vrhove mnogokuta. Spojite zadnji i početni vrh kako bi zatvorili mnogokut! Vrhove uvijek povezuje u smjeru suprotnom od smjera kazaljki na satu!

Napomena: Ne zaboravite pročitati pomoć na alatnoj traci ukoliko ne znate kako se alat upotrebljava.

Napomena: Isprobajte sve nove alate prije početka konstrukcije.



Postupak konstrukcije

| | | |
|---|--|-----------------------------------|
| 1 | | Dužina AB |
| 2 | | Okomica na dužinu AB kroz točku B |
| 3 | | Nova točka C na okomici |



| | | |
|---|--|--|
| 4 | | Usporednica sa dužinom AB kroz točku C |
| 5 | | Okomica na dužinu AB kroz točku A |
| 6 | | Sjecište <i>D</i> |
| 7 | | Mnogokut <i>ABCD</i> <u>Napomena:</u> Da bi zatvorili mnogokut kliknite ponovno na vrh A. |
| 8 | | Spremite konstrukciju |

Provjerite vašu konstrukciju

1. Primijenite test povlačenjem kako bi provjerili je li konstrukcija ispravna.
2. Prikažite *Traku za korake konstrukcije* (Izbornik *Pogled*) kako biste pregledali konstrukciju korak po korak koristeći gumbе.
3. Prikažite opis konstrukcije (Izbornik *Pogled*) i koristite ga za pregled konstrukcije pravokutnika korak po korak.
 - o Pokušajte promijeniti redoslijed koraka konstrukcije povlačenjem mišem pojedinih redova. Zašto ne možete uvijek promijeniti redoslijed?
 - o Grupirajte nekoliko koraka konstrukcije određivanjem *Kontrolnih točaka*:
 - Uključite stupac *Kontrolna točka* (izbornik *Pogled* > *Opis konstrukcije*)
 - Grupirajte korake konstrukcije označavanjem kontrolnog okvira u stupcu *Kontrolna točka* na zadnjem koraku grupe
 - Promijenite postavku na *Pokaži samo kontrolne točke* (Izbornik *Pogled* > *Opis konstrukcije*)
 - Koristeći *Traku za korake konstrukcije* pregledajte konstrukciju korak po korak. Jeste li dobro označili kontrolne točke?



Vježba 7: Konstrukcija jednakostraničnog trokuta

Priprema

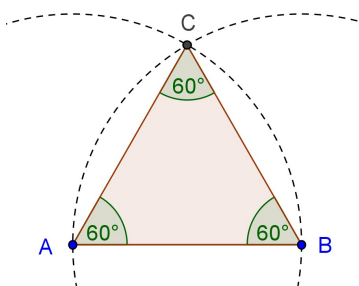
- Prije početka konstrukcije prisjetite se svojstva jednakostraničnog trokuta.
Napomena: Ukoliko ne znate potrebne korake konstrukcije za jednakostraničan trokut možete ih pogledati u datoteci: [A07_konstrukcija_jednakostranicnog_t.ggb](#). Koristeći gumbе na *Traci za korake konstrukcije* možete proći kroz postupak konstrukcije.
- Otvorite novu GeoGebrinu datoteku.
- Sakrijte *algebarski prikaz*, *traku za unos* i koordinatne osi (*Izbornik Pogled*).
- Postavite *Označavanje* na odabir *samo novih točaka* (*izbornik Postavke – Označavanje*).

Uvod u nove alate

- *Alat Kružnica određena središtem i jednom točkom*
Napomena: Prvi klik određuje središte kružnice, drugi klik određuje polumjer kružnice.
- *Alat Pokaži / sakrij objekt*
Napomena: Označite sve objekte koji trebaju biti skriveni, zatim kliknite na neki drugi alat kako bi se primijenila promjena vidljivosti (tj. kako označeni objekti više ne bi bili vidljivi)!
- *Alat Kut*
Napomena: Kliknite na točke u smjeru suprotnom od smjera kazaljki na satu! GeoGebra uvijek stvara kut pozitivne orijentacije (u matematičkom smislu).

Napomena: Ne zaboravite pročitati pomoć na alatnoj traci ukoliko ne znate kako se alat upotrebljava.

Napomena: Isprobajte sve nove alate prije početka konstrukcije.



Postupak konstrukcije

| | | |
|---|--|--|
| 1 | | Dužina AB |
| 2 | | Kružnica sa središtem u A kroz B <u>Napomena:</u> Povucite točku A i B kako biste provjerili prolazi li njima kružnica (provjera ispravnosti konstrukcije). |



| | | |
|---|--|--|
| 3 | | Kružnica sa središtem u B kroz A <u>Napomena:</u> Povucite točke kako bi provjerili prolazi li njima kružnica. |
| 4 | | Sjecište kružnica je točka C |
| 5 | | Mnogokut ABC u suprotnom smjeru od kazaljke na satu |
| 6 | | Sakrijte kružnice |
| 7 | | Daje unutarnje kutove trokuta <u>Napomena:</u> Odabir točaka u smjeru kazaljke na satu daje vanjske kutove mnogokuta! |
| 8 | | Spremite konstrukciju |

Provjerite vašu konstrukciju

1. Primijenite test povlačenjem za provjeru ispravnosti konstrukcije.
2. Prikažite *Traku za korake konstrukcije* ili koristite *opis konstrukcije* za pregled vaše konstrukcije korak po korak.

Uporaba dijaloškog okvira *Svojstva* za poboljšanje konstrukcije

Postoje različiti načini pristupa dijaloškom okviru *Svojstva*:

- Desni klik miša (MacOS: Ctrl-klik) na objekt
- Odaberite *Svojstva...* iz izbornika *Uređivanje*
- Dvostruki klik na objekt ukoliko je izabrano *Pomicanje*.

Što vježbati ...

- Odaberite različite objekte iz popisa na lijevoj strani i istražite koja sve svojstva i kartice postoje za različite tipove objekata
- Odaberite nekoliko objekata i istovremeno im promijenite neka svojstva
Napomena: Držite *Ctrl*-tipku (MacOS: Otvorite Apple-klik) pritisnutu i odaberite sve željene objekte.
- Odaberite sve objekte istog tipa tako da kliknete na odgovarajuće zaglavlje. Na primjer: točka, pravac, tekst ...
- Prikažite vrijednosti različitih objekata i isprobajte različite stilove prikaza.
- Promijenite *svojstva* određenih objekata (npr. boju, stil,...)



3. Praktični rad I

Ovaj praktični rad sadrži niz geometrijskih aktivnosti podijeljenih u dva različita nivoa težine: *Osnovni zadaci* i *Napredni zadaci*. Možete odabrati zanimljive vam zadatke i raditi na njima samostalno ili u paru.

Savjeti i trikovi

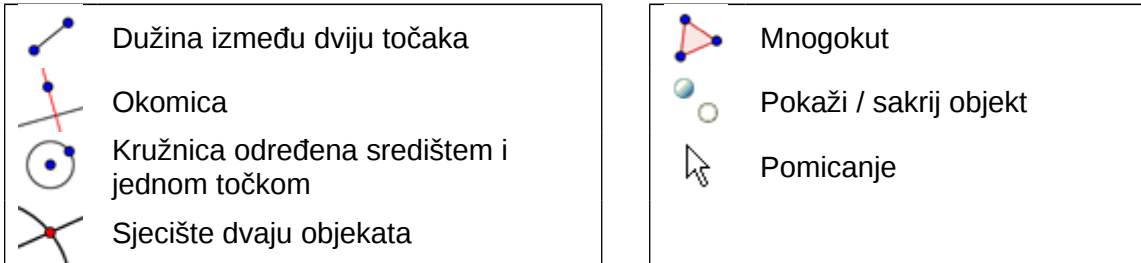
- Prisjetite se svojstva geometrijskog lika kojeg želite konstruirati.
- Pokušajte pronaći koji se Geogebri alati mogu koristiti u konstrukciji objekta koristeći neka od svojstava (npr. pravi kut – alat *Okomica*).
- Provjerite znate li kako se koristi svaki alat prije početka konstrukcije. Ako ne znate kako se pojedini alat koristi aktivirajte ga i pročitajte pomoć u alatnoj traci.
- Za svaku od tih aktivnosti otvorite novu GeoGebra datoteku, sakrijte algebarski prikaz, traku za unos, i koordinatne osi.
- Možda želite spremi vašu datoteku prije početka nove vježbe.
- Ne zaboravite *Poništi* i *Ponovi* gumbе u slučaju da napravite pogrešku.
- Često koristite alat *Pomicanje* kako bi provjerili vašu konstrukciju (npr. jesu li objekti zaista povezani, jeste li kreirali nepotrebne objekte).
- Ako imate pitanja, prije nego se obratite voditelju ili pomoćniku pitajte kolege.



Vježba I.a: Konstrukcija kvadrata

Klasifikacija: Osnovni zadatak

U ovoj vježbi koristit ćete sljedeće alate. Provjerite znate li kako se koristi pojedini alat prije nego počnete konstrukciju kvadrata:

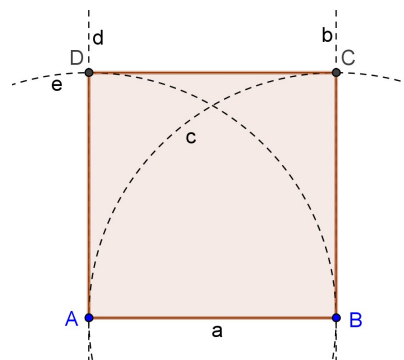


Napomena: Možete pogledati datoteku [A_1a_konstrukcija_kvadrata.html](#) ukoliko niste sigurni u postupak konstrukcije.

Postupak konstrukcije

1. Nacrtajte dužinu $a = AB$ između točaka A i B
2. Konstruirajte okomicu b na dužinu AB u točki B
3. Konstruirajte kružnicu c sa središtem u B koja prolazi točkom A
4. Sjecište kružnice c s okomicom b je presječna točka C
5. Konstruirajte okomicu d na dužinu AB kroz točku A
6. Konstruirajte kružnicu e sa središtem u A kroz točku B
7. Sjecište okomica d s kružnicom e je presječna točka D
8. Kreirajte Mnogokut ABCD.

- Napomena: Nemojte zaboraviti zatvoriti mnogokut klikom na točku A nakon odabira točke D.
9. Sakrijte kružnice i okomice
 10. Izvršite test povlačenjem radi provjere ispravnosti konstrukcije



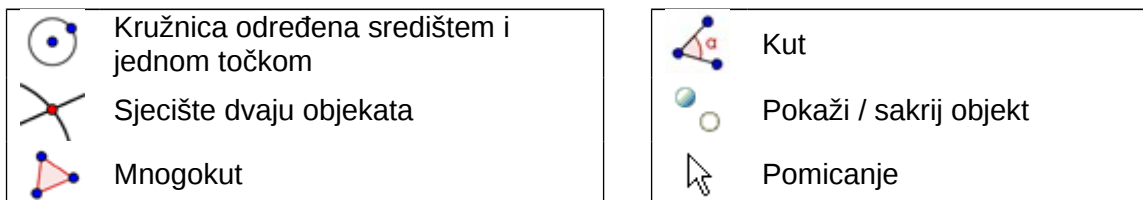
Izazov: Može li se na drugi način konstruirati kvadrat?



Vježba I.b: Konstrukcija pravilnog šesterokuta

Klasifikacija: Osnovni zadatak

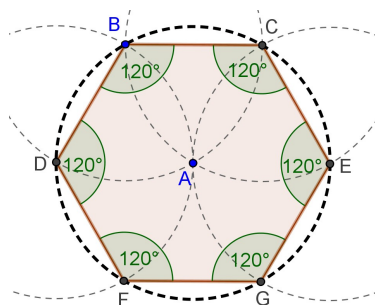
U ovoj vježbi koristit ćete sljedeće alate. Provjerite znate li kako se koristi pojedini alat prije nego počnete konstrukciju šesterokuta:



Napomena: Možete pogledati datoteku [A_1b_konstrukcija_sesterokuta.html](#) ukoliko niste sigurni u postupak konstrukcije.

Postupak konstrukcije

1. Nacrtajte kružnicu sa središtem u A kroz točku B
2. Konstruirajte drugu kružnicu sa središtem u B kroz točku A
3. Sjecište te dvije kružnice određuje točke C i D.
4. Konstruirajte novu kružnicu sa središtem u C kroz točku A.
5. Sjecište te nove kružnice s prvom određuje vrh E.
6. Konstruirajte novu kružnicu sa središtem u D kroz točku A.
7. Sjecište te nove kružnice sa prvom određuje vrh F.
8. Konstruirajte novu kružnicu sa središtem u E kroz točku A.
9. Sjecište te nove kružnice sa prvom određuje vrh G.
10. Nacrtajte šesterokut FGECBD.
11. Kreirajte kutove šesterokuta.
12. Izvršite test povlačenjem radi provjere ispravnosti konstrukcije.



Izazov: Pokušajte naći objašnjenje za ovaj postupak konstrukcije.

Napomena: Što određuje polumjer kružnica i zašto?



Vježba I.c: Trokutu opisana kružnica

Klasifikacija: Napredni zadatak

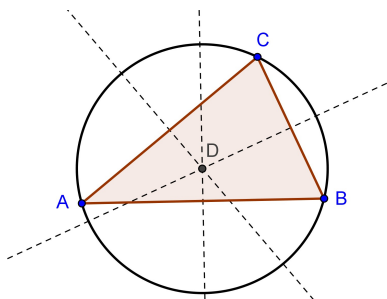
U ovoj vježbi koristit ćete sljedeće alate. Provjerite znate li kako se koristi pojedini alat prije nego počnete konstrukciju trokutu opisane kružnice:

| | | |
|--|---|--------------|
| | Mnogokut | |
| | Simetrala dužine | Novo! |
| | Sjecište dvaju objekata | |
| | Kružnica određena središtem i jednom točkom | |
| | Pomicanje | |

Napomena: Ako niste sigurni u postupak konstrukcije, možete pogledati datoteku [A_1c_trokutu_opisana_kružnica.html](#).

Postupak konstrukcije

1. Nacrtajte proizvoljan raznostraničan trokut ABC
2. Konstruirajte simetrale svih stranica trokuta.
Napomena: Alat, *Simetrala dužine*, može se primijeniti na postojeće dužine.
3. Konstruirajte točku D kao sjecište dviju simetrala dužina
Napomena: Alat *Sjecište dvaju objekata* ne može se primijeniti na sjecište triju linija. Možete odabrati dvije od tri simetrale dužina sukcesivno, ili kliknuti na presječnu točku i odabrati jednu od linija s popisa objekata koji se nalaze na tom položaju.
4. Konstruirajte kružnicu sa središtem u D kroz jedan od vrhova trokuta ABC
5. Izvršite test povlačenjem radi provjere ispravnosti konstrukcije.



Izazov: Promijenite konstrukciju i odgovorite na sljedeća pitanja:

1. Može li središte kružnice opisane trokutu biti izvan trokuta? Ako da, za koji tip trokuta je to istina?
2. Pokušajte pronaći objašnjenje za upotrebu simetrale dužine pri konstrukciji kružnice opisane trokutu.









Vježba I.d: Predočenje Talesovog teorema

Klasifikacija: Napredni zadatak

Prije početka konstrukcije pogledajte web-stranicu [04_Talesov_teorem.html](#) da vidite kako učenici mogu otkriti što je Tales otkrio prije otprilike 2600 godina.

Provjerite znate li kako se koristi pojedini alat prije početka konstrukcije.

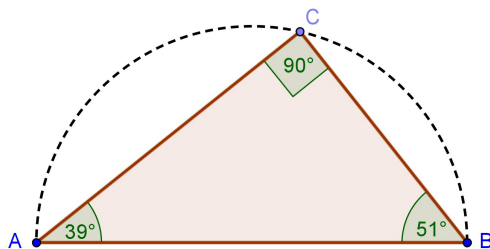
| | |
|--|--|
|  Dužina između dviju točaka |  Mnogokut |
|  Polukružnica određena dvjema točkama |  Kut |
|  Nova točka |  Pomicanje |

Novo!

Napomena: Ako niste sigurni u postupak konstrukcije, možete pogledati datoteku [A_1d_Talesov_teorem.ggb](#).

Postupak konstrukcije

1. Nacrtajte dužinu AB
2. Konstruirajte polukružnicu određenu točkama A i B
Napomena: Redoslijed odabira točaka A i B određuje smjer polukružnice.
3. Nacrtajte novu točka C na polukružnici
Napomena: Provjerite leži li točka C zaista na polukružnici povlačeći ju s mišem.
4. Nacrtajte trokut ABC
5. Nacrtajte unutarnje kutove trokuta ABC




Izazov: Pokušajte s grafičkim dokazom ovog teorema.

Napomena: Nacrtajte polovište O dužine AB i prikažite polumjer OC kao dužinu.



4. Osnovni algebarski unos, naredbe i funkcije

Savjeti i trikovi

- **Novom objektu pridjeljujete ime** upisivanjem `ime =` ispred njegovog algebarskog prikaza. Primjer: $P = (3, 2)$ kreira točku P .
- **Operator množenja** treba upisivati koristeći znak zvjezdice ili kao razmak između faktora. Primjer: $a \cdot x$ ili $a \ x$
- **GeoGebra razlikuje mala i velika slova!** Dakle velika i mala slova se ne smiju miješati. Napomena:
 - o Točke se uvijek imenuju velikim slovima
Primjer: $A = (1, 2)$
 - o Dužine, pravci, kružnice, funkcije...uvijek se nazivaju malim slovima.
Primjer: kružnica $c: (x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 16$
 - o Varijabla x kao argument funkcije i varijable x i y u jednadžbama konika uvijek trebaju biti pisana malim slovima.
Primjer: $f(x) = 3 \cdot x + 2$
- Ako želite koristiti neki **objekt unutar algebarskog izraza** ili naredbe trebate ga napraviti i pridijeliti mu ime koristeći traka za unos. Primjeri:
 - o $y = m \cdot x + b$ kreira pravac čiji parametri su već postojeće vrijednosti m i b (npr. brojevi/klizači).
 - o Pravac $[A, B]$ daje pravac kroz postojeće točke A i B .
- **Potvrda izraza** upisanog u polju za unos ostvaruje se pritiskom na tipku *Enter*.
- **Otvaranje prozora za pomoć** pri korištenju polja za unos i naredbi ostvaruje se pritiskom na znak upitnika  lijevo od polja za unos.
- **Poruke o pogrešci:** Uvijek pročitajte poruku – ona može pomoći u otklanjanju problema!
- **Naredbe** možete upisivati ili odabrati iz popisa naredbi desno od polja za unos. Napomena: Ako ne znate koji su potrebni parametri unutar zagrada određene naredbe, upišite puni naziv naredbe i pritisnite tipku F1. U padajućem prozoru pojavljuje se objašnjenje sintakse i potrebni parametri za naredbu.
- **Automatsko nadopunjavanje naredbe:** Nakon što upišete prva dva slova naredbe u traka za unos, GeoGebra pokušava dovršiti naredbu.
 - o Ako GeoGebra predlaže željenu naredbu, pritisnite tipku *Enter* kako bi se pokazivač - kursor smjestio unutar zagrada.
 - o Ukoliko predloženu naredbu nije željena, samo nastavite upisivati naredbu dok se ne pojavi željena.



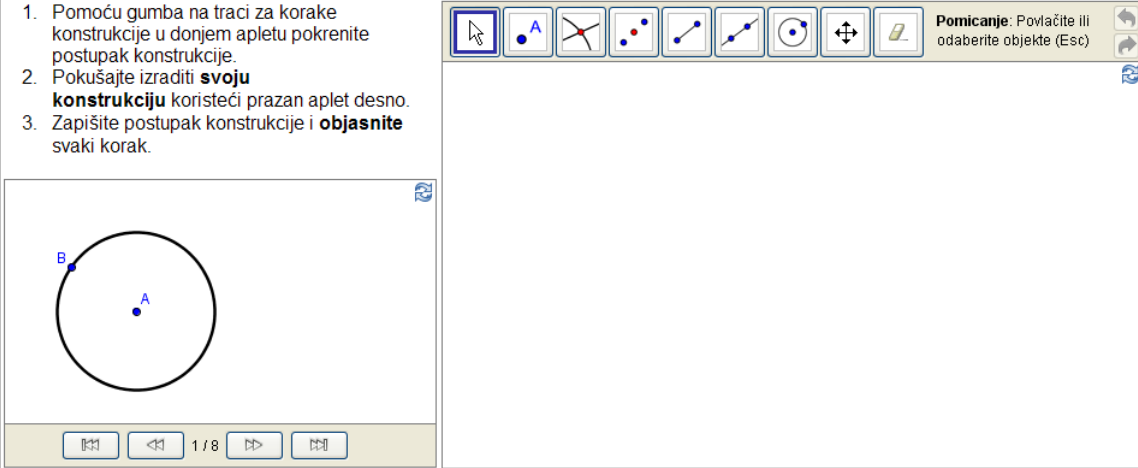
Vježba 8a: Konstrukcija tangenata na kružnicu (1. dio)

Povratak u školu ...

Otvorite web-stranicu s apletom [A08_tangente_kruznice.html](#). Slijedite upute na radnom listu kako bi saznali kako konstruirati tangente kružnice.

Konstruiranje tangenata kružnice

1. Pomoću gumba na traci za korake konstrukcije u donjem apletu pokrenite postupak konstrukcije.
2. Pokušajte izraditi **svoju konstrukciju** koristeći prazan aplet desno.
3. Zapišite postupak konstrukcije i **objasnite** svaki korak.



1 / 8

Diskusija

- Koje naredbe ste koristili za izvođenje konstrukcije?
- Koristi li se koji novi alat u predloženom postupku konstrukcije? Ako da, kako ste saznali kako se koristi novi alat?
- Jeste li zapazili nešto u vezi s alatnom trakom prikazanoj na desnom apletu?
- Mislite li da će vaši učenici moći raditi s takvim dinamičnim web-stranicama s apletom i samostalno otkriti postupak konstrukcije?



Vježba 8b: Konstrukcija tangenata na kružnicu (2. dio)

Što ako miš i *touchpad* ne rade?

Zamislite da vam miš i/ili *touchpad* prestanu raditi dok pripremate Geogebriu datoteku za sutrašnje predavanje. Kako možete dovršiti konstrukciju?

GeoGebra nudi uz geometrijske alate i algebarski unos naredbi. Svakom alatu odgovara naredba i stoga alate možete primjenjivati i bez uporabe miša.

Napomena: GeoGebra nudi više naredbi nego geometrijskih alata. Stoga svaka naredba nema odgovarajući geometrijski alat!

Zadatak 1: Provjerite listu naredbi upisivanjem u traka za unos i potražite njima odgovarajuće alate koje ste već upoznali na ovoj radionici.

Kao što ste vidjeli u zadnjoj vježbi, konstruiranje tangenti na kružnicu moguće je napraviti koristeći samo alate. Sada ćete ponoviti tu konstrukciju ali koristeći samo tipkovnicu za unos naredbi.

Priprema

- Otvorite novu GeoGebrinu datoteku.
- Prikažite algebarski prikaz i traka za unos, kao i koordinatne osi (*Izbornik Pogled*)

Postupak konstrukcije

| | | |
|---|-----------------------------|--|
| 1 | $A = (0, 0)$ | Točka A <u>Napomena:</u> Provjerite jeste li zatvorili zagrade. |
| 2 | $(3, 0)$ | Točka B <u>Napomena:</u> Ukoliko ne specificirate ime objekata oni će biti imenovani abecednim redom. |
| 3 | $c = \text{Kružnica}[A, B]$ | Kružnica sa središtem u A kroz točku B <u>Napomena:</u> Kružnica je zavisan objekt |

Napomena: GeoGebra razlikuje nezavisne i zavisne objekte. Dok nezavisne objekte možete direktno mijenjati koristeći miša i tipkovnicu, zavisni objekti se prilagođavaju promjenama svojih nadređenih objekata („roditelja“). Pri tome je nebitno na koji način je (mišem ili tipkovnicom) neki objekt kreiran!

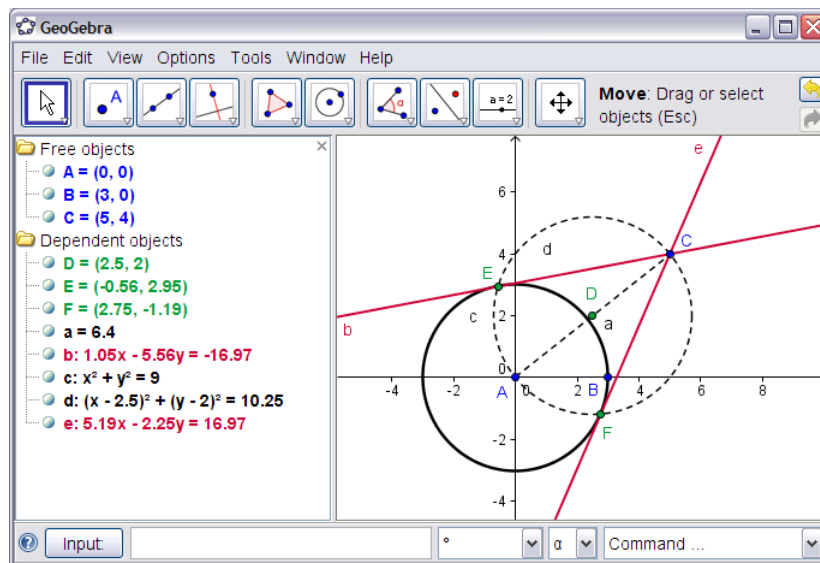
Savjet 1: Uključite način *Pomicanje* i dvaput kliknite na neki objekt u algebarskom prozoru kako bi pomoću tipkovnice promijenili njegovu algebarsku vrijednost. Nakon završenog upisa pritisnite tipku Enter.

Savjet 2: Preciznije pomicanje nezavisnih objekata možete ostvariti pomoću kursorske strelica na tipkovnici. Uključite način *Pomicanje* i odaberite objekt (npr. nezavisnu točku)



bilo u algebarskom bilo u geometrijskom prozoru. Pritišćite strelice na tipkovnici gore/dolje ili lijevo/desno kako bi pomaknuli objekt u željenom smjeru.

| | | |
|----|-----------------------------|--|
| 4 | $C = (5, 4)$ | Točka C |
| 5 | $s = \text{Dužina}[A, C]$ | Dužina AC |
| 7 | $D = \text{Polovište}[s]$ | Polovište D dužine AC |
| 8 | $d = \text{Kružnica}[D, C]$ | Kružnica sa središtem u D i prolazi točkom C |
| 9 | $\text{Sjecište}[c, d]$ | Sjecišta E i F dviju kružnica |
| 10 | $\text{Pravac}[C, E]$ | Tangenta kroz točke C i E |
| 11 | $\text{Pravac}[C, F]$ | Tangenta kroz točke C i F |



Provjera i poboljšanje konstrukcije

- Izvršite test povlačenjem radi provjere ispravnosti konstrukcije.
- Promijenite svojstva objektima kao bi poboljšali izgled konstrukcije (npr. boju, debljinu crta, stil – crtkano za pomoćne objekte,...)
- Spremite konstrukciju.

Rasprava

- Je li bilo kakvih problema ili poteškoća pri postupku konstrukcije?
- Koji način konstrukcije (mišem ili tipkovnicom) vam je draži i zašto?
- Zašto trebamo koristiti tipkovnicu za unos ako isto možemo napraviti alatima?
Napomena: Postoje naredbe koje nemaju pridružen odgovarajući alat.
- Je li bitno kako je neki objekt kreiran? Možemo li ga promijeniti u algebarskom prozoru (koristeći tipkovnicu) kao i na crtačoj plohi (koristeći miša)?



Vježba 9: Istraživanje parametara kvadratne funkcije

Povratak u školu ...

U ovoj vježbi istražiti ćete utjecaj parametara na kvadratni polinom. Iskusićete kako se GeoGebra može integrirati u „tradicionalni“ način poučavanja i koristiti za aktivno učenje usmjereno na učenika kao subjekta učenja.

Slijedite upute na radnom listu i zapišite svoje rezultate i zapažanja prilikom rada s GeoGebrom. Vaše zabilješke pomoći će vam prilikom diskusije nakon ove vježbe.

Istraživanje parametara kvadratne funkcije

1. Otvorite **novu GeoGebrinu datoteku**
2. **Upišite** $f(x) = x^2$ i pritisnite tipku *Enter*. Kojeg će **oblika** biti graf funkcije? Napišite odgovor na papir.
3. Odaberite alat *Pomicanje*, označite polinom u algebarskom prozoru i upotrijebite strelice gore /dolje na tipkovnici.
 - a. Kako ovo utječe na graf polinoma? Zapišite svoja opažanja.
 - b. Kako ovo utječe na jednadžbu polinoma? Zapišite svoja opažanja.
4. Ponovno uključite alat *Pomicanje*, označite funkciju u algebarskom prozoru i upotrijebite lijevo / desno strelice.
 - a. Na koji način ovo utječe na graf polinoma? Zapišite svoja opažanja.
 - b. Na koji način ovo utječe na jednadžbu polinoma? Zapišite svoja opažanja.
5. U načinu *Pomicanje*, dvaput kliknite na jednadžbu polinoma. Koristeći tipkovnicu **promijenite jednadžbu** u $f(x) = 3x^2$.

Napomena: Za operaciju množenja upotrijebite * ili razmak.

 - a. **Opišite** kako se graf funkcije mijenja.
 - b. **Ponovno promijenite jednadžbu** tako da upišete različite vrijednosti parametara (npr. 0.5, -2, -0.8, 3). **Zapišite** svoja opažanja.

Rasprava

- Je li bilo kakvih problema ili poteškoća pri korištenju GeoGebre?
- Kako se ovakav način rada (GeoGebra u kombinaciji s uputama na papiru) može uklopiti u «tradicionalni» oblik poučavanja?
- Mislite li da je moguće dati takvu vježbu za domaću zadaću vašim učenicima?
- Na koji način bi dinamičko istraživanje parametara polinoma moglo utjecati na razumijevanje i poučavanje vaših učenika?
- Imate li ideja koje bi se još matematičke teme mogle podučavati na sličan način (radni listovi na papiru u kombinaciji s računalom)?



Vježba 10: Uporaba klizača za promjenu parametara

Isprobajmo dinamičniji način istraživanja utjecaja parametara na polinom $f(x) = ax^2$ koristeći klizač kako bi mijenjali vrijednost parametra.

Priprema

- Otvorite novu GeoGebrinu datoteku.
- Uključite opcije: algebarski prikaz, traka za unos i koordinatne osi (*Izbornik Pogled*)

Postupak konstrukcije


| | | |
|---|------------------|---|
| 1 | $a = 1$ | Definirajte varijablu a |
| 2 | $f(x) = a * x^2$ | Upišite kvadratni polinom f <u>Napomena:</u> Ne zaboravite unijeti $*$ ili razmak između a i x^2 . |

Predstavljanje broja klizačem

Kako biste broj prikazali kao klizač u grafičkom prozoru, desnim klikom (MacOS: *Ctrl*-klik) morate označiti varijablu u algebarskom prozoru i odabrati *Pokaži objekt*.

Poboljšanje konstrukcije

Izradite novi klizač b koji će predstavljati konstantu u jednadžbi polinoma $f(x) = ax^2 + b$.

| | | |
|---|---|---|
| 5 |  | Izradite klizač b koristeći alat <i>Klizač</i> <u>Napomena:</u> Odaberite alat i kliknite na crtaću plohu. Koristite početnu vrijednost i kliknite <i>Primjeni</i> . |
| 6 | $f(x) = a * x^2 + b$ | Upišite polinom f <u>Napomena:</u> GeoGebra će dodijeliti funkciji f nove vrijednosti parametara. |

Zadaci

- Mijenjate vrijednost parametra a , pomičući uz pomoć miša točku na klizaču. Kako ta promjena utječe na graf polinoma?
- Što se dešava s grafom ako je vrijednost parametra (a) veća od 1, (b) između 0 i 1, ili (c) negativna? Zapišite vaša zapažanja.
- Mijenjajte vrijednost parametra b . Kakav to ima utjecaj na graf polinoma?




Vježba 11: Raspoložive funkcije

Osim polinoma u GeoGebri su dostupne različite vrste funkcija (npr. trigonometrijske funkcije, funkcija apsolutne vrijednosti, eksponencijalna funkcija). Funkcije su obrađene kao objekti i mogu se upotrijebiti u kombinaciji s geometrijskim konstrukcijama.

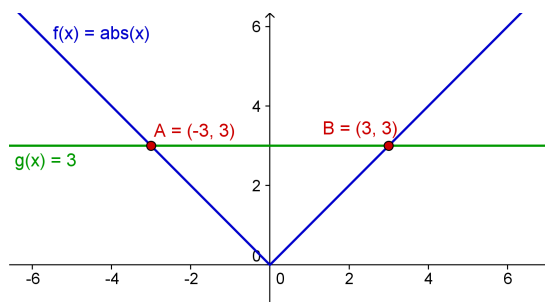
Napomena: Neke od funkcija moguće je odabrati u padajućem izborniku desno od polja za unos. Molimo vas pronađite kompletnu listu funkcija koje podržava GeoGebra u internetskoj pomoći (<http://www.geogebra.org/help/docuhr>) ili pogledajte poglavlje *Dodatak* ovog priručnika.

Zadatak 1: Predodžba apsolutne vrijednosti

Otvorite novu GeoGebrinu datoteku. Provjerite da li su prikazani algebarski prikaz, traka za unos i koordinatne osi.

| | | |
|---|---|--|
| 1 | $f(x) = \text{abs}(x)$ | Upišite funkciju apsolutne vrijednosti f |
| 2 | $g(x) = 3$ | Upišite konstantnu funkciju g |
| 3 |  | Sjecište dviju funkcija |

Napomena: Ako želite možete zatvoriti algebarski prikaz i kao oznaku objekata pokazati imena i vrijednosti funkcija.



(a) Pomičite konstantnu funkciju uz pomoć miša ili koristeći strelice na tipkovnici. Koordinate y svakog od sjecišta predstavlja apsolutnu vrijednost koordinate x .

(b) Pomičite funkciju apsolutne vrijednosti gore/dolje koristeći opet miš ili strelice na tipkovnici. Kako se mijenja jednačba funkcije?

(c) Kako ovu konstrukciju možemo upotrijebiti u smislu što većeg približavanja pojma apsolutne vrijednosti učenicima?

Napomena: Simetrija grafa funkcije upućuje na to da postoje dva rješenja jednačbe s apsolutnom vrijednošću.


Zadatak 2: Slaganje sinusnih valova

Zvučni valovi se mogu matematički prikazati kao kombinacija 'valova' funkcije sinus. Svaki ton u glazbi je sastavljen od nekoliko 'sinusnih valova' oblika $y(t) = a \sin(\omega t + \phi)$




. Amplituda a utječe na glasnoću tona dok kutna frekvencija ω određuje visinu tona. Parametar φ se naziva fazni pomak i označava je li se zvučni val pomaknuo u vremenu.

Ako se dva sinusna vala sudare doći će do poremećaja, odnosno mogu pojačati ili oslabiti jedan drugog. Taj fenomen možemo uspješno predočiti uz pomoć GeoGebre, kao i mnoge druge slučajeve koji se pojavljuju u prirodi.

| | | |
|---|---|--|
| 1 |  | Kreirajte tri klizača a_1 , ω_1 , i φ_1 <u>Napomena:</u> a_1 predočava indeks. Grčka slova možete odabrati uz pomoć izbornika koji se nalazi desno od tekstualnog polja <i>ime</i> u dijaloškom prozoru <i>Klizača</i> . |
| 2 | $g(x) = a_1 \sin(\omega_1 x + \varphi_1)$ | Upišite sinus funkciju g <u>Napomena:</u> Ovdje možete odabrati Grčka slova uz pomoć menija pokraj polja za unos. |

(a) Ispitajte učinak promjene parametara na graf funkcije sinus mijenjajući vrijednosti klizača.

| | | |
|---|---|--|
| 3 |  | Kreirajte tri klizača a_2 , ω_2 i φ_2 |
| 4 | $h(x) = a_2 \sin(\omega_2 x + \varphi_2)$ | Upišite drugu sinus funkciju h |
| 5 | $\text{sum}(x) = g(x) + h(x)$ | Kreirajte sumu ovih funkcija |

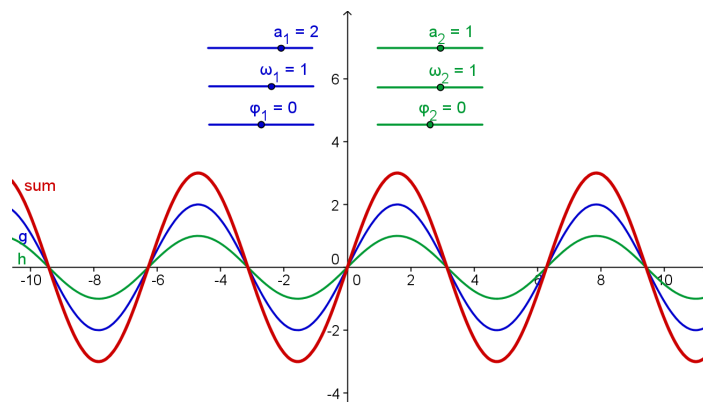
(b) Promijenite boju svih triju funkcija kako biste ih što lakše razlikovali.

(c) Neka su $a_1 = 1$, $\omega_1 = 1$ i $\varphi_1 = 0$. Za koje će vrijednosti a_2 , ω_2 , i φ_2 suma imati maksimalnu amplitudu?

Napomena: U tom će slučaju nastati ton maksimalne glasnoće.

(d) Za koje će vrijednosti a_2 , ω_2 i φ_2 ove dvije funkcije poništavati jedna drugu?

Napomena: U tom se slučaju neće čuti više nikakav ton.






5. Izvoz slike u međuspremnik

GeoGebrin grafički prikaz može se kao slika prenijeti u međuspremnik računala. Tako možete svoju konstrukciju ili graf jednostavno umetnuti u tekstualni ili prezentacijski dokument, što može vaše testove, kvizove, bilješke ili matematičke igre učiniti privlačnima.

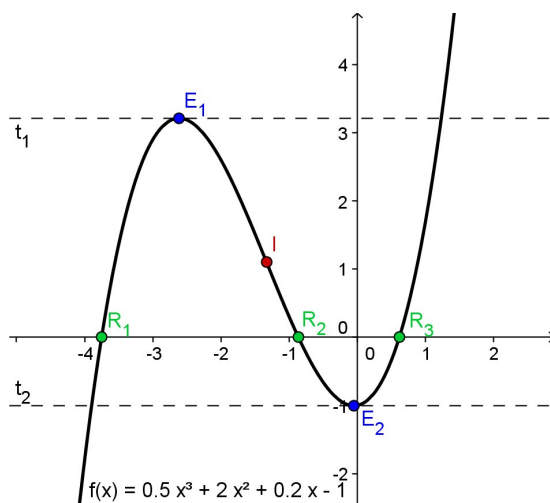
Vježba 12a: Izvoz slike u međuspremnik

Izrada vaše konstrukcije

Otvorite novi GeoGebrin dokument. Provjerite jesu li prikazani algebarski prikaz, traka za unos i koordinatne osi.

| | | |
|---|--|---|
| 1 | $f(x) = 0.5x^3 + 2x^2 + 0.2x - 1$ | Upišite polinom trećeg stupnja f |
| 2 | $R = \text{Nultočka}[f]$ | Odredite nultočke polinoma f <u>Napomena:</u> Ako postoji više od jedne nultočke GeoGebra će stvoriti indekse uz njihova imena, ako ste upisali $R = (\text{npr. } R_1, R_2, R_3)$. |
| 3 | $E = \text{Ekstrem}[f]$ | Odredite ekstrem polinoma f |
| 4 |  | Konstruirajte tangente na f u E_1 i E_2 |
| 5 | $I = \text{TočkaPregiba}[f]$ | Odredite točku infleksije (pregiba) polinoma f |




Napomena: Možete mijenjati Svojstva objekata (npr. boju točaka, stil tangenti, pokazati ime i vrijednost funkcije).



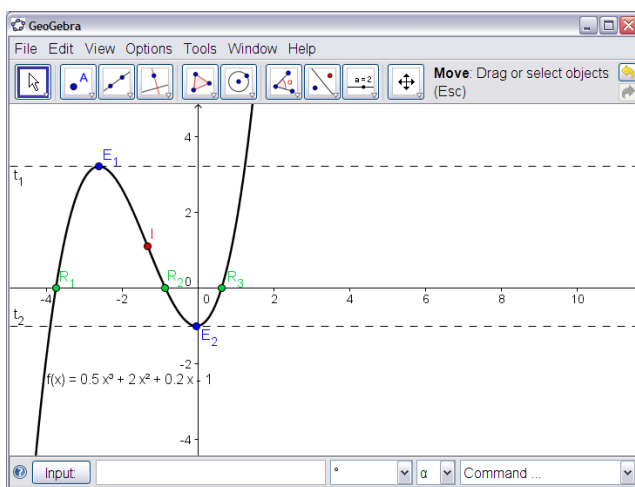


Izvoz slike u međuspremnik

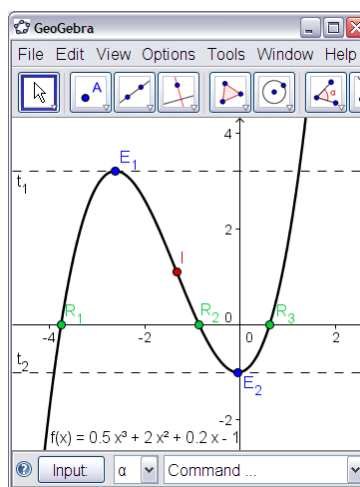
GeoGebra može izvesti cijelu crtaću plohu u međuspremnik. Stoga, kako bi se riješili neiskorištenog prostora, smanjite prozor crtaće plohe:

- Pomaknite sliku (ili odgovarajući dio) u gornji lijevi kut crtaće plohe koristeći alat  *Pomicanje crtaće plohe* (pogledajte sliku što se nalazi dolje lijevo).
Napomena: Isto tako možete koristiti alate  *Povećanje* i  *Smanjenje* kako biste uredili i pripremili vašu sliku za Izvoz.
- Ako želite promijeniti veličinu GeoGebrinog prozora to možete učiniti uz pomoć miša tako da pomičete donji desni kut (pogledajte sliku što se nalazi dolje desno).

Napomena: Pokazivač miša će promijeniti svoj oblik kada prijedemo iznad rubova ili kuta GeoGebrinog prozora.



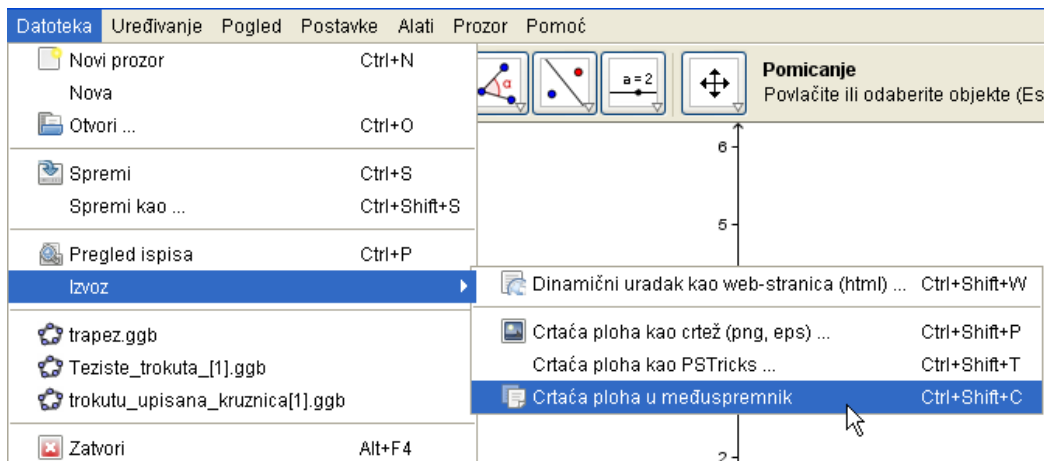
GeoGebrin prozor prije promjene veličine



GeoGebrin prozor nakon promjene veličine

Upotrijebite *Izbornik Datoteka* za Izvoz crtaće plohe u međuspremnik:

- Izvoz > Crtaća ploha u međuspremnik
Napomena: Umjesto toga možete koristiti kombinaciju tipki *Ctrl+Shift+C*.
- Vaša je slika sada spremljena u međuspremnik računala i može biti umetnuta u bilo koji tekstualni ili prezentacijski dokument.





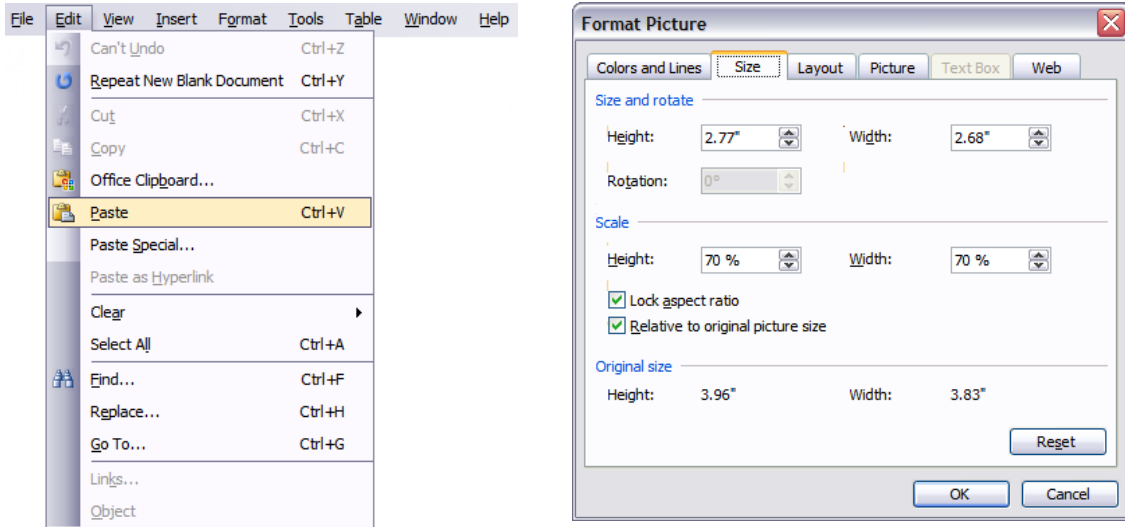
Vježba 12b: Umetanje slike u program za obradu teksta

Umetanje slike iz međuspremnika

Nakon Izvoza slike iz GeoGebre u međuspremnik vašeg računala možete ju zalijepiti u bilo koji tekst procesor (npr. MS Word).

- Otvorite novi tekstualni dokument
- Iz Izbornika *Uređivanje* odaberite *Zalijepi*. Slika će biti umetnuta tamo gdje se trenutno nalazi pokazivač miša.

Napomena: Možete umjesto toga koristiti i kombinaciju tipki *Ctrl + V*.



Smanjivanje veličine slika

Ako je potrebno možete promijeniti veličinu slike u MS Word-u:

- Dvaput kliknite na umetnutu sliku.
- Odaberite *Size (Veličina)* karticu u prikazanom *Format Picture (Oblikuj sliku)* prozoru.
- Visinu / širinu slike možete mijenjati u cm (inčima) ili u postotku.
- Kliknite *OK*.

Napomena: Pri promijeni veličine slike, promijenilo se i mjerilo. Ako želite zadržati mjerilo (npr. kako bi učenici mogli mjeriti udaljenosti) provjerite je li veličina slike 100%.

Napomena: Ako je slika prevelika da bi stala na jednu stranicu, *MS Word* će automatski promijeniti njenu veličinu, a samim time i mjerilo.



6. Praktični rad II

Ovaj praktični rad sastoji se od niza aktivnosti za uvježbavanje algebarskog unosa, naredbi i funkcija u GeoGebri. Aktivnosti su dostupne u dva različita stupnja, s obzirom na njihovu težinu: *Osnovni zadaci* i *Napredni zadaci*. Možete odabrati zadatke na osnovu vlastitog interesa i raditi na njima sami ili zajedno sa drugima.

Savjeti i trikovi



- Za svaku od ovih aktivnosti, otvorite novu GeoGebrinu datoteku. Provjerite prije početka svake vježbe je li potrebno pokazati ili sakriti algebarski prikaz, traka za unos i koordinatne osi.
- Ako želite prije nego započnete novu vježbu možete spremiti svoje datoteke.
- Ne zaboravite na *Poništi* i *Ponovi gumbe* u slučaju pogreške.
- Često koristite alat *Pomicanje* kako bi provjerili vašu konstrukciju (npr. jesu li objekti zaista povezani, jeste li kreirali nepotrebne objekte).
- Provjerite znate li sintaksu algebarskih izraza i funkcija prije unosa. Pročitajte dio *Savjeti i trikovi* na početku teme *Osnovni algebarski unos, naredbe i funkcije*. Ako imate problema pitajte kolege.
- Pažljivo provjerite algebarski unos prije nego pritisnete tipku *Enter*. Ako vam se pokaže poruka o postojanju pogreške, pročitajte ju! Možda vam pomogne u otkrivanju i rješavanju problema.
- Provjerite znate li kako se koriste odgovarajući geometrijski alati, prije nego počnete s konstrukcijom. Ako ne znate kako se koristi odgovarajući alat, pokrenite ga pa pročitajte pomoć u alatnoj traci.
- Ako imate pitanja, prije nego se obratite voditelju ili pomoćniku pitajte kolege.







Vježba II.a: Parametri linearne jednadžbe

Klasifikacija: Osnovni zadatak

- U ovoj vježbi koristit će se sljedeći alati, algebarski unos i naredbe. Uvjerite se da znate kako se koristi svaki alat prije početka konstrukcije.

| | |
|---|----------------------------|
|  | Klizač |
| | pravac: $y = m x + b$ |
|  | Dužina između dviju točaka |
| | Sjecište[pravac, y0s] |

| | | |
|---|-------------------------|--------------|
|  | Sjecište dvaju objekata | |
|  | Nagib | Novo! |
|  | Pokaži / sakrij objekt | |
|  | Pomicanje | |

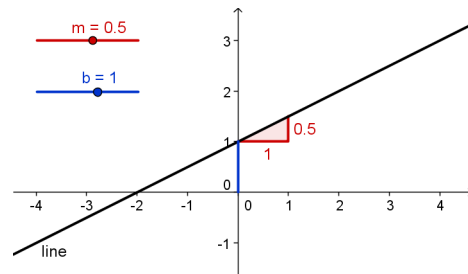
Napomena: Ako želite najprije pogledajte datoteku [A 2a parametarski pravac.html](#).

Postupak konstrukcije

- Upišite: pravac: $y = 0.8 x + 3.2$



Zadatak 1: Pomičite pravac u algebarskom prozoru koristeći tipkovničke strelice. Koji parametar je moguće promijeniti na ovaj način?

Zadatak 2: Pomičite pravac u grafičkom prozoru uz pomoć miša. Koju transformaciju pravca možete primijeniti na ovaj način?



- Obrišite pravac. Kreirajte klizače m i b koristeći početne vrijednosti klizača.
- Upišite pravac: $y = m x + b$.
Napomena: Ne zaboravite unijeti * ili razmak između m i x kako bi naznačili operaciju množenja!
- Zadatak 3: Napišite upute za učenike koje će ih voditi kroz postupak provjere utjecaja parametara jednadžbe pravca uz pomoć klizača. Te upute im možete dati na papiru uz GeoGebrinu datoteku.

Izazov: Pokušajte ovu konstrukciju prikazati uz pomoć nagiba i sjecišta s y -osi.



- Kreirajte Sjecište pravca i y -osi.
Napomena: Koristite alat  Sjecište ili naredbu Sjecište[pravac, y0s].
- Kreirajte točku u ishodištu pa nacrtajte dužinu između tih dviju točaka.
- Koristite alat  Nagib kako bi kreirali nagib (trokut) na pravcu.
- Sakrijte nepotrebne objekte i prilagodite izgled ostalih.





Vježba II.b: Uvod u derivacije - nagib funkcije

Klasifikacija: Napredni zadatak

U ovoj vježbi koristit će se sljedeći alati, algebarski unos i naredbe. Uvjerite se da znate kako se koristi svaki alat prije početka konstrukcije.

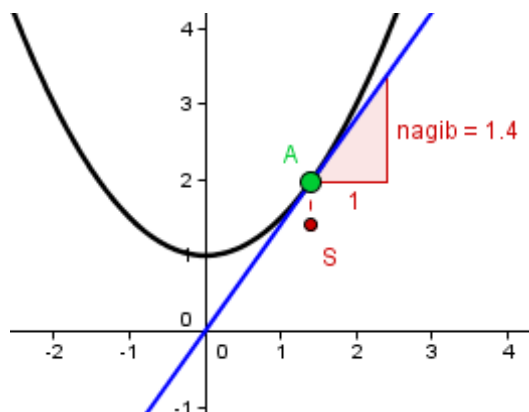
| | |
|--|--------------|
| $f(x) = x^2/2 + 1$ | |
|  Nova točka | |
|  Tangenta | Novo! |
| $\text{nagib} = \text{Nagib}[t]$ | |

| | |
|--|--|
| $S = (x(A), \text{nagib})$ | |
|  Dužina između dviju točaka | |
|  Pomicanje | |

Napomena: Ako želite najprije pogledajte datoteku [A 2b Nagib funkcije.html](#).


Postupak konstrukcije

1. Upišite polinom: $f(x) = x^2/2 + 1$
2. Nacrtajte točku A na funkciji f .
Napomena: Pomičite točku A kako biste provjerili pripada li ona zaista grafu funkcije.
3. Konstruirajte tangentu t na funkciju f u točki A .
4. Konstruirajte nagib tangente t koristeći: $\text{nagib} = \text{Nagib}[t]$



5. Definirajte točku S : $S = (x(A), \text{nagib})$
Napomena: $x(A)$ će vam dati x -koordinatu točke A .
6. Spojite točke A i S koristeći dužinu.
7. Zadatak: Pomičite točku A duž grafa funkcije dok ne naslutite oblik putanje koji odgovara nagibu funkcije.

Izazov: Odredite jednadžbu funkcije Nagib .

8. Uključite trag točke S . Pomičite točku A kako biste provjerili svoju slutnju.
Napomena: Desnim klikom miša kliknite na točku S (MacOS: *Ctrl*-klik) i odaberite  Uključi trag.
9. Odredite jednadžbu novonastale nagib funkcije. Upišite funkciju i pomičite točku A . Ako ste ju ispravno odredili, trag točke S pratit će graf.
10. Promijenite jednadžbu početnog polinoma f kako biste napravili novi problem.



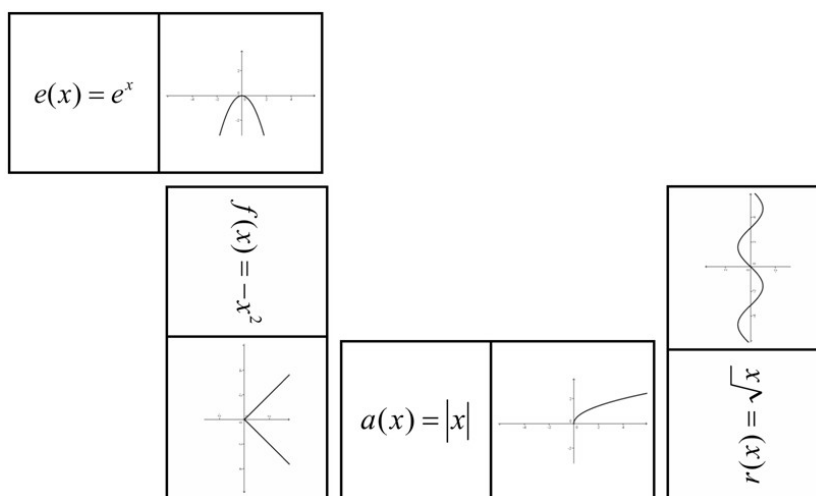
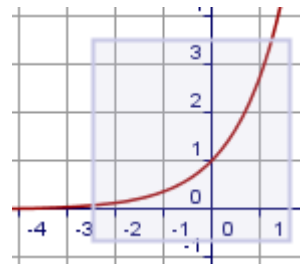
Vježba II.c: Izrada igre 'domino s funkcijama'

Klasifikacija: Osnovni zadatak

U ovoj vježbi ćete naučiti kako izvesti graf funkcije u međuspremnik i kako ga umetnuti u neki word dokument. Uz pomoć umetnutog grafa napraviti ćemo kartice za igru «Domino». Provjerite znate li zapisati različite vrste funkcija, prije nego započnete s ovom vježbom.

Postupak izrade

1. Upišite proizvoljnu funkciju. Primjer: $e(x) = \exp(x)$
 2. Pomaknite graf funkcije u gornji lijevi kut crtaće plohe i prilagodite veličinu prozora programa ili bolje pritisnite lijevu tipku miša i crtajte sivi pravokutnik preko područja koje želite izvesti u sliku.
 3. Odaberite izbornik *Datoteka > Izvoz > Grafički prikaz u međuspremnik* ili *Uređivanje > Grafički prikaz u međuspremnik* ili pritisnite istovremeno tipke $\text{Ctrl} + \text{Shift} + \text{C}$.
 4. Otvorite novi word dokument.
 5. Kreirajte tablicu (Izbornik *Tablica > Umetni > Tablica...*) s dva stupca i nekoliko redaka.
 6. Postavite pokazivač miša u jednu od ćelija vaše tablice. Umetnite graf funkcije iz međuspremnika (izbornik *Uređivanje > Zalijepi* ili kombinacijom tipki $\text{Ctrl} + \text{V}$).
 7. Prilagodite veličinu slike ukoliko je potrebno. Kliknite na sliku i povlačite za jedan ugao. Pritom slika neće izgubiti na kvaliteti jer GeoGebra producira vektorsku grafiku.
 8. Upišite jednadžbu neke druge funkcije u susjednu ćeliju.
Napomena: Ovdje možete koristiti uređivač jednadžbi.
 9. Ponovite korake od 1 do 8 s nekom drugom funkcijom (npr. trigonometrijskom, logaritamskom...).
- Napomena: Provjerite nalazi li se svakoj funkciji graf i jednadžba na nekoj domino kartici.





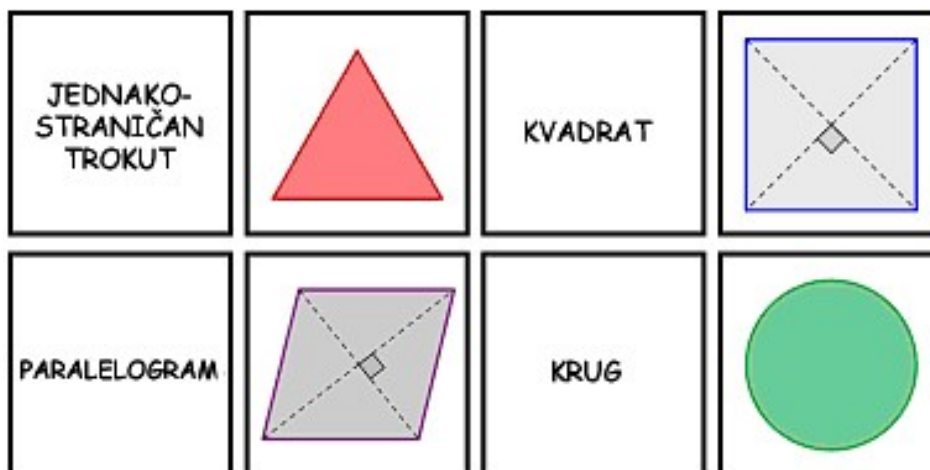
Vježba II.d: Izrada igre 'Memori s geometrijskim likovima'

Klasifikacija: Napredni zadatak

U ovoj vježbi vježbat ćete izvoz konstrukcije kao slike u međuspremnik i njeno umetanje u dokument za obradu teksta u svrhu izrade kartica za igru pamćenja s geometrijskim likovima. Provjerite znate li konstruirati različite geometrijske likove (npr. četverokute, trokute) prije nego započnete ovu vježbu.

Postupak izrade

1. Konstruirajte geometrijski lik u GeoGebri (npr. jednakostraničan trokut).
2. Koristeći dijaloški okvir *Svojstva* istaknite svoju konstrukciju.
3. Pomaknite lik u gornji lijevi kut crtaće plohe i prilagodite veličinu Geogebra prozora.
4. Izvezite crtaću plohu u međuspremnik (izbornik *Uređivanje* > *Grafički prikaz u međuspremnik*).
5. Otvorite novi dokument za obradu teksta.
6. Kreirajte tablicu (izbornik *Tablica* > *Umetni* > *Tablica ...*) s tri stupca i nekoliko redaka
7. Podesite visinu redaka i širinu stupaca na 5 cm (2 inča).
Napomena: Postavite pokazivač miša u tablicu i otvorite dijaloški okvir *Svojstva Tablice* korištenjem izbornika *Tablica*. U kartici *Redak* odredite visinu retka. U kartici *Stupac* unesite željenu širinu. U kartici *Ćelija* postavite okomito poravnavanje na *Sredina*. Za kraj stisnite *OK*.
8. Postavite pokazivač miša u jednu od ćelija tablice. Umetnite sliku iz međuspremnika (izbornik *Uređivanje* > *Zalijepi* ili kombinacija tipki *Ctrl+V*).
9. Ako je potrebno, prilagodite veličinu.
10. Unesite ime geometrijskog lika u drugu ćeliju tablice.
11. Ponovite korake 1 do 10 s različitim geometrijskim likovima (npr. krugom, četverokutima, trokutima).





7. Umetanje slike u grafički prikaz

Vježba 13: Alat za crtanje simetričnih figura

Povratak u školu ...

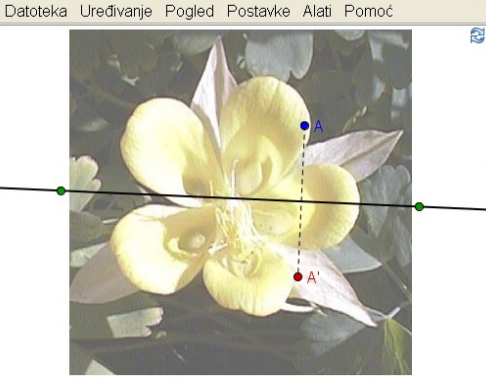
Otvorite web-stranicu [A13 alat za crtanje simetrije.html](#). Slijedite upute na radnom listu i iskusite kako vaši učenici mogu istražiti osi simetrije cvijeta.

Napomena: U kasnijem tijeku radionice, naučit ćete kako kreirati ovakvu web-stranicu s apletom.

Os simetrije

U apletu vidite točku **A** koja se zrcali na pravcu i tako nastaje njena slika **A'**.

Datoteka Uređivanje Pogled Postavke Alati Pomoć



1. Povlaćite točku **A** mišem duž cvijetnih latica. Što primjećujete? Zapišite svoja zapažanja.
2. Koliko **osi simetrije** ima ovaj cvijet? **Savjet:** Povlaćite jednu pa drugu **zelenu točku** radi **promjene položaja** pravca zrcaljenja. Zatim ponovite 1. korak za svaku položaj pravca. **Savjet:** Pritisnite tipke **Ctrl + F** svako toliko radi **brisanja tragova**.
3. Izradite **skicu** ove vježbe uključivši sliku cvijeta sa svim osima simetrije koje ste pronašli.






Rasprava

- Kakvu bi korist mogli vaši učenici izvući iz ove pripremljene konstrukcije?
- Koji su alati korišteni za izradu dinamičnog lika?



Priprema

- Otvorite novu GeoGebrinu datoteku.
- Sakrijte algebarski prikaz, traku za unos i koordinatne osi (izbornik *Pogled*).


Postupak konstrukcije

| | | |
|---|---|--|
| 1 |  | Nova točka A |
| 2 |  | Pokaži oznaku točke A |
| 3 |  | Os simetrije – pravac kroz dvije točke |
| 4 |  | Zrcaljenje točke na pravcu da se dobije točka A' |
| 5 |  | Dužina između točke A i njene slike A' |



| | | |
|---|---|--|
| 7 |  | <p>Uključi trag za točke A i A'</p> <p><u>Napomena:</u> Desnim klikom kliknite (MacOS: <i>Ctrl</i> – klik) na točku i odaberite <i>Uključi trag</i> iz izbornika. Pri svakom pomicanju točka A ostavlja trag na crtaćoj plohi.</p> |
| 8 |  | Pomicanjem točke A nacrtajte dinamični lik. |



Diskusija

Mogućnost  *Uključi trag* ima neke posebne karakteristike:

- Trag je privremena pojava. Kad god se grafika osvježi, trag nestane.
- Trag se ne može spremi i ne prikazuje se u algebarskom prozoru.
- Kako biste izbrisali trag potrebno je osvježiti pogled (izbornik *Pogled* > *Osvježi* ili kombinacija tipaka *Ctrl* + *F*. MacOS: *Open Apple-F*).

Poboljšanje konstrukcije

Napomena: Provjerite jeste li spremili sliku [A13_cvijet.jpg](#) na svoje računalo.

| | | |
|----|---|---|
| 9 |  | Umetnite sliku na crtaću plohu <u>Napomena:</u> Kliknite u donji lijevi kut crtaće plohe radi umetanja slike na tom mjestu. |
| 10 |  | Podesite položaj umetnute slike. |
| 11 | | Postavite sliku kao <i>pozadinsku sliku</i> (dijaloški okvir <i>Svojstva</i> , kartica <i>Osnovno</i>). |
| 12 | | Smanjite <i>ispunu</i> slike (dijaloški okvir <i>Svojstva</i> , kartica <i>Stil</i>). <u>Napomena:</u> Nakon uređivanja slike kao pozadinske slike, potrebno je otvoriti dijaloški okvir <i>Svojstva</i> korištenjem izbornika <i>Uređivanje</i> . Pozadinsku sliku nije moguće označiti u <i>grafičkom prikazu</i> . |








Vježba 14a: Promjena veličine i zrcaljenje slike

U ovoj vježbi naučit ćete kako promijeniti veličinu umetnute slike na određenu veličinu i kako primijeniti preslikavanja na umetnutu sliku.

Priprema

- Provjerite imate li sliku [A14_zalazak_sunca.jpg](#) na svom računalu.
- Otvorite novu GeoGebrinu datoteku.
- Zatvorite algebarski prikaz i sakrijte koordinatne osi.

Postupak konstrukcije

| | | |
|---|---|--|
| 1 | | Umetnite sliku A14_zalazak_sunca.jpg na lijevu stranu crtaće plohe |
| 2 |  | Postavite novu točku <i>A</i> pri donjem lijevom uglu slike |
| 3 | | Postavite točku <i>A</i> kao vrh prvog ugla vaše slike. <u>Napomena:</u> Otvorite dijaloški okvir <i>Svojstva</i> i odaberite sliku u listi objekata. Kliknite karticu <i>Osnovno</i> i odaberite točku <i>A</i> iz padajuće liste uz <i>Ugao 1</i> . |
| 4 | | $B = A + (3, 0)$ |
| 5 | | Postavite točku <i>B</i> kao vrh drugog ugla slike. <u>Napomena:</u> Upravo ste promijenili širinu slike na 3 cm. |
| 6 |  | Vertikalni pravac kroz dvije točke po sredini crtaće plohe |
| 7 |  | Zrcalite sliku preko pravca <u>Napomena:</u> Želite li bolje razlikovati zrcaljenu sliku od originala, možete joj smanjiti ispunu. |

Zadaci

- Pomičite točku *A* mišem. Kako to utječe na sliku?
- Pomičite sliku mišem i promatrajte kako to utječe na njenu presliku.
- Pomičite os simetrije povlačenjem obiju točaka mišem. Kako to utječe na presliku?








Vježba 14b: Deformiranje slike

U ovoj vježbi naučit ćete kako promijeniti veličinu slike na proizvoljnu veličinu i kako iskriviti sliku u GeoGebri.

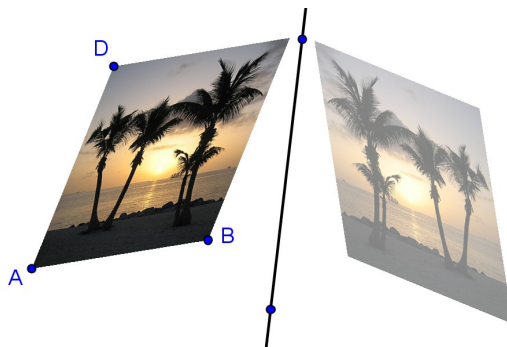
Sad ćete izmijeniti konstrukciju načinjenu u vježbi 14a. Želite li zadržati i original, spremite datoteku.

Postupak konstrukcije

| | | |
|---|---|--|
| 1 | | Započnite s oblikom načinjenim u vježbi 14a. |
| 2 |  | Izbrišite točku B kako biste vratili sliku na početnu veličinu. |
| 3 |  | Nacrtajte novu točku B u donjem desnom kutu izvorne slike. |
| 4 | | Postavite novu točku B kao vrh drugog ugla vaše slike. <u>Napomena:</u> Sada možete mijenjati veličinu slike pomicanjem točke B . |
| 5 |  | Nacrtajte novu točku D u gornjem lijevom kutu izvorne slike. |
| 6 | | Postavite novu točku D kao vrh četvrtog ugla vaše slike. |

Zadaci

- Kako pomicanje točke D utječe na sliku i njenu presliku?
- Koji geometrijski oblik čine slika i preslika u svakom trenutku?





Vježba 14c: Istraživanje svojstava zrcaljenja

U ovoj vježbi izradit ćete dinamični lik koji će omogućiti vašim učenicima istraživanje svojstava zrcaljenja (osne simetrije).

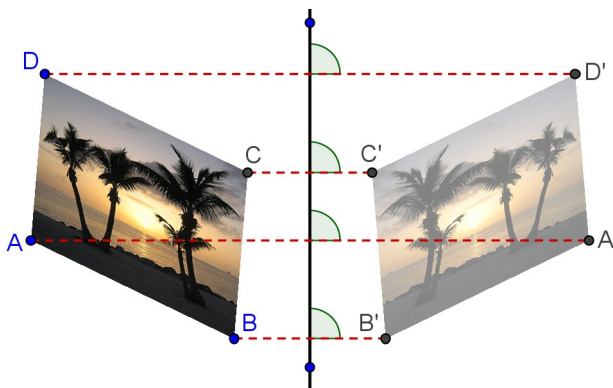
Sad ćete izmijeniti konstrukciju načinjenu u vježbi 14b. Želite li zadržati i original spremite datoteku.

Postupak konstrukcije

| | | |
|----|--|---|
| 1 | | Započnite s oblikom načinjenim u vježbi 14b. |
| 2 | | Dužina između točaka A i B |
| 3 | | Dužina između točaka A i D |
| 4 | | Usporednica s dužinom AB kroz točku D |
| 5 | | Usporednica s dužinom AD kroz točku B |
| 6 | | Sjecište dvaju pravaca za dobivanje sjecišta C |
| 7 | | Sakrijte pomoćne objekte |
| 8 | | Zrcalite sve točke - vrhove kutova obzirom na pravac kako biste dobili njihove preslike |
| 9 | | Spojite odgovarajuće točke dužinama (npr. točke A i A') |
| 10 | | Nacrtajte kutove između osi simetrije (zrcaljenja) i dužina |

Zadatak

Pomičite točke – vrhove kutova izvorne slike, kao i os simetrije. Što možete reći o kutovima između dužina i osi simetrije? Kako možemo nazvati os simetrije u odnosu na dužine dobivene spajanjem svake točke i njene preslike?





8. Umetanje teksta u grafički prikaz

Vježba 15: Koordinate zrcaljene točke

Priprema

- Otvorite novu GeoGebrinu datoteku.
- Uključite algebarski prikaz, traku za unos, koordinatne osi i koordinatnu mrežu (Izbornik *Pogled*).
- U izborniku *Postavke* postavite *Vezivanje točke na mrežu* na uključeno (koordinatna mreža).

| | | |
|---|--|--|
| 1 | | Nacrtajte točku $A = (3, 2)$ |
| 2 | | Nacrtajte pravac $a: y = 0$ |
| 3 | | Zrcalite točku A preko pravca a da dobijete A' |
| 4 | | Promijenite boju pravca a i točke A' . |
| 5 | | Nacrtajte pravac $b: x = 0$ |
| 6 | | Zrcalite točku A preko pravca b da dobijete A_1' |
| 7 | | Promijenite boju pravca b i točke A_1' . |

Umetanje statičnog teksta

Umetnite naslov u grafički prikaz GeoGebre kako bi vaši učenici znali o čemu dinamična slika govori:

- Uključite alat *Umetanje teksta* ^{ABC} i kliknite na gornji dio crtaće plohe.
- Utipkajte sljedeći tekst u otvoreni prozor:
Zrcaljenje točke preko koordinatnih osi
- Kliknite *Primjeni*.
- Prilagodite položaj teksta korištenjem alata *Pomicanje*.

Napomena: Svojstva teksta možete promijeniti u dijaloškom okviru *Svojstva* (npr. u kartici *Tekst* - stil fonta, veličinu fonta, oblikovanje). U kartici *Osnovno* možete učiniti tekst nepomičnim kako ga ne biste nehotice pomicali.

Umetanje dinamičnog teksta

Dinamični tekst vezan je uz postojeće objekte i automatski se prilagođava promjenama, na primjer $A = (3, 2)$.

- Uključite alat *Umetanje teksta* ^{ABC} i kliknite na crtaću plohu.
- Utipkajte $A =$ u dijaloški okvir:
Napomena: Ovo će biti statični dio teksta i neće se mijenjati pri pomicanju točke A .



- Umetnite dinamični dio teksta tako da kliknete na točku A bilo u algebarskom ili geometrijskom prikazu.
 - o GeoGebra će umetnuti ime točke u polje teksta i dodati navodnike oko već postojećeg (statičnog) teksta.
 - o Dodatno, GeoGebra dodaje znak $+$ za povezivanje statičnog i dinamičnog dijela teksta.
- Kliknite *Primjeni*.

Napomena: Tekst pokazuje koordinate točke A i automatski prati promjene njenog položaja.

Povećanje dinamične slike

- Umetnite dinamični tekst koji prikazuje koordinate zrcaljenih točaka A' i A_1' .
- Smanjite veličinu prikaza kako biste prikazali veći dio koordinatne ravnine.

Napomena: Možete prilagoditi razmak linija koordinatne mreže.

 - o Otvorite dijaloški okvir *Svojstva crtaće plohe* (desni klik / MacOS: Ctrl-klik na crtaću plohu i odaberite *Svojstva*)
 - o Odaberite karticu *Koordinatna mreža*
 - o Kliknite na okvir *Razmak* i promijenite vrijednost u oba polja teksta u 1
- Zatvorite algebarski prikaz i načinite sav tekst nepomičnim kako ga ne biste nehotice pomicali.



Zadatak

Osmislite upute koje će pomoći vašim učenicima u otkrivanju odnosa između koordinata originalnih i zrcaljenih točaka. Upute se mogu prikazati zajedno s dinamičnim likom.



Vježba 16: Rotacija mnogokuta

Priprema

- Otvorite novu GeoGebrinu datoteku.
- Sakrijte algebarski prikaz i traku za unos ako je potrebno.
- Uključite prikaz koordinatnih osi i koordinatne mreže.
- Otvorite dijaloški okvir crtaće plohe:
 - o U kartici *Osi* – *xOs* promijenite *Razmak* za *x-Os* u 1
 - o U kartici *Osi* – *yOs* promijenite *Razmak* za *y-Os* u 1

Postupak konstrukcije

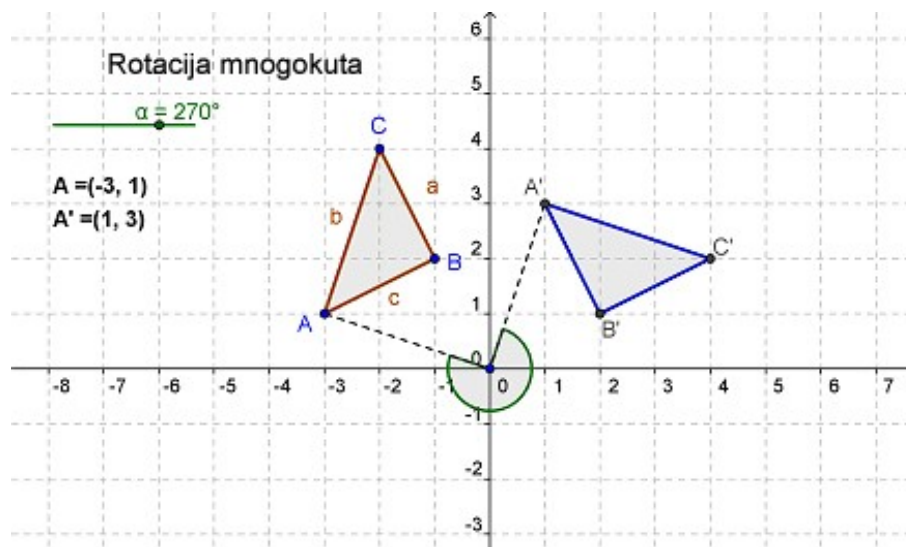
| | | |
|---|--|---|
| 1 | | Nacrtajte proizvoljni trokut <i>ABC</i> |
| 2 | | Nova točka <i>D</i> u ishodištu koordinatnog sustava |
| 3 | | Preimenujte novu točku u <i>O</i> <u>Napomena:</u> GeoGebra nudi mogućnost brzog preimenovanja. Uključite način <i>Pomicanje</i> i odaberite objekt. Kad počnete tipkati novo ime GeoGebra otvara dijaloški okvir <i>Preimenovanje</i> . |
| 4 | | Kreirajte klizač za kut α <u>Napomena:</u> U dijaloškom okviru klizača kliknite potvrdni okvir <i>Kut</i> i postavite korak povećanja na 90° . |
| 5 | | Rotirajte trokut <i>ABC</i> oko točke <i>O</i> za kut α <u>Napomena:</u> Označite rotaciju <i>suprotno smjeru kazaljke na satu</i> . |
| 7 | | Dužine <i>AO</i> i <i>A'O</i> . |
| 8 | | Kut <i>AOA'</i> <u>Napomena:</u> Odaberite točke u smjeru suprotnom kazaljka na satu. Sakrijte oznaku ovog kuta. |
| 9 | | Pomaknite klizač i pogledajte sliku trokuta. |

Poboljšanje konstrukcije

| | | |
|---|-----|--|
| 1 | ABC | Umetnite statični tekst: Rotacija mnogokuta |
| 2 | ABC | Umetnite dinamični tekst: "A = " + A |
| 3 | ABC | Umetnite dinamični tekst: "A' = " + A' |
| 4 | | Pomaknite klizač i tekst na željene položaje |



| | |
|---|--|
| 5 | Učinite klizač nepomičnim (Dijaloški okvir <i>Svojstva</i> – kartica <i>Klizač</i>) |
| 7 | Učinite tekst nepomičnim (Dijaloški okvir <i>Svojstva</i> – kartica <i>Osnovno</i>) |



Rasprava

Na koji biste način mogli iskoristiti ovu datoteku za upoznavanje vaših učenika s pojmom rotacije objekta oko ishodišta koordinatnog sustava?



9. Praktični rad III

Ovaj se praktični rad sastoji od niza aktivnosti za vježbanje umetanja slika i teksta u grafički prikaz Geogebre. Dostupne su aktivnosti dviju razina zahtjevnosti: *Osnovni zadaci* i *Napredni zadaci*. Možete odabrati zadatke sukladno vlastitim interesima i raditi na njima sami ili zajedno s kolegom.

Savjeti i trikovi

- Za svaku od aktivnosti, otvorite novu GeoGebra datoteku. Prije početka vježbe, provjerite trebate li prikazati ili sakriti algebarski prikaz, traka za unos i koordinatne osi.
- Odlučite li raditi vježbu koja uključuje umetanje slike u GeoGebra, prije nego započnete vježbu provjerite jeste li slike pohranili na svoje računalo.
- Dobro je spremati datoteke prije prelaska na novu vježbu.
- Ne zaboravite koristiti *Poništi* i *Ponovi* gumb u slučaju pogreške.
- Često koristite alat *Pomicanje* kako biste provjerili vašu konstrukciju (npr. jesu li objekti stvarno spojeni, jeste li konstruirali neke nepotrebne objekte).
- Provjerite znate li sintaksu za unos algebarskih izraza i funkcija. Ako budete imali nedoumica, pročitajte odlomak *Savjeti i trikovi* na početku teme *Osnovni algebarski unos, naredbe i funkcije* ili zamolite kolege za pomoć.
- Pažljivo provjerite algebarski unos prije nego stisnete tipku *Enter*. Ukoliko se pojavi poruka o greški, pročitajte ju! Može vam pomoći pri otklanjanju problema.
- Prije nego započnete konstrukciju, provjerite znate li se služiti odgovarajućim geometrijskim alatima. Ako ne znate koristiti određeni alat, uključite ga i pročitajte pomoć u alatnoj traci.
- Ukoliko imate pitanja, molimo vas, upitajte kolege prije nego se obratite voditelju ili pomoćniku.




Vježba III.a: Predodžba sustava jednadžbi

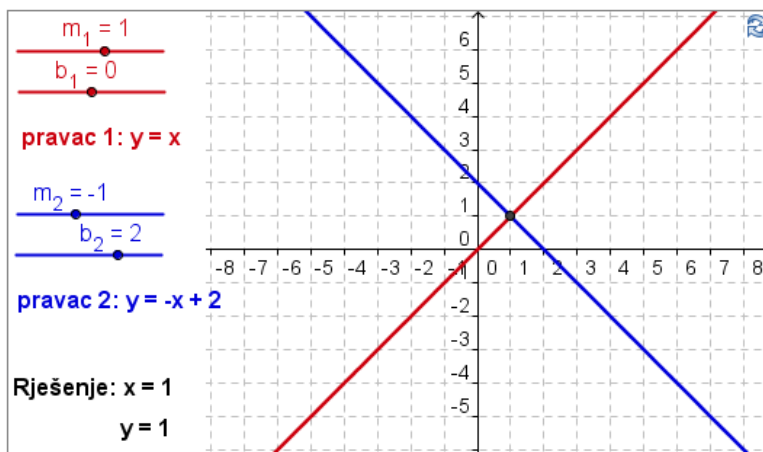
Klasifikacija: Osnovni zadatak

U ovoj vježbi koristit ćete algebarski unos i naredbe. Prije nego započnete, provjerite znate li sintaksu za algebarski unos i naredbe.

Pogledajte web-stranicu s apletom imena [A_3a_sustav_jednadzbi.html](#) kako biste vidjeli na koji način učenici mogu iskoristiti ovu konstrukciju za grafičko rješavanje sustava linearnih jednadžbi.

Postupak konstrukcije

1. Konstruirajte klizalice m_1 i b_1 koristeći zadane postavke klizalice.
2. Kreirajte linearnu jednadžbu l_1 : $y = m_1 x + b_1$.
3. Konstruirajte klizalice m_2 i b_2 koristeći zadane postavke za klizalice.
4. Zadajte linearnu jednadžbu l_2 : $y = m_2 x + b_2$.
5. Umetnite dinamični tekst1: "pravac 1: $y =$ " + l_1
6. Umetnite dinamični tekst2: "pravac 2: $y =$ " + l_2
7. Konstruirajte sjecište A obaju pravaca bilo alatom  *Sjecište dvaju objekata* ili naredbom $A = \text{Sjecište}[l_1, l_2]$.
8. Umetnite dinamični tekst3: "Rješenje: $x =$ " + $x(A)$
Napomena: $x(A)$ daje x -koordinatu točke A .
9. Umetnite dinamični tekst4: " $y =$ " + $y(A)$
Napomena: $y(A)$ daje y -koordinatu točke A .



Izazov: Načinite sličnu konstrukciju koja omogućava vizualizaciju grafičkog rješenja sustava kvadratnih polinoma.

Napomena: Funkcije trebaju biti unijete pomoću izraza $f(x) = \dots$






Napomena: Takav dinamični oblik može se iskoristiti za prikaz jednadžbe s jednom nepoznanicom tako da se svaka strana jednadžbe unese kao jedna od dviju funkcija.





Vježba III.b: Translacija slika

Klasifikacija: Osnovni zadatak

U ovoj ćete vježbi koristiti sljedeće alate i naredbe. Prije nego započnete, provjerite znate li koristiti sve alate i naredbe.

| | | | | |
|---|--------------------------------|---|-------------------------------|--------------|
|  | Umetanje slike $A = (1, 1)$ |  | Vektor između dviju točaka | Novo! |
|  | Mnogokut Vektor[0, P] |  | Translacija objekta za vektor | Novo! |
| | |  | Pomicanje | |
| | | ABC | Umetanje teksta | |

Postupak konstrukcije

- Otvorite novu GeoGebrinu datoteku. Prikažite algebarski prikaz, traku za unos, koordinatne osi i koordinatnu mrežu. U *Izborniku Postavke* postavite *Vezivanje točke na mrežu > uključeno (koordinatna mreža)*.
 - Umetnite sliku [A_3b_Bart.png](#) u prvi kvadrant.
 - Nacrtajte točke $A = (1, 1)$, $B = (3, 1)$ i $D = (1, 4)$.
 - Postavite točku A kao vrh prvog, B kao drugog, a D kao četvrtog ugla slike (*Dijaloški okvir Svojstva*, kartica Položaj).
 - Nacrtajte trokut ABD .
 - Nacrtajte točku $O = (0, 0)$ i točku $P = (3, 1)$.
 - Nacrtajte vektor $u = \text{Vektor}[0, P]$.
- Napomena: Možete koristiti i alat  Vektor između dviju točaka.
- Translatirajte sliku za vektor u pomoću alata  Translacija objekta za vektor.

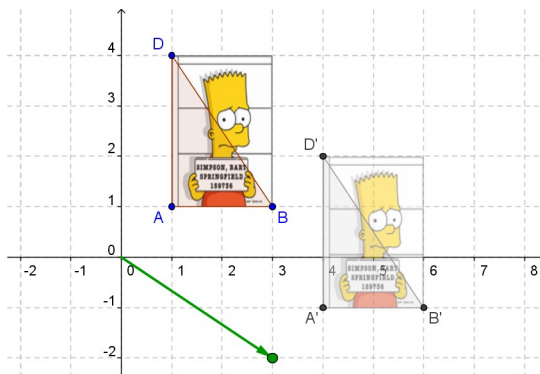
Napomena: Možete smanjiti ispunu preslike.

- Translatirajte tri točke u vrhovima kutova A , B i D za vektor u .
- Nacrtajte trokut $A'B'D'$.
- Sakrijte točku O da ju ne biste nehotice pomicali. Promijenite boju i veličinu objekata kako biste poboljšali svoju konstrukciju.

Izazov

Umetnite dinamični tekst koji pokazuje

- koordinate točaka A , B , C , A' , B' i D' .
- koordinate vektora u .





Vježba III.c: Konstrukcija trokuta nagiba

Klasifikacija: Napredni zadatak

U ovoj vježbi koristit ćete sljedeće alate i algebarski unos. Prije početka provjerite znate li koristiti sve alate i poznajete li sintaksu za algebarski unos.

| | |
|--|--------------------------------|
| | Pravac kroz dvije točke |
| | Okomica |
| | Sjecište dvaju objekata |
| | Mnogokut |
| | $\text{prirast} = y(B) - y(A)$ |

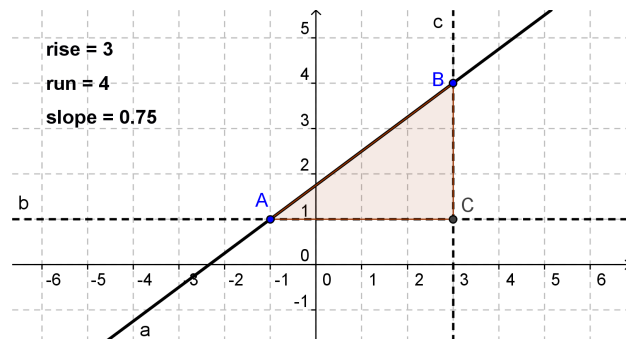
| | |
|-----|------------------------------|
| | $\text{pomak} = x(B) - x(A)$ |
| | Nagib = prirast / pomak |
| ABC | Tekst |
| | Polovište ili središte |
| | Pomicanje |

Postupak konstrukcije

1. Prikažite algebarski prikaz, koordinatne osi i koordinatnu mrežu. Postavite Vezivanje točke na mrežu > uključeno (koordinatna mreža) i Označavanje > svih novih objekata.
 2. Nacrtajte pravac kroz dvije točke A i B.
 3. Konstruirajte okomicu b na x-os kroz točku A.
 4. Konstruirajte okomicu c na y-os kroz točku B.
 5. Presijecite okomice b i c da dobijete sjecište C.
- Napomena: Možete sakriti okomice.
6. Nacrtajte mnogokut ACB i sakrijte oznake stranica.
 7. Izračunajte prirast: $\text{prirast} = y(B) - y(A)$

Napomena: $y(A)$ daje y -koordinatu točke A.

8. Izračunajte pomak: $\text{pomak} = x(B) - x(A)$
- Napomena: $x(B)$ daje x -koordinatu točke B.
9. Umetnite dinamični tekst1: "prirast = " + prirast
 10. Umetnite dinamični tekst2: "pomak = " + pomak



11. Unesite sljedeću jednadžbu u traka za unos kako biste izračunali nagib pravca a: $\text{Nagib} = \text{prirast} / \text{pomak}$
12. Umetnite dinamični tekst3: "Nagib = " + Nagib.
13. Promijenite svojstva objekata kako biste poboljšali svoju konstrukciju.



Izazov 1: Umetanje dinamičnog teksta koji sadrži razlomak.

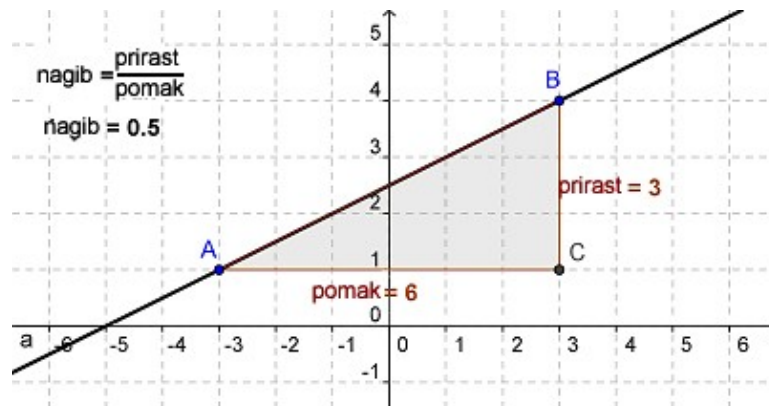
Koristeći formule LaTeX-a, tekst se može unaprijediti za prikaz razlomaka, kvadratnih korijena i ostalih matematičkih simbola.

1. Uključite alat ^{ABC} *Umetanje teksta* i kliknite na crtaču plohu.
2. Upišite $\text{Nagib} =$ u prozor polja za unos *Umetanje teksta*.
3. Označite potvrdni okvir *LaTeX formula* i odaberite a/b iz padajuće liste.
4. Postavite pokazivač miša unutar prvog para vitičastih zagrada. Odaberite broj *prirast* u algebarskom prozoru.
5. Postavite pokazivač miša unutar drugog para vitičastih zagrada. Odaberite broj *pomak* u algebarskom prozoru.
6. Kliknite *Primjeni*.

Izazov 2: Vezivanje teksta uz objekt

Svaki puta kad objekt promijeni svoj položaj, pridruženi se tekst prilagođava pomicanju i prati promjenu.

1. Konstruirajte polovište D uspravne dužine pomoću alata $\bullet \cdot$ *Polovište ili središte*.
2. Konstruirajte polovište E vodoravne dužine.
3. Otvorite *dijaloški okvir Svojstva* i odaberite *tekst1* (*prirast = ...*). Kliknite na karticu *Položaj* i odaberite točku D iz padajuće liste uz izraz *Početna točka*.
4. Odaberite *tekst2* (*pomak = ...*) u *dijaloškom okviru Svojstva* i postavite točku E kao početnu točku.
5. Sakrijte polovišta D i E .





Vježba III.d: Istraživanje piramide u Louvreu

Klasifikacija: Napredni zadatak

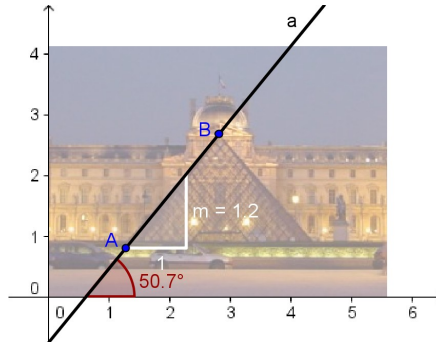
U ovoj vježbi koristit ćete sljedeće alate i nekoliko naredbi za algebarski unos. Prije nego što počnete, provjerite znate li koristiti svaki alat i poznajete li sintaksu za algebarski unos. Također, provjerite imate li sliku [A_3d_Louvre.jpg](#) pohranjenu na svom računalu.

| | | | |
|--|-------------------------|--|-------------------------|
| | Umetanje slike | | Okomica |
| | Pravac kroz dvije točke | | Sjecišta dvaju objekata |
| | Nagib | | Pokaži / sakrij objekt |
| | Kut | | Dužina |
| | Nova točka | | Pomicanje |

Louvre u Parizu jedan je od najposjećenijih i najpoznatijih muzeja na svijetu. Građevina čuva neka od najpoznatijih svjetskih umjetničkih djela, kao što je *Mona Lisa* Leonarda da Vincija. Godine 1989. obnavljan je glavni ulaz i izgrađena je staklena piramida (prema <http://en.wikipedia.org/wiki/Louvre>, 20. veljače 2008.).

Određivanje nagiba strane piramide

1. Postavite Vezivanje točke na mrežu na *isključeno*. Postavite decimalna mjesta na 1. Promijenite postavku *Označavanje* na *Svih novih objekata* (izbornik *Postavke*).
2. Umetnite sliku [A_3d_Louvre.jpg](#) u prvi kvadrant koordinatnog sustava. Lijevi donji kut treba biti u ishodištu.
3. Smanjite ispunu slike (oko 50%) i postavite ju kao pozadinsku sliku (*Dijaloški okvir Svojstva*).
4. Nacrtajte pravac kroz dvije točke s prvom točkom na bazi, a drugom točkom u vrhu piramide.
Napomena: Promijenite svojstva pravca da poboljšate njegovu vidljivost.
5. Iskoristite alat *Nagib* da dobijete trokut nagiba pravca.
Napomena: Promijenite svojstva trokuta nagiba da mu poboljšate vidljivost.
Napomena: Trokut nagiba je pridružen točki koja je prva kreirana.
6. Zadatak: Odredite nagib pobočki piramide izražen postotkom.
7. Kreirajte kut između x-osi i pravca.
Zadatak: Odredite kut nagiba pobočki piramide.



Izazov

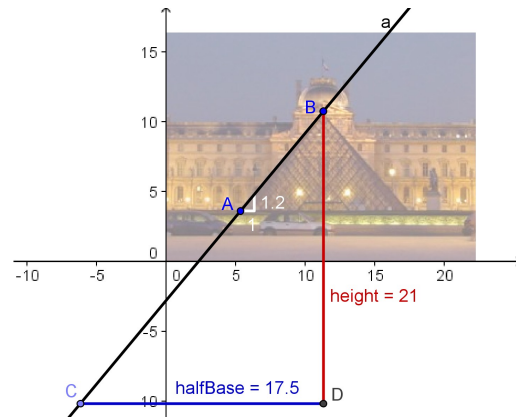
Baza piramide je kvadrat čija je stranica 35 metara. Odredite visinu piramide koristeći sličnost trokuta.



1. Nacrtajte novu točku C na pravcu.
2. Konstruirajte trokut nagiba pravca korištenjem točaka C i B u vrhu piramide.
Napomena: Nacrtajte pravac okomit na y -os kroz točku C i pravac okomit na x -os kroz točku B u vrhu piramide.
Kreirajte sjecište D tih dvaju pravaca.
Napomena: Sakrijte pomoćne pravce.
3. Dužinama spojite točku D s točkama B i C .
Napomena: Promijenite svojstva dužina da im povećate vidljivost.
Napomena: Dobro bi bilo preimenovati okomitu dužinu u *visinu* i vodoravnu dužinu u *poluosnovicu*.
4. Pomičite točku C duž pravca dok se vodoravna dužina trokuta ne podudara s razinom ceste ispred piramide.
5. Zadatak: Izračunajte visinu piramide pomoću sličnih trokuta.
Napomena: Koristite trokut nagiba i svoj novi trokut. Sjetite se da je duljina stranice baze 35 m.

Provjerite svoj odgovor pomoću GeoGebre

6. Prikažite imena i vrijednosti dužina *visina* i *poluosnovica*.
7. Povlačite točku C dok okomita dužina ne bude duljine $35/2 = 17.5$.
Napomena: Možda ćete morati koristiti smanjenje konstrukcije i / ili pomaknuti crtaču plohu kako biste mogli izvesti ovaj korak.
8. Provjerite odgovara li visina piramide vašem rezultatu.



Komentar

Izvođenjem gore navedenih uputa, bili ste u mogućnosti grafički odrediti približnu vrijednost visine piramide. U stvarnosti, piramida u *Louvreu* ima duljinu stranice baze 35 m i visinu 21.65 m. Pobočke imaju nagib od 118% i kut nagiba oko 52° (prema http://de.wikipedia.org/wiki/Glaspypyramide_im_Innenhof_des_Louvre#Daten, 22. veljače 2008).




10. Izrada statičnih obrazovnog materijala

Vježba 17a: Spremanje slike kao datoteke

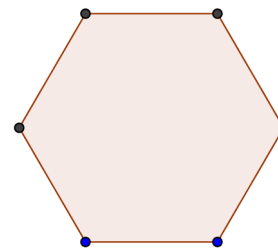
U ovoj ćete vježbi naučiti kako izvesti sliku iz Geogebre u datoteku. U usporedbi s izvozom slike u međuspremnik (vidi vježbu 12a), ova mogućnost izvoza ima nekoliko prednosti:

- Možete spremati sliku i ponovno je koristiti kasnije. Ovo nije moguće ako je slika u međuspremniku jer se tamo podaci spremaju samo privremeno i ne mogu se poslije ponovno koristiti.
- Možete odrediti mjerilo slike, što dobro dođe ako želite da učenici koriste sliku za mjerenja.
- Možete promijeniti razlučivost slike i na taj način promijeniti veličinu slikovne datoteke. Razlučivost određuje kvalitetu slike: za dobru kvalitetu ispisa preporučamo nešto višu razlučivost (oko 300 dpi). U slučaju postavljanja slike na web-stranicu, potrebna vam je manja datoteka i tad je uobičajena razlučivost 72 dpi.
Napomena: *dpi* znači “točkica po inču” (engl. “dots per inch”).
- Možete odrediti format slike. GeoGebra nudi nekoliko različitih formata slike. Zadana postavka je *Portable Network Graphics (png)* koji je dobar za umetanje slike u programe za obradu teksta i izradu prezentacija.
Napomena: Ako ne poznajete ostale formate, ne opterećujte se njima.




Izrada vaše slike

Napravite jednostavnu konstrukciju u GeoGebri. Na primjer, iskoristite alat  *Pravilni mnogokut* kako biste nacrtali kvadrat, peterokut ili šesterokut na crtačoj plohi.

- Uključite alat i kliknite na crtaču plohu dvaput kako biste odredili duljinu stranice pravilnog mnogokuta.
- Utipkajte broj vrhova (npr. 6 za šesterokut) u prozor koji se otvori i kliknite *Primjeni*.



GeoGebra će izvesti cijeli geometrijski prozor u slikovnu datoteku. Stoga je potrebno smanjiti prozor Geogebre kako biste smanjili nepotrebnii prostor na crtačoj plohi:

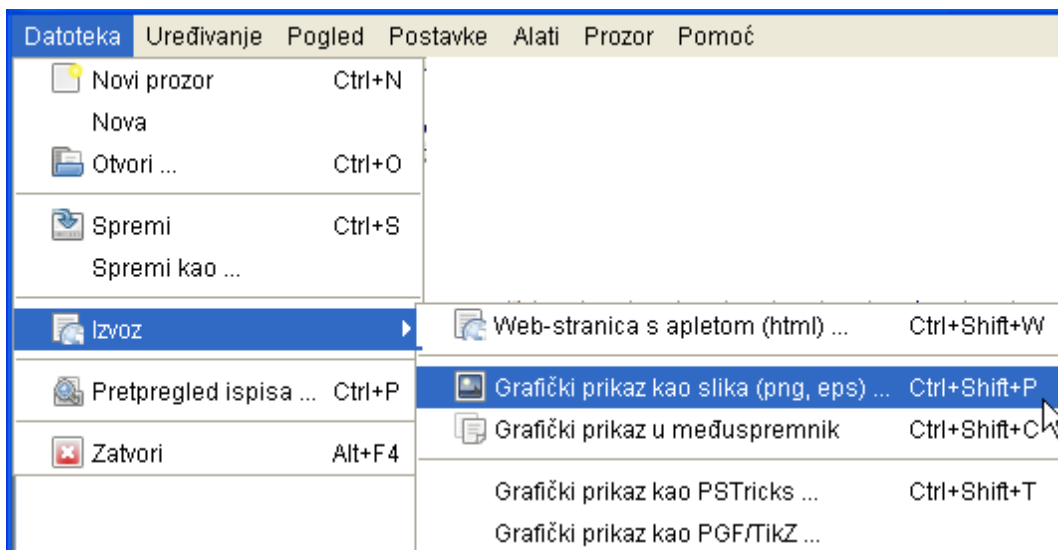
- Premjestite svoj lik (ili bitni dio konstrukcije) u gornji lijevi kut crtače plohe pomoću alata  *Pomicanje crtače plohe* (pogledajte lijevu sličicu ispod).
Napomena: Možete koristiti alate  *Povećanje* i  *Smanjenje* za pripremu konstrukcije za izvoz.
- Smanjite veličinu prozora Geogebre povlačenjem donjeg desnog kuta mišem (pogledajte desnu sličicu ispod).
Napomena: Pokazivač miša će promijeniti oblik iznad rubova ili kutova prozora Geogebre.

Izvoz slike u datoteku

Koristite izbornik *Datoteka* za izvoz grafičkog prikaza kao slike:



- *Izvoz – Grafički prikaz kao slika*
Napomena: Možete koristiti i kombinaciju tipaka *Ctrl – Shift – P*.
- Želite li, možete mijenjati postavke u dijaloškom okviru koji se otvori (oblik crteža, mjerilo, razlučivost).
Napomena: Uvijek provjerite veličinu crteža (u cm ili dpi). Ako vam slika ne stane na papir, bit će potrebno preinačiti ju prije izvoza. Ovo je osobito važno ako želite zadržati mjerilo crteža u dokumentima za obradu teksta ili izradu prezentacija.
- Kliknite *Izvoz* i spremite svoj crtež u mapu *Geogebra_uvod*. Vaš crtež je sada spreman za umetanje u bilo koji dokument za obradu teksta ili izradu prezentacija.

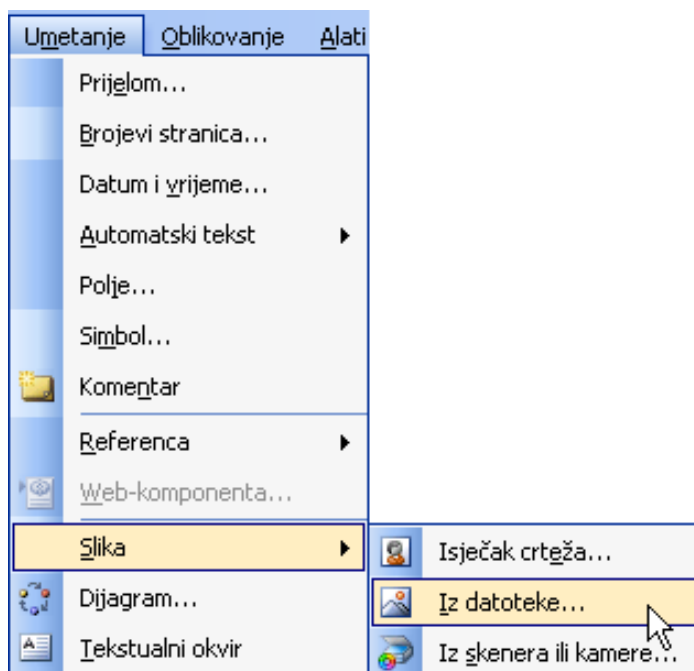


Vježba 17b: Umetanje slika u MS Word

Umetanje slike kao datoteke u tekstualni dokument

Nakon izvoza crteža iz GeoGebre u slikovnu datoteku možete ga umetnuti u tekstualni dokument (npr. MS Word).

- Otvorite novi tekstualni dokument
- Iz izbornika *Umetanje* odaberite *Slika – Iz datoteke*.
- Odaberite svoj crtež u otvorenom dijaloškom okviru.
Napomena: Možda ćete morati pretraživati mape kako biste ga pronašli.
- Klik na gumb *Umetanje* umetnut će crtež na mjesto gdje se nalazio pokazivač miša.

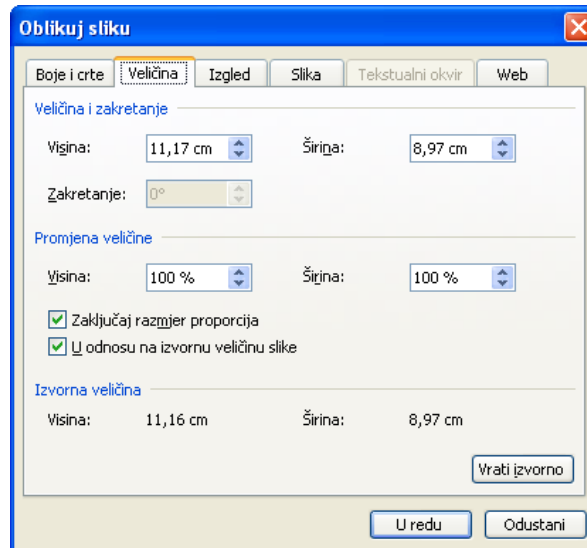




Smanjivanje veličine slike

Po potrebi, veličinu slike možete smanjiti u MS Word-u:

- Dvostrukim klikom kliknite na umetnutu sliku.
- Odaberite karticu *Veličina* u prozoru koji se otvori.
- Promijenite visinu / širinu slike bilo u cm (inčima) ili u postotku.
- Kliknite OK.



Napomena: Promijenite li veličinu slike, mijenja se i mjerilo. Želite li zadržati omjer (npr. kako bi vaši učenici mogli mjeriti duljine) provjerite je li veličina slike na 100%.

Napomena: Ako je slika prevelika da bi stala na stranicu, MS Word će joj automatski smanjiti veličinu i tako joj promijeniti mjerilo.



11. Izrada interaktivne web-stranice s apletom

Uvod: GeoGebraWiki i korisnički forum

Web-stranica s apletom

GeoGebra vam omogućuje izradu vlastitih obrazovnih interaktivnih materijala, takozvanih *web-stranica s apletom*. Riječ je o tome da se vaša konstrukcija može izdvojiti iz Geogebre kao programa i umetnuti kao interaktivna i dinamična slika u web stranicu. Obično se web-stranica s apletom sastoji od naslova, kratkog objašnjenja, interaktivnog apleta, kao i zadataka i uputa za učenike.

Kako biste radili na web-stranici s apletom vaši učenici uopće ne moraju poznavati rad u GeoGebri. Interaktivne web-stranice su neovisne o programu i mogu se koristiti ili *online* ili na lokalnom uređaju za pohranu.

GeoGebraWiki

GeoGebraWiki (www.geogebra.org/wiki) je skladište besplatnih obrazovnih materijala (npr. web-stranica s apletom) koje su izradili učitelji iz cijelog svijeta. Postoje zasebni wikiji za nekoliko jezika (npr. njemački, engleski, francuski) kako bi se bolje organizirao njihov sadržaj i omogućio lakši pristup.

The screenshot shows the GeoGebraWiki Main Page. At the top left is the GeoGebraWiki International logo. Below it is a navigation menu with links to Main Page, English, French, Recent changes, and Help. A search box with 'Go' and 'Search' buttons is located below the navigation menu. The main content area is titled 'Main Page' and contains a welcome message: 'Welcome to the International GeoGebraWiki! GeoGebraWiki is a free pool of teaching materials for the dynamic mathematics software GeoGebra. Everyone can contribute and upload materials! All contents of this pool may be used free of charge.' Below this is a section for 'English - French' with a list of supported languages: Catalan, 中文 (Chinese), Danish, Dutch, English UK, Finnish, German, Greek, עברית (Hebrew), Hungarian, Icelandic, Italian, 한국어 (Korean), Norwegian, Persian, Polish, Portuguese, Slovenian, Spanish, Turkish, Vietnamese. Further down are links for 'Conferences - Workshops - Know How - Tools - Publications' and 'GeoGebra Art - New Articles - All Articles - Popular Materials'. At the bottom is a 'toolbox' with links for 'Help for GeoGebraWiki - find out about this Wiki', 'GeoGebra Upload Manager - to upload your materials', 'Image Upload - to upload your images', 'GeoGebra Homepage - everything about the software GeoGebra', and 'GeoGebra User Forum - the best place to ask questions'.

Svi materijali na GeoGebraWiki skladištu izdani su pod *Creative Common licencom* (www.geogebra.org/en/cc_license/cc_license.htm). To znači da su dostupni za



besplatno i nekomercijalno korištenje, te da iz njih možete izrađivati svoje materijale uz navođenje izvornog autora. Na tom skladištu nema popratnih tekstova na hrvatskom jeziku ali u samom skladištu postoje datoteke koje su postavili kolege iz Hrvatske. Naći ćete ih u mapi [Home / hrvatski](#) (<http://www.geogebra.org/en/upload>). Svakako posjetite i domaću stranicu <http://apleti.normala.hr>.

GeoGebrin korisnički forum

GeoGebrin je korisnički forum (www.geogebra.org/forum) načinjen za pružanje dodatne podrške zajednici korisnika GeoGebre. Stvoren za učitelje i održavan od strane učitelja, on je mjesto za postavljanje pitanja vezanih uz GeoGebru i odgovore na njih.

The screenshot shows the GeoGebra User Forum interface. At the top, there is a header with the GeoGebra logo and the text "GeoGebra User Forum Get help and support others!". Below the header, there are links for "Login" and "Register", and a search bar with "FAQ" and "Search" buttons. The current date and time are displayed as "It is currently Sun Nov 15, 2009 8:36 am". There are also links for "View unanswered posts" and "View active topics". The main content area shows a "Board index" with a sub-section for "International users". A table lists several forum categories with their respective topic and post counts, and the last post information.

| Forum | Topics | Posts | Last post |
|---|--------|-------|--|
| Arabic Forum for Arabic speaking users of GeoGebra | 4 | 33 | Sat Oct 24, 2009 10:32 am sifhoc → |
| Català Forum for Catalan speaking users of GeoGebra Moderator: Pep Bujosa | 46 | 125 | Fri Nov 13, 2009 8:02 am Salvi Fargas → |
| Croatian Forum for Croatian speaking users of GeoGebra Moderators: elarac, simes | 14 | 88 | Sat Nov 14, 2009 11:59 pm simes → |
| Chinese Forum for Chinese speaking users of GeoGebra | 37 | 125 | Sun Nov 15, 2009 3:14 am cfashioq013 → |

GeoGebrin korisnički forum se sastoji od nekoliko diskusijskih odsjeka na različitim jezicima, a između ostalih i na hrvatskom, što omogućava korisnicima postavljanje pitanja vezanih uz GeoGebru i odgovaranje na željenom jeziku.

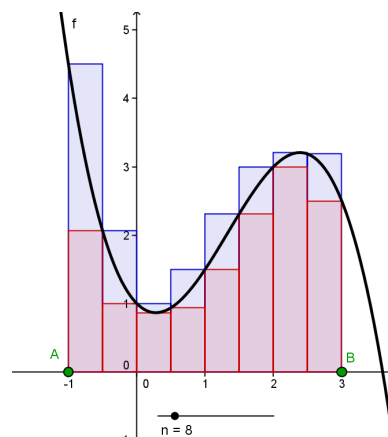


Vježba 18a: Izrada web-stranice s apletom

U ovoj ćete vježbi naučiti kako izraditi web-stranicu s apletom. Za ilustraciju uzmimo kako se gornja i donja suma mogu iskoristiti za približno određivanje površine između funkcije i x -osi.

Priprema

- Otvorite novu GeoGebrinu datoteku.
- Pokažite algebarski prikaz, traka za unos i koordinatne osi (*Izbornik Pogled*).



Izrada vaše slike

| | | |
|---|-----|---|
| 1 | | Unesite polinom trećeg stupnja $f(x) = -0.5x^3 + 2x^2 - x + 1$ |
| 2 | | Nacrtajte dvije točke A i B na x -osi. <u>Napomena:</u> Ove točke određuju interval. |
| 3 | | Konstruirajte klizač za broj n (interval 1 do 50; korak povećanja 1) |
| 4 | | Kreirajte gornjasuma = <code>GornjaSuma[f, x(A), x(B), n]</code> <u>Napomena:</u> $x(A)$ daje x -koordinatu točke A . |
| 5 | | Kreirajte donjasuma = <code>DonjaSuma[f, x(A), x(B), n]</code> |
| 6 | ABC | Umetnite dinamični tekst "Gornja suma = " + gornjasuma |
| 7 | ABC | Umetnite dinamični tekst "Donja suma = " + donjasuma |
| 8 | | Izračunajte razliku <code>razlika = gornjasuma - donjasuma</code> |
| 9 | ABC | Umetnite dinamični tekst "Razlika = " + razlika <u>Napomena:</u> Učinite klizač i tekst nepomičnim koristeći <i>dijaloški okvir Svojstva</i> . |

Zadatak: Iskoristite klizač n kako biste mijenjali broj pravokutnika koji služe za izračunavanje donje i gornje sume. Što se događa s razlikom gornje i donje sume (a) ako je n mali broj (b) ako je n velik broj?

Smanjenje veličine GeoGebrinog prozora

GeoGebra će izvesti algebarski i grafički prikaz kao interaktivnu konstrukciju, odnosno aplet, unutar web-stranice. Kako biste sačuvali mjesta za obrazloženja i zadatke u sklopu web-stranice, prije izvoza trebate smanjiti prozor GeoGebre. Alternativno,



možete držeći lijevu tipku miša označiti sivi pravokutnik nad područjem u grafičkom prikazu koje želite prenijeti u aplet.

- Ako ne želite uključiti algebarski prikaz, trebate ga sakriti prije izvoza.
- Premjestite svoj crtež (ili bitni dio) u gornji lijevi kut crtaće plohe korištenjem alata **Pomicanje crtaće plohe** (pogledajte lijevu sličicu ispod).

Napomena: Možete koristiti alate **Povećanje** i **Smanjenje** kako biste pripremili svoj crtež za izvoz.

- Smanjite veličinu prozora GeoGebre povlačenjem njegova donjeg desnog kuta mišem.

Napomena: Pokazivač miša će promijeniti oblik iznad ruba ili kuta prozora GeoGebre.

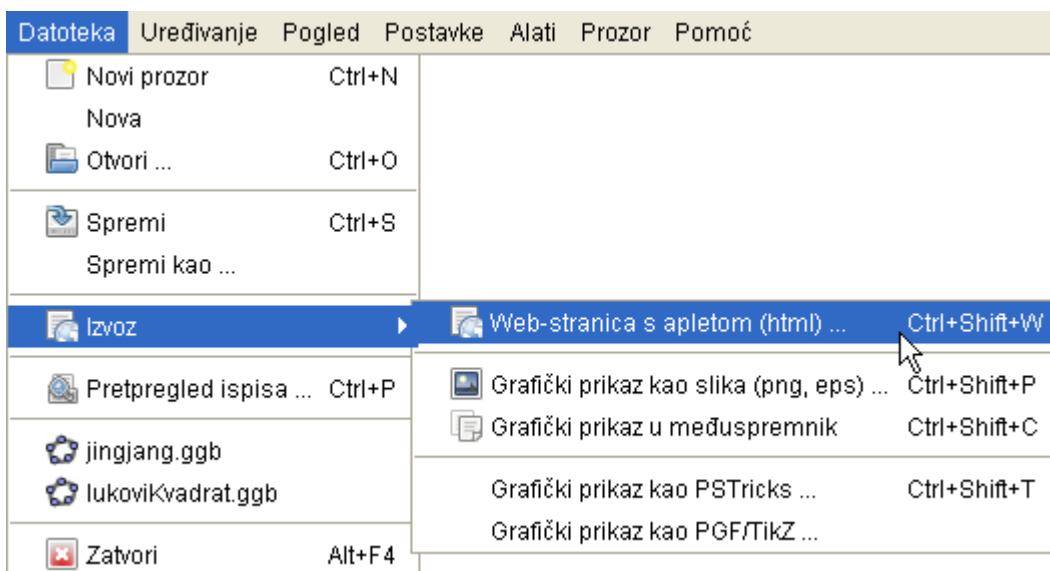
Napomena: Iako bi interaktivni aplet trebao veličinom odgovarati da na web-stranici ostane mjesta za tekst, trebate provjeriti da veličina dopušta učenicima manipulacije objektima i eksperimentiranje.

Izvoz web-stranice s apletom

Nakon prilagodbe veličine GeoGebričkog prozora, spremni ste za izvoz vašeg dinamičnog uratka kao web-stranice s apletom koristeći *Izbornik Datoteka*.

- *Izvoz – Web-stranica s apletom*

Napomena: Također možete koristiti kombinaciju tipaka *Ctrl – Shift – W*.



- Popunite tekstualna polja u prozoru koji se otvori (naslov radnog lista, ime autora i datum).
- Upišite kratko objašnjenje apleta u tekstualno polje *Tekst iznad konstrukcije*.
- Unesite zadatke i upute za učenike u tekstualno polje *Tekst ispod konstrukcije*.
- Kliknite *Izvoz* i spremite svoju web-stranicu s apletom.

Napomena: GeoGebra će izraditi nekoliko datoteka koje uvijek moraju ostati zajedno kako bi web-stranica s apletom uredno radila. Preporučamo stvaranje nove mape (npr. *Dinamicne_web-stranice*) unutar mape *Geogebra_uvod* prije spremanja vaše web-stranice s apletom.



Izvoz: Aplet (html)

Naslov: Naslov

Autor: Mirko Mirković Nadnevak: 2010

Osnovno Dodatno

Tekst iznad apleta:
U ovom apletu otkrit ćete zašto ...

Tekst ispod apleta:
Povlačite točku A ...

Aplet Gumb za otvaranje programskog prozora

Izvoz Odustani

Savjeti i trikovi za izradu web-stranica s apletom

- Nakon spremanja web-stranice s apletom, ona će se automatski otvoriti u vašem web pregledniku. Provjerite tekst koji ste umetnuli kao i funkcionalnost interaktivnog apleta. Želite li promijeniti svoju web-stranicu s apletom, vratite se u GeoGebrinu datoteku i napravite promjene na uratku. Ponovno izvezite uradak (možete koristiti isto ime datoteke i spremiti preko stare) kako biste aktivirali promjene.
Napomena: Možete promijeniti tekst web-stranice s apletom na isti način.
- GeoGebra automatski sprema vaše unose u prozoru za izvoz web-stranice s apletom. Želite li promijeniti uradak tijekom popunjavanja prozora za izvoz, možete ga samo zatvoriti i nastaviti kasnije.
- Provjerite da vam aplet nije prevelik. Vaši učenici ne bi trebali 'skrolati' između teksta i uratka jer to otežava učenje.
- Vaša web-stranica s apletom trebala bi stati na jedan ekran. Želite li uključiti više od 3 zadatka trebali biste razmisliti o izradi druge stranice s istim uratkom, ali drugim zadacima.



Vježba 18b: Još o web-stranici s apletom

Dijaloški se okvir *Izvoz: Aplet (html)* sastoji od dvije kartice: *Osnovno* i *Dodatno*. U posljednjoj vježbi, koristili ste karticu *Osnovno* kako biste web-stranici dodali objašnjenja, zadatke i upute prije izvoza. Sad ćete naučiti kako poboljšati svoju web-stranicu dodavanjem različitih dodataka apletu pomoću kartice *Dodatno*.

Funkcionalnost

- Omogući desni klik: Vaši će učenici moći koristiti desni klik na objektima ili crtačoj plohi i tako pristupati mogućnostima iz sadržaja izbornika (npr. Pokaži / sakrij objekt ili oznaku, Uključi trag / isključi, *Dijaloški okvir Svojstva*).
- Omogući povlačenje oznaka: Oznake nisu čvrsto vezane za objekt i mogu se pomicati u krug oko objekta.
- Pokaži ikonu za resetiranje apleta: Ikona se prikazuje u gornjem desnom kutu interaktivnog apleta i omogućava učenicima vraćanje dinamičnog uratka na početno stanje.
- Dvostruki klik otvara prozor programa (GeoGebru): Vaši će učenici moći otvoriti kompletan prozor GeoGebre dvostrukim klikom na interaktivni aplet.



Korisničko sučelje

- Pokaži traku izbornika: Traka izbornika je prikazana unutar interaktivnog apleta. Ukoliko uključite opciju *Spremi, ispis* korisnik čak može spremiti ili ispisati konstrukciju izravno s web-stranice.
- Pokaži alatnu traku: Alatna traka je prikazana unutar interaktivnog apleta i tako omogućava učenicima korištenje geometrijskih alata.
Napomena: Alatnu traku možete prilagoditi i ostaviti samo najnužnije alate.
- Pokaži pomoć u alatnoj traci: U kombinaciji s alatnom trakom, možete prikazati i pomoć u alatnoj traci unutar interaktivnog apleta. Ukoliko želite da vaši učenici koriste geometrijske alate, pomoć u alatnoj traci će im dobro doći kako bi mogli samostalno proučiti način rada pojedinog alata.
- Pokaži traku za unos: Traka za unos je prikazana na dnu interaktivnog apleta te omogućava učenicima korištenje algebarskog unosa i naredbi za svoja proučavanja.
- Širina i visina interaktivnog apleta: Možete podesiti širinu i visinu interaktivnog apleta.
Napomena: Smanjite li veličinu apleta, postoji mogućnost da učenici neće vidjeti važne dijelove web-stranice s apletom.
Napomena: Uključite li traku izbornika, alatnu traku ili traku za unos, dobro je prilagoditi visinu interaktivnog apleta.

Zadatak

Iskoristite dinamični uradak koji ste izradili u vježba 18 i izvezite je kao poboljšanu web-stranicu s apletom. Koristite karticu *Dodatno* i isprobajte razne mogućnosti te provjerite kako se aplet za stranicu mijenja sukladno tome.



Vježba 18c: Davanje web-stranica s apletom učenicima

Svoju web-stranicu možete učenicima dati na korištenje na dva osnovna načina. Budite oprezni kada prenosite datoteke s jednog računala na drugo ili kada ih prenosite u drugu mapu, da sve datoteke stvorene tijekom procesa izvoza držite zajedno.

Obratite pažnju na okvir *Datoteke* na dnu kartice *Izvoz > Dodatno*.

- Ukoliko ne uključite opcije *ggb datoteka* i *jar datoteke* onda će GeoGebra producirati samo jednu datoteku s nastavkom *.html*, a koja će funkcionirati isključivo na računalu spojenom na Internet. Tada aplet pokreće izvršna datoteka s Geogebriinog servera.
- Ukoliko želite da aplet unutar web-stranice radi i bez spajanja na internet onda uključite kontrolne okvire *ggb datoteka* i *jar datoteke*. Stvorene datoteke imaju različite ekstenzije u nazivu (*.ggb*, *.html*, *.jar*). Ako samo jedna od ovih datoteka nedostaje web-stranica s apletom neće raditi. Važno držati zajedno sve datoteke stvorene tijekom procesa izvoza.

Lokalni memorijski uređaji

Kopirajte sve datoteke u istu mapu prije nego spremite tu mapu na lokalni memorijski uređaj (npr. memorijski stik, CD). Neka i vaši učenici kopiraju cijelu mapu na svoja računala. Učenici trebaju otvoriti datoteku s nastavkom *.html* u web-pregledniku.

Internet i GeoGebrino skladište

Želite li staviti web-stranicu s apletom *online*, morate postaviti SVE datoteke na isto mjesto na web server.

Napomena: Ako nemate vlastiti web prostor, omogućili smo vam jednostavan način postavljanja svojih web-stranica s apletom na Geogebriino skladište datoteka (www.geogebra.org/en/upload). Nakon stvaranja korisničkog računa postavite svoje datoteke u mapu *Hrvatski*. Obzirom da je *GeoGebra Upload Manager* stvoren baš za postavljanje web-stranica s apletom dovoljno je postaviti SAMO datoteke s nastavcima *.html* i *.ggb* (NE i datoteke s nastavkom *.jar*).

Nakon postavljanja datoteka na web server možete postaviti link na svoje osobnu stranicu ili reći učenicima kako mogu izravno pristupiti radnom listu preko adresne trake Internet preglednika.



12. Praktični rad IV

Ovaj praktični rad sastoji se od niza aktivnosti za vježbanje, izvoza GeoGebrinih konstrukcija kao crteža te kreiranja web-stranica s apletom. Dostupne su dvije razine zahtjevnosti: *osnovni zadaci* i *napredni zadaci*. Možete odabrati zadatke sukladno vlastitim interesima i raditi na njima sami ili zajedno s kolegom.

Savjeti i trikovi


- Za svaku od aktivnosti, otvorite novu GeoGebrinu datoteku. Prije početka vježbe provjerite trebate li prikazati ili sakriti algebarski prikaz, traku za unos i koordinatne osi.
- Dobro je spremati datoteke prije prelaska na novu vježbu.
- Ne zaboravite koristiti *Poništi i Ponovi gumb* u slučaju pogreške.
- Često koristite alat *Pomicanje* kako biste provjerili vaš dinamični uradak (npr. jeste li konstruirali neke nepotrebne objekte, jesu li klizači i tekst fiksirani da se slučajno ne bi pomaknuli).
- Prije nego započnete konstrukciju, provjerite znate li se služiti odgovarajućim geometrijskim alatima. Ako ne znate koristiti određeni alat, uključite ga i pročitajte pomoć u alatnoj traci.
- Provjerite znate li sintaksu za unos algebarskih izraza i funkcija. Pročitajte odlomak *Savjeti i trikovi* na početku teme *Osnovni algebarski unos, naredbe i funkcije*. Ako imate teškoća zamolite kolege za pomoć.
- Pažljivo provjerite algebarski unos prije nego stisnete tipku *Enter*. Ukoliko se pojavi poruka o grešci, pročitajte ju! Može vam pomoći pri otklanjanju problema.
- Isprobajte web-stranicu s apletom kako biste ispitali greške i ispravili ih ako je potrebno.
- Uvijek držite datoteke za web-stranicu s apletom zajedno u mapi (datoteke s nastavcima *.ggb*, *.html*, *.jar*).
- Možete spremati nekoliko web-stranica s apletom u istu mapu.
Napomena: Datoteke s nastavkom *.jar* kreirane su samo jednom u ovoj mapi. Želite li učenicima postaviti neku od vaših web-stranica s apletom, morate kopirati *jar* datoteke uz odgovarajuće *ggb* i *html* datoteke.
- Ukoliko imate pitanja, molimo vas, upitajte kolege prije nego se obratite voditelju ili pomoćniku.
- Kada radite samostalno kod kuće slobodno koristite službeni forum na hrvatskom jeziku (www.geogebra.org/forum).





Vježba IV.a: Veze između površina sličnih geometrijskih likova

Klasifikacija: Osnovni zadatak

U ovoj ćete vježbi koristiti slijedeće alate i algebarski unos. Prije nego što počnete, provjerite znate li koristiti svaki alat.

| | |
|---|--------------|
| $a = 2$ | |
|  Dužina zadane duljine | Novo! |

| | |
|---|--|
|  Pravilni mnogokut | |
|  Pomicanje | |

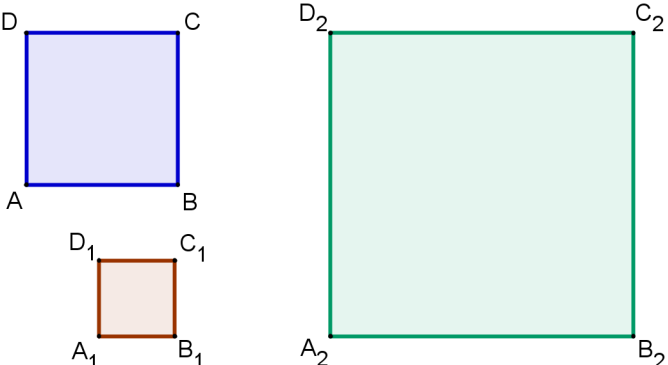
Zadatak

U ovoj ćete vježbi pripremiti slijedeću tablicu za vaše učenike. Ona im omogućava da otkriju posebnu vezu između površina kvadrata veličina stranica a , $a/2$ i $2a$.

Veza između površina

- Izmjerite duljine stranica tri kvadrata na slici. Usporedite duljinu stranice plavog kvadrata s duljinama stranica crvenog i zelenog kvadrata. Koju vezu uočavate?
- Izračunajte površine ova tri kvadrata. Usporedite površinu plavog kvadrata s površinama crvenog i zelenog kvadrata. Koju vezu uočavate?
- Formulirajte pretpostavku koja povezuje duljinu stranice i površinu plavog kvadrata s duljinama i površinama crvenog i zelenog kvadrata.
- Pokušajte dokazati svoju pretpostavku.

Napomena: Pretpostavite da je duljina stranice plavog kvadrata a te izračunajte površine odgovarajućih kvadrata.



The diagram shows three squares. The largest square is blue with vertices labeled A, B, C, D. Below it is a smaller red square with vertices labeled A₁, B₁, C₁, D₁. To the right of the blue square is a larger green square with vertices labeled A₂, B₂, C₂, D₂.

Postupak konstrukcije

- Započnite konstrukciju u GeoGebri određivanjem broja $a = 2$.
- Konstrukciju plavog kvadrata započnite s *Dužina zadane duljine* a . Zatim, koristeći krajnje točke dužine kreirajte Pravilni mnogokut s 4 vrha.
- Na isti način konstruirajte crveni kvadrat stranice duljine $a/2$ te zeleni stranice duljine $2a$.



4. Preimenujte vrhove i promijenite *Svojstva kvadrata* (npr. boju, debljinu crta).
5. Pripremite GeoGebrin prozor za *Izvoz > Grafički prikaz kao slika*: razmjestite kvadrate, smanjite veličinu GeoGebrinog prozora.
6. Izvezite grafički prikaz kao sliku i spremite datoteku.
Napomena: Dokle god od vaših učenika očekujete da mjere duljine strana kvadrata, ne bi trebali mijenjati veličinu slike.
7. Otvorite novi Word dokument i upišite naslov i zadatke iz tablice.
8. Umetnite crtež kvadrata u tablicu.
Napomena: Ispišite tablicu i pokušajte tada izmjeriti duljine stranica kvadrata.

Izazov 1

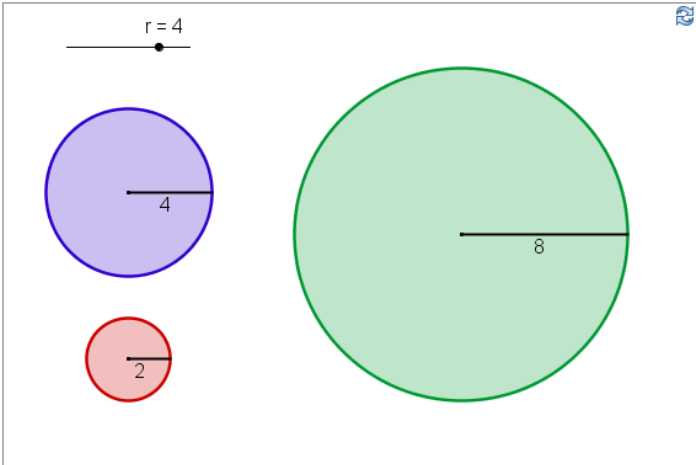
Napravite slične primjere za različite geometrijske oblike (npr. krug sa zadanim polumjerom, jednakostraničan trokut, pravokutnik). Za koji od ovih oblika vrijedi ista veza između duljine zadane stranice (polumjera) i dobivene površine? Pokušajte pronaći objašnjenje za ovu vezu između dane duljine i površine lika.

Izazov 2

Napravite web-stranicu s apletom baziranu na vašoj konstrukciji koja pomaže učenicima da poopće pretpostavku o vezi između duljine stranice i površine takvih geometrijskih likova (npr., vidi [A 4a Povrsina kruga.html](#)).

Površina kruga

Ispod možete vidjeti tri kruga polumjera r , $r/2$, i $2r$.
Riješite zadatke i zapišite svoje odgovore na papir.



Zadatak 1
Izračunajte površine krugova za $r = 1$. Donesite zaključak o vezi između duljine polumjera i površine triju krugova.

Zadatak 2
Pomoću klizača promijenite polumjer r . Ponovo izračunajte površine krugova i provjerite svoju pretpostavku.

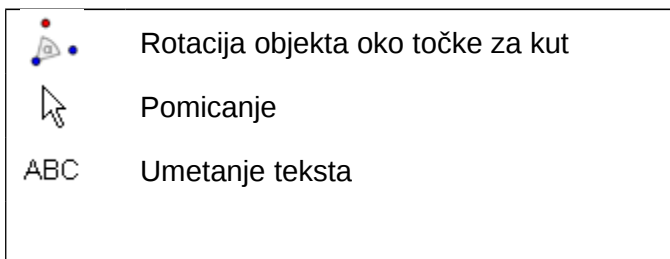
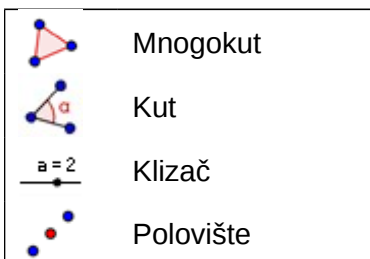
Zadatak 3
Dokažite da je vaša pretpostavka točna za sve krugove polumjera r , $r/2$, i $2r$.
Savjet: Iskažite površine tih krugova i usporedite ih.



Vježba IV.b: Predodžba zbroja kutova trokuta

Klasifikacija: Osnovni zadatak

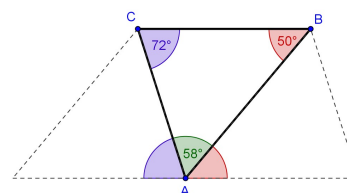
U ovoj ćete vježbi koristiti slijedeće alate. Prije nego što počnete, provjerite znate li koristiti svaki alat.



Postupak konstrukcije

- Konstruirajte trokut ABC .
Napomena: Koristite smjer suprotan kazaljci na satu.
- Konstruirajte kutove α , β , i γ trokuta ABC .
- Postavite broj decimalnih mjesta na 0 (izbornik *Postavke*).
- Kreirajte klizače δ i ϵ s podešenjem *kut* (tip); 0° do 180° (interval); 10° (korak povećanja).
- Konstruirajte polovište D dužine AC i polovište E dužine AB .
- Rotirajte trokut oko točke D za kut δ (podešenje *u smjeru kazaljke na satu*).
- Rotirajte trokut oko točke E za kut ϵ (podešenje *suprotno smjeru kazaljke na satu*).
- Prije nego što konstruirate kutove ζ ($A'C'B'$) i η ($C'B'A'$) pomaknite oba klizača na 180° .
- Poboljšajte svoju konstrukciju korištenjem dijaloškog okvira *Svojstva*.
Napomena: Sukladni kutovi bi trebali biti iste boje.

$$\begin{array}{ll} \delta = 180^\circ & \alpha = 58^\circ \\ \epsilon = 180^\circ & \beta = 50^\circ \\ & \gamma = 72^\circ \end{array} \quad \alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$



Izazov 1

Ubacite dinamični tekst koji pokazuje da je zbroj unutarnjih kutova 180° .

Napomena: Napravite dinamični tekst za unutarnje kutove (npr. " $\alpha = \text{''} + \alpha$ "), zbrojite kutove korištenjem $\text{zbroj} = \alpha + \beta + \gamma$ i ubacite zbroj kao dinamični tekst. Prilagodite boje odgovarajućih kutova i tekst. Fiksirajte tekst na crtačoj plohi.

Izazov 2

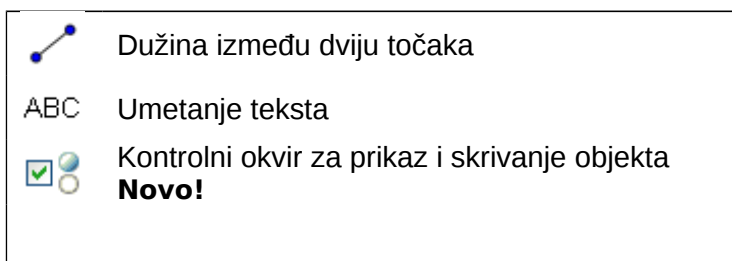
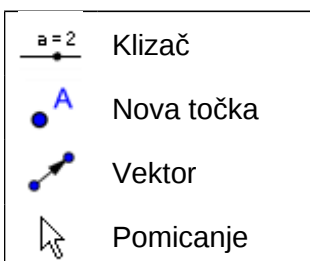
Izvezite crtež u web-stranicu s apletom. Osmislite upute koje će voditi vaše učenike ka otkrivanju zbroja kutova u trokutu. Neka provjere svoje pretpostavke korištenjem pripremljene tablice.



Vježba IV.c: Predodžba zbrajanja cijelih brojeva na brojevnoj crti

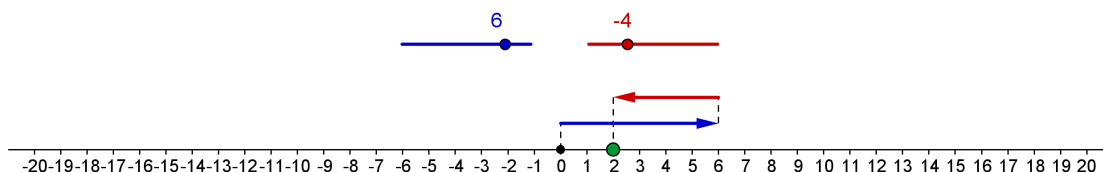
Klasifikacija: Napredni zadatak

U ovoj vježbi možete koristiti ili slijedeće alate ili odgovarajuće naredbe. Prije nego što počnete, provjerite znate li se njima koristiti.



Postupak konstrukcije

1. Otvorite novi GeoGebrin prozor i algebarski prikaz sakrijte. Uključite *Označavanje svih novih objekata* (izbornik *Postavke*).
2. Otvorite *Dijaloški okvir Svojstva za crtaču plohu*. Na kartici *yOs*, isključite *Pokaži yOs*. Na kartici *xOs*, postavite *Razmak* između podjela na 1 tako da uključite kontrolni okvir za *Udaljenost* i upišete 1 u tekstualno polje. Upišite za *minimum* na *xOsi* -21 a za *maksimum* 21.
3. Izradite klizalice *a* i *b* (*interval* -10 do 10; *korak povećanja* 1). Umjesto naziva prikažite vrijednosti Klizalaca (*Dijaloški okvir Svojstva*).
4. Definirajte točke $A = (0, 1)$ i $B = A + (a, 0)$.
5. Konstruirajte vektor $u = \text{Vektor}[A, B]$ duljine *a*.
6. Definirajte točke $C = B + (0, 1)$ i $D = C + (b, 0)$ kao i vektor $v = \text{Vektor}[C, D]$ duljine *b*.
7. Definirajte točku $R = (x(D), 0)$.
Napomena: $x(D)$ vam daje *x-koordinatu* točke *D*. Na taj način točka *R* prikazuje rezultat zbrajanja na brojevnoj crti.
8. Nacrtajte točku $Z = (0, 0)$ kao i slijedeće dužine:
 $g = \text{Dužina}[Z, A]$, $h = \text{Dužina}[B, C]$, $i = \text{Dužina}[D, R]$.
9. Za poboljšanje svojih konstrukcija koristite *Dijaloški okvir Svojstva* (npr. promijenite boju, oblik crte, fiksirajte klizalice, sakrijte oznake).

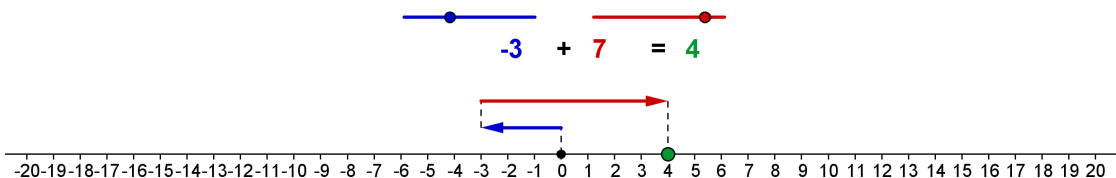




Izazov 1

Poboljšajte svoju interaktivnu sliku ubacivanjem dinamičnog teksta koji predočava odgovarajući postupak zbrajanja.

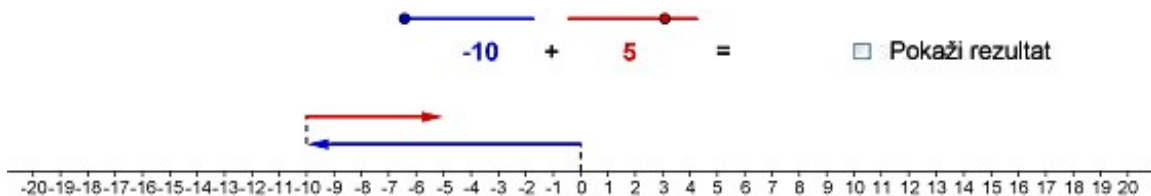
1. Izračunajte zbroj: $r = a + b$
2. Redoslijedom kojim rješavate postupak zbrajanja, ubacujte, korak po korak, dinamični tekst u različitim bojama.
 - a. Umetanje *tekst1*: a
 - b. Umetanje *tekst2*: " + "
 - c. Umetanje *tekst3*: b
 - d. Umetanje *tekst4*: " = "
 - e. Umetanje *tekst5*: r
3. Uskladite boje za *tekst1*, *tekst3* i *tekst5* s bojama odgovarajućih klizača i točkom R. Sakrijte oznake klizača i fiksirajte tekst (*Dijaloški okvir Svojstva*).
4. Izvezite interaktivni crtež kao web-stranicu s apletom.



Izazov 2

Dodajte kontrolni okvir u geometrijski prozor kojim je moguće prikazati ili sakriti rezultat zbrajanja (*tekst5*, točku R i dužinu i).

1. Uključite alat *Kontrolni okvir za prikaz i skrivanje objekta*.
2. Kliknite na crtaču plohu pored rezultata zbrajanja.
3. Upišite *Prikaži rezultat* u tekstualno polje kod *Natpisa*.
4. Iz padajućeg izbornika postupno odaberite sve objekte čija vidljivost bi trebala biti uvjetovana kontrolnim okvirom (*tekst5*, točkom R i dužinom i).
5. Za kreiranje kontrolnog okvira kliknite na *Primjeni*.
6. U načinu rada *Pomicanje* uključujte i isključujte kontrolni okvir kako bi provjerili da li se sva tri objekta sakriju/pokažu.
7. Fiksirajte kontrolni okvir kako se ne bi slučajno pomicao (*Dijaloški okvir Svojstva*).
8. Izvezite ovaj dinamični crtež kao web-stranicu s apletom.
Napomena: Možda bi trebali koristiti drugi naziv za ovu tablicu.



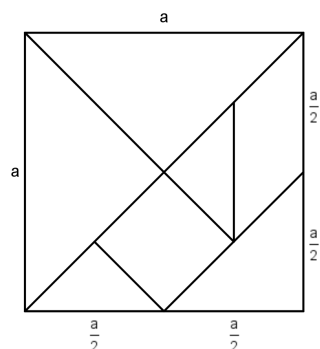


Vježba IV.d: Izrada 'Tangram' slagalice

Klasifikacija: Napredni zadatak

U ovoj vježbi ćete izraditi slagalicu 'Tangram' prikazanu na desnoj slici. Sastoji se od sedam geometrijskih likova koji se mogu konstruirati korištenjem zadane duljine a (vidi [A 4d tangram puzzle.html](#)).

Za ovu konstrukciju biti će vam potreban geometrijski alati. Molimo da prije nego što počnete izrađivati geometrijske likove pročitate slijedeće napomene do kraja.



1. Unesite broj $a = 6$. Osigurat će vam osnovu za konstrukciju svih trokuta i četverokuta potrebnih za slagalicu 'Tangram'.
2. Pokušajte izračunati duljine stranica geometrijskih likova.
Napomena: U nekim slučajevima bi trebali promatrati dijagonale ili visinu. Za razliku od odgovarajućih stranica, njihove se duljine mogu jednostavnije prikazati korištenjem varijable a .
3. Svaki od geometrijskih likova započnite crtati koristeći *Dužine zadane duljine*. To će vam omogućiti kasnije rastezanje i rotiranje slike.
4. Sugestije za konstrukciju:
 - a. Ako je visina pravokutnog trokuta jednaka polovici duljine hipotenuze, za konstrukciju biste mogli koristiti Talesov teorem. (vidi praktični rad 1).
 - b. Ako su vam poznate katete pravokutnog trokuta mogli biste izvesti konstrukciju na isti način kao i prije prikazanu konstrukciju kvadrata.
 - c. Za konstrukciju kvadrata korištenjem dijagonala dobro je znati da su okomite i da se raspolavljaju.
 - d. Za konstrukciju paralelograma dobro je znati šiljasti kut.
5. Provjerite vašu konstrukciju tako da isprobate uspijevate li izraditi kvadrat stranice duljine a korištenjem svih oblika.

Izazov 1: Proizvoljno poslažite geometrijske likove oko rubova interaktivnog apleta. Izvezite sliku kao web-stranicu s apletom te dodajte objašnjenje za svoje učenike. (pogledajte web-stranicu s apletom [A 4d tangram puzzle.html](#)).

Izazov 2: Ovim geometrijskim likovima mogu se uspješno kreirati i neki drugi oblici osim kvadrata. (vidi [A 4d tangram puzzle cat.html](#)). Potražite na internetu još neke 'tangram' oblike osim kvadrata, poput ove mačke na slici ([A 4d tangram cat.png](#)) i uvezite ih u grafički prikaz. Izvezite ponovno GeoGebri nu konstrukciju koristeći novo ime i dajte druge upute.



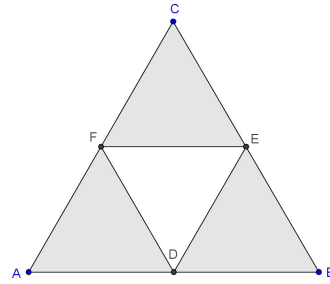
Napomena: Upišete li u Google tražilicu 'geogebra tangram' naći ćete puno zanimljivih kreacija u GeoGebri. Probajte upisati 'geogebra stomakion' da bi upoznali priču o najstarijoj slagalici.



13. Izrada korisničkog alata

Vježba 19a: Konstrukcija trokuta Sierpinskog

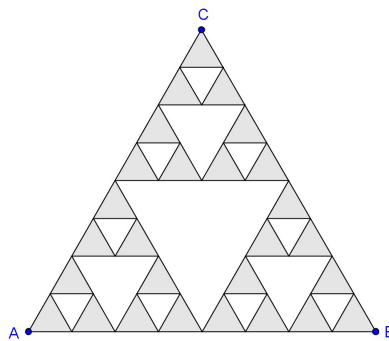
- Otvorite novu GeoGebrinu datoteku.
- Sakrijte algebarski prikaz, koordinatne osi, i traku za unos (alatna traka *Pogled*).
- U alatnoj traci *Postavke* odaberite *Označavanje - samo novih točaka*.



Upute

Kako napraviti korisnički alat koji će olakšati konstrukciju trokuta Sierpinskog?

| | | |
|----|--|--|
| 1 | | Nacrtajte proizvoljan trokut ABC |
| 2 | | Promijenite boju trokuta u crnu (Izbornik <i>Svojstva</i>). |
| 3 | | Točka D polovište stranice AB trokuta ABC |
| 4 | | Točka E polovište stranice BC trokuta ABC |
| 5 | | Točka F polovište stranice AC trokuta ABC |
| 6 | | Trokut DEF |
| 7 | | Promijenite boju trokuta DEF u bijelu i povećajte ispunu na 100% (Izbornik <i>Svojstva</i>). |
| 8 | | Promijenite boju stranica trokuta DEF u crnu (Izbornik <i>Svojstva</i>). |
| 9 | | Izradite novi alat zvan <i>Sierpinski</i> . <u>Izlazni objekti</u> : točke D , E , i F , trokut DEF , stranice trokuta DEF <u>Ulazni objekti</u> : točke A , B , i C <u>Naziv</u> : <i>Sierpinski</i> <u>Pomoć za alat</u> : Kliknite na tri točke |
| 10 | | Primijenite svoj korisnički alat na tri crna trokuta ADF , DBE , i FEC kako biste napravili drugu fazu Trokuta Sierpinskog. |
| 11 | | Primijenite svoj korisnički alat na devet crnih trokuta kako biste napravili treću fazu Trokuta Sierpinskog. |

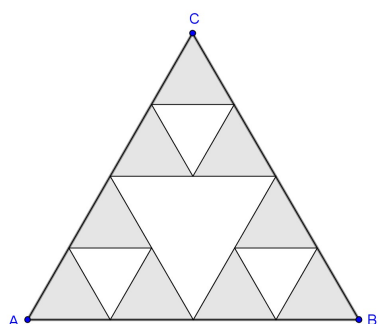




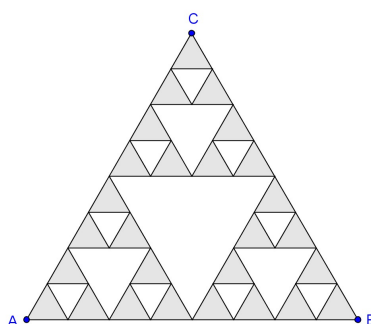
Vježba 19b: Uvjetni prikaz

Umetnite kontrolne okvire kako biste dozvolili prikaz i skrivanje pojedinih koraka trokuta Sierpinskog.

| | | |
|---|--|--|
| 1 | | Sakrijte sve točke osim A , B , i C . |
| 2 | | Napravite <i>Kontrolni okvir za prikaz / skrivanje objekata</i> prvog koraka trokuta Sierpinskog. <u>Natpis:</u> Korak 1 <u>Odabrani objekti:</u> Samo veliki bijeli trokut i njegove stranice. |
| 3 | | Odaberite alat <i>Pomicanje</i> i provjerite da li se klikom na kontrolni okvir prikazuje / skriva .bijeli trokut i njegove stranice. |
| 4 | | Napravite <i>Kontrolni okvir za prikaz / skrivanje objekata</i> drugog koraka trokuta Sierpinskog. <u>Natpis:</u> Korak 2 <u>Odabrani objekti:</u> Tri srednje velika bijela trokuta i njihove stranice. |
| 5 | | Odaberite alat <i>Pomicanje</i> i provjerite da li se klikom na kontrolni okvir prikazuje / skriva drugi korak trokuta Sierpinskog. |
| 6 | | Napravite <i>Kontrolni okvir za prikaz / skrivanje objekata</i> trećeg koraka trokuta Sierpinskog.. <u>Natpis:</u> Korak 3 <u>Odabrani objekti:</u> Devet malih bijelih trokuta i njihove stranice. |
| 7 | | Odaberite alat <i>Pomicanje</i> i provjerite da li se klikom na kontrolni okvir prikazuje / skriva treći korak trokuta Sierpinskog. |



- Korak 1
- Korak 2
- Korak 3



- Korak 1
- Korak 2
- Korak 3



14. Moćna naredba *Niz*

Uvod u naredbu

GeoGebra nudi naredbu *Niz* koja proizvodi listu objekata. Uz pomoć te naredbe možemo odrediti vrstu objekta, duljinu niza (broj objekata koji ćemo napraviti), i korak povećanja (npr. udaljenost između objekata) koristeći sljedeću sintaksu).

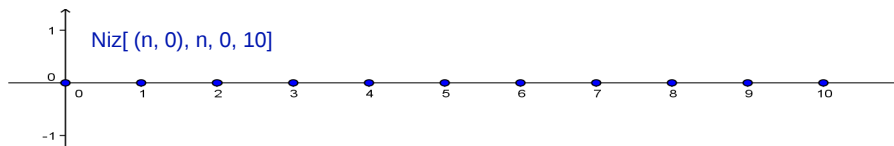
$$\text{Niz}[\langle \text{izraz} \rangle, \langle \text{varijabla} \rangle, \langle \text{od} \rangle, \langle \text{do} \rangle, \langle \text{korak povećanja} \rangle]$$

Objašnjenje:

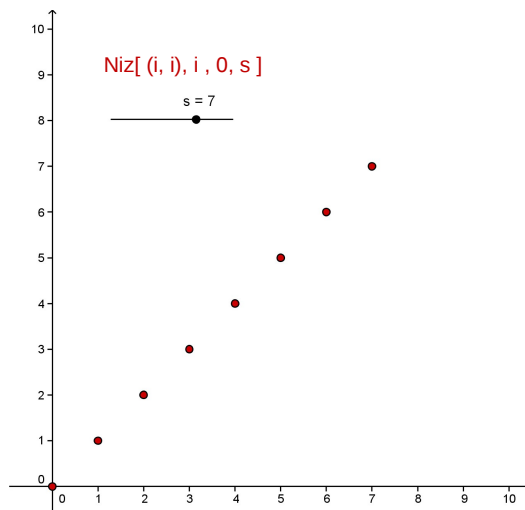
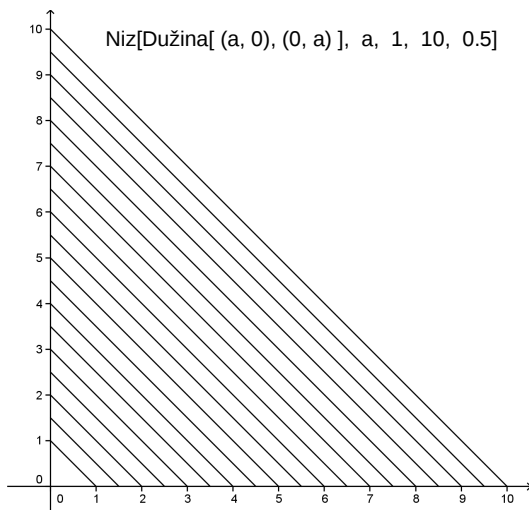
- $\langle \text{izraz} \rangle$: određuje vrstu objekta koji izrađujemo. Izraz mora sadržavati varijablu (npr. $(i, 0)$ s varijablom i).
- $\langle \text{varijabla} \rangle$: govori GeoGebri koja se varijabla koristi
- $\langle \text{od} \rangle, \langle \text{do} \rangle$: određuje interval za varijablu koju koristimo (npr. od 1 do 10)
- $\langle \text{korak povećanja} \rangle$: nije obavezan, a određuje korak povećanja za varijablu koju koristimo (npr. 0.5)

Vježba 20a: Jednostavni nizovi

- $\text{Niz}[(n, 0), n, 0, 10]$
 - o izrađuje listu 11 točaka na x -osi
 - o Točke imaju sljedeće koordinate $(0, 0), (1, 0), (2, 0), \dots, (10, 0)$



- $\text{Niz}[\text{Dužina}[(a, 0), (0, a)], a, 1, 10, 0.5]$
 - o Radi listu dužina čija je udaljenost 0.5
 - o $(1, 0)$ i $(0, 1)$; točke $(2, 0)$ i $(0, 2)$





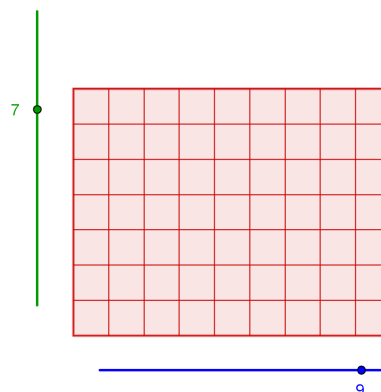
- Ako je s klizač s intervalom od 1 do 10 i korakom povećanja 1, tada naredba $\text{Niz}[(i, i), i, 0, s]$
 - o izrađuje listu od $s + 1$ točaka čiji se ukupan broj mijenja dinamički promjenom vrijednosti klizača s
 - o točke imaju sljedeće koordinate $(0, 0), (1, 1), \dots, (10, 10)$

Vježba 20b: Predočavanje množenja prirodnih brojeva

Priprema

- Otvorite novu GeoGebrinu datoteku.
- Sakrijte algebarski prikaz i koordinatne osi. (Izbornik Pogled).
- Prikažite traku za unos (Izbornik Pogled).
- U alatnoj traci *Postavke* odaberite *Označavanje - samo novih točaka*.






$$9 \cdot 7 = 63$$



Upute

| | | |
|----|--|--|
| 1 | | Horizontalni klizač <i>Stupci</i> s intervalom od 1 do 10, korakom povećanja 1, i širinom 300 |
| 2 | | Nova točka <i>A</i> |
| 3 | | Dužina <i>a</i> zadane duljine <i>Stupci</i> iz točke <i>A</i> |
| 4 | | Odaberite alat <i>Pomicanje</i> , pomičite klizač <i>Stupci</i> i provjerite da li je dužina <i>a</i> zadane duljine |
| 5 | | Okomica <i>b</i> na dužinu <i>a</i> kroz točku <i>A</i> |
| 6 | | Okomica <i>c</i> na dužinu <i>a</i> kroz točku <i>B</i> |
| 7 | | Vertikalni klizač <i>Redci</i> s intervalom od 1 do 10, korakom povećanja 1, i širinom 300 |
| 8 | | Kružnica <i>d</i> sa središtem <i>A</i> i polumjerom <i>Redci</i> |
| 9 | | Pomičite klizač <i>Redci</i> kako biste provjerili da li je kružnica istog polumjera |
| 10 | | Sjecište kružnice <i>d</i> s pravcem <i>b</i> dat će nam točke <i>C</i> i <i>D</i> |
| 11 | | Usporedni pravac <i>e</i> sa dužinom <i>a</i> kroz točku <i>C</i> |
| 12 | | Sjecište pravaca <i>c</i> i <i>e</i> dat će nam sjecište <i>E</i> |

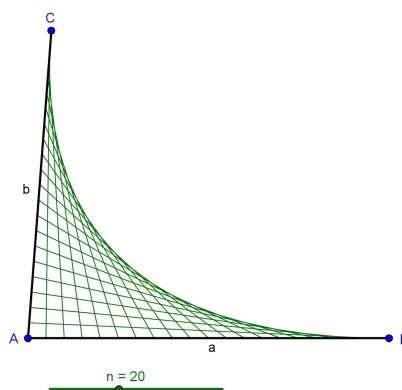


| | | |
|----|---|---|
| 13 |  | Mnogokut $ABEC$ |
| 14 |  | Sakrijte sve pravce, kružnicu d , dužinu a i točku D |
| 15 | AA | Sakrijte oznake dužina |
| 16 |  | Postavite oba klizača $Stupci$ i $Redci$ na vrijednost 10. |
| 17 | | <p>Napravite listu vertikalnih dužina $Niz[Dužina[A+i(1, 0), C+i(1, 0)], i, 1, Stupci]$ <u>Napomena:</u> $A + i(1, 0)$ određuje niz točaka, s početnom točkom A, međusobno udaljenih za 1 $C + i(1, 0)$ određuje niz točaka, s početnom točkom C, međusobno udaljenih za 1 $Dužina[A + i(1, 0), C + i(1, 0)]$ stvara niz dužina između parova ovih točaka. Uočite, krajnje točke ovih dužina nisu prikazane u grafičkom prikazu. Klizač $Stupci$ određuje broj kreiranih dužina.</p> |
| 18 | | <p>Napravite niz horizontalnih dužina $Niz[Dužina[A+i(0, 1), B+i(0, 1)], i, 1, Redci]$</p> |
| 19 |  | Pomičite klizače $Stupci$ i $Redci$ kako biste provjerili konstrukciju. |
| 20 | ABC | <p>Umetnite statični i dinamični tekst kako biste predočili množenje, pri čemu će nam vrijednosti klizača $Stupci$ i $Redci$ predstavljati faktore: $tekst1: Stupci$ $tekst2: *$ $tekst3: Redci$ $tekst4: =$</p> |
| 21 | | <p>Izračunajte $rezultat$ množenja: $rezultat = Stupci * Redci$</p> |
| 22 | ABC | Umetnite dinamični $tekst5: rezultat$ |
| 23 |  | Sakrijte točke A, B, E i C |
| 24 | | Uredite svoju konstrukciju koristeći izbornik $Svojstva$. |



Vježba 20c: Umjetnički nizovi temeljeni na Bézierovim krivuljama

Bézierove se krivulje, zadane parametarski, koriste u kompjutorskoj grafici. Na primjer, koristimo ih pri izradi glatkih linija vektorskih fontova. Napravimo neke “umjetničke nizove” temeljene na Bézierovim krivuljama.



Priprema

- Otvorite novu GeoGebriu datoteku.
- Prikažite traku za unos (Izbornik *Pogled*).
- Sakrijte algebarski prikaz i koordinatne osi. (Izbornik *Pogled*).
- U alatnoj traci *Postavke* odaberite *Označavanje - samo novih točkaka*.

Upute

| | | |
|----|--|--|
| 1 | | Dužina a s krajnjim točkama AB |
| 2 | | Dužina b s krajnjim točkama AC |
| 3 | | Klizač za broj n s intervalom od 0 do 50, korakom povećanja 1, i širinom 200 |
| 4 | | Napravite $\text{Niz}[A + i/n (B - A), i, 1, n]$ <u>Napomena:</u> Ovaj niz određuje listu od n točkaka na dužini AB čiji je razmak jedna n -tina duljine dužine a . |
| 5 | | Napravite $\text{Niz}[A + i/n (C - A), i, 1, n]$ <u>Napomena:</u> Ovaj niz određuje listu od n točkaka na dužini AC čiji je razmak jedna n -tina duljine dužine b . |
| 6 | | Sakrijte obje liste točkaka. |
| 7 | | Napravite listu dužina $\text{Niz}[\text{Dužina}[\text{Element}[\text{lista1}, i], \text{Element}[\text{lista2}, n-i]], i, 1, n]$ <u>Napomena:</u> Ove dužine spajaju prvu i zadnju, drugu i predzadnju, ..., zadnju i prvu točku <i>liste1</i> i <i>liste2</i> . |
| 8 | | Uredite svoju konstrukciju koristeći izbornik <i>Svojstva</i> . |
| 9 | | Pomičite točke A, B , i C kako biste promijenili oblik Bézierove krivulje. |
| 10 | | Pomičite klizač n kako biste promijenili broj dužina Bézierove krivulje. |

Napomena: Dužine koje ste upravo napravili su tangente kvadratne Bézierove krivulje.

Zadatak

Napravite još ‘umjetničkih nizova’ uz pomoć GeoGebre koristeći nizove točkaka i dužina.



15. Tablični prikaz i osnovni statistički koncepti

Unos u ćelije tabličnog prikaza

U GeoGebri svaka ćelija *tabličnog prikaza* ima **specifični naziv** čime je omogućeno izravno adresiranje svake ćelije. Na primjer, ćelija u stupcu A i redu 1 se zove ćelija A1.

Napomena: Naziv ćelije se može upotrijebiti u izrazima i naredbama kako bi se adresirao sadržaj pripadajuće ćelije.

U ćelije možete **unijeti** ne samo brojeve, već **sve tipove matematičkih objekata** (na primjer, koordinate točaka, funkcije, naredbe). Ako je moguće, GeoGebra će odmah po unosu objekta prikazati grafički prikaz tog objekta. Takvim unosom naziv objekta će odgovarati nazivu ćelije u kojoj je objekt izvorno kreiran (na primjer A5, C1).

Napomena: Prema početnim postavkama objekti u ćelijama klasificiraju se kao *pomoćni objekti* u *algebarskom prikazu*. Možete prikazati ili sakriti *pomoćne objekte* odabirući opciju *Pomoćni objekti* iz izbornika *Pogled*.

Vježba 21a: Izbornik *Zabilježi u tablicu*

- Otvorite novi GeoGebrin dokument
- Prikaži *Tablični prikaz* (izbornik *Pogled*) ili tipkovnička kratica Ctrl+Shift+S
- Sakrij *Algebarski prikaz* (izbornik *Pogled*)








The screenshot shows the GeoGebra interface with a coordinate plane on the left and a table view on the right. The table contains the following data:

| | A | B |
|---|----|-----|
| 1 | -5 | -10 |
| 2 | -4 | -8 |
| 3 | -3 | -6 |
| 4 | -2 | -4 |
| 5 | -1 | -2 |
| 6 | 0 | 0 |
| 7 | 1 | 2 |
| 8 | 2 | 4 |
| 9 | 3 | 6 |

The coordinate plane shows a scatter plot of these points. A horizontal line is drawn at $y = 5$, labeled $a = 5$. A point is labeled 'A' at approximately (4, 9.5).



Upute

| | | |
|---|---|---|
| 1 |  | Izradite klizač sa početno postavljenim intervalom i korakom povećanja 1. <u>Savjet:</u> Odaberite alat <i>Klizač</i> i kliknite na grafički prikaz da biste odredili poziciju klizača. U dijaloškom okviru koji se otvorio promijenite korak povećanja na 1 i kliknite na gumb <i>Primijeni</i> . |
| 2 | $A = (a, 2a)$ | Nacrtajte točku A tako što ćete u <i>Traku za unos</i> unijeti $A = (a, 2a)$. <u>Napomena:</u> Vrijednost klizača a određuje x-koordinatu točke A dok je y-koordinata višekratnik ove vrijednosti. |
| 3 | AA | Pokažite oznaku točke A u grafičkom prikazu. |
| 4 |  | Promijenite vrijednost klizača a kako biste vidjeli različite položaje točke A . |
| 5 |  | Upotrijebite alate <i>Pomicanje grafičkog prikaza</i> , kao i <i>Povećanje</i> ili <i>Smanjenje</i> kako biste prilagodili vidljivi dio <i>grafičkog prikaza</i> i time točku A mogli vidjeti u svim položajima. |
| 6 |  | Uključite trag točke A . <u>Savjet:</u> Desni klik (<i>MacOS: Ctrl-klik</i>) na točku A i odaberite <i>Uključi trag</i> iz skočnog izbornika. |
| 7 |  | Mijenjajte vrijednost klizača a kako biste vidjeli trag koji točka A ostavlja za svaku vrijednost klizača. |
| 8 |  | Postavite vrijednost klizača a na -5. |
| 9 |  | Zabilježite u tablicu koordinate za različite položaje točke A : (1) Odaberite alat <i>Zabilježi u tablicu</i> . Zatim kliknite na točku A kako biste je odabrali. <u>Napomena:</u> Koordinate trenutnog položaja točke A se odmah unose u ćelije $A1$ (x-koordinata) i $B1$ (y-koordinata). (2) Sada promijenite vrijednost klizača a kako biste zabilježili u tablicu sve moguće položaje točke A . <u>Napomena:</u> Nemojte odabrati neki drugi alat prije mijenjanja vrijednosti klizača. |

Dodatni zadaci

Zadatak 1. Ispitivanje uzorka y vrijednosti u stupcu B

Možete dati konstrukciju vašim učenicima kako bi oni ispitali uzorak u stupcu B , koji je kreiran od y-koordinata i različitih položaja točke A . Ohrabrite vaše učenike da predvide graf funkcije koja prolazi kroz sve položaje točke A . Neka vaši učenici upišu



odgovarajuću funkciju u *Traku* za unos kako bi provjerili je li funkcija koju su predvidjeli ispravna (npr. učenici unose $f(x) = 2x$ kako bi kreirali pravac kroz sve točke).

Zadatak 2: Izradite novi problem

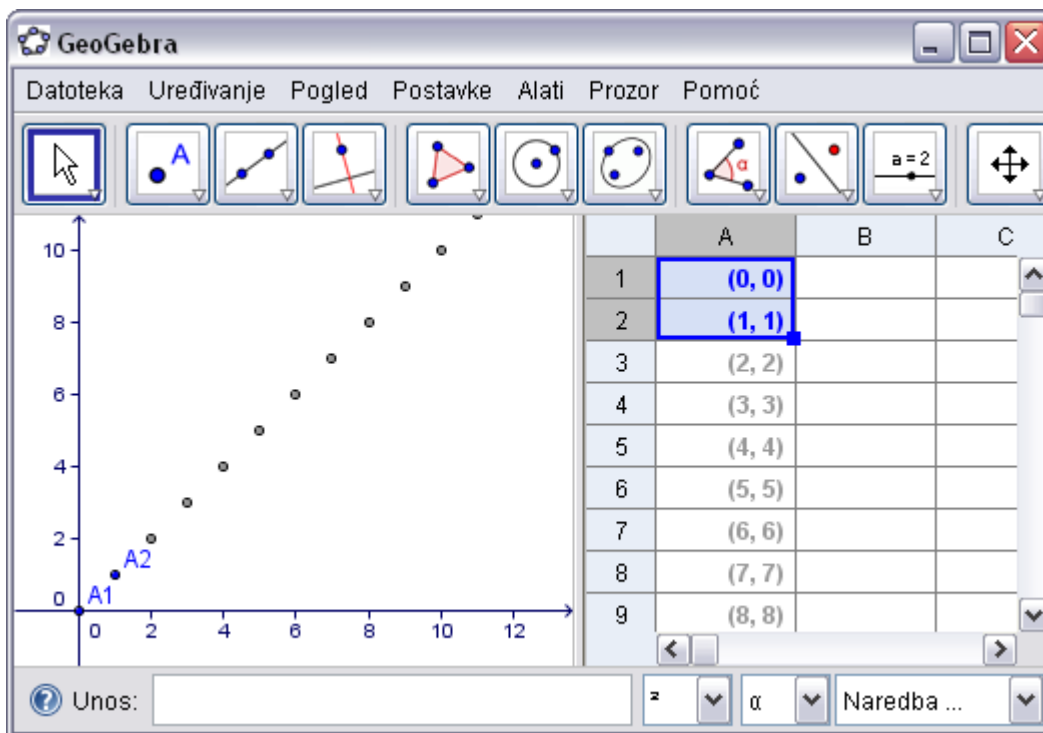
Promijenite y koordinatu točke A kako biste kreirali novi problem:

- Desni klik (MacOS: *Ctrl*-klik) na točku A i odaberite *Svojstva...* iz skočnog izbornika
- U kartici *Osnovno* možete promijeniti ordinatu točke A u polju *Definicija* u, na primjer, a^2 .
- Koristeći druge kartice dijaloškog okvira *Svojstva* promijenite boju (kartica *Boja*) ili veličinu (kartica *Stil*) točke A
- Zatvorite dijaloški okvir *Svojstva* kada završite sa željenim promjenama
- Ponovite korake 7-9 iz Uputa iznad kako biste u tablicu zabilježili koordinate novih položaja točke A
- Napomena: Ukoliko ne izbrišete stare vrijednosti iz stupaca A i B, GeoGebra će automatski upotrijebiti iduća dva prazna stupca (na primjer, stupce C i D) kako bi zabilježila nove vrijednosti x- i y-koordinata.



Vježba 21b: Relativno kopiranje i linearne jednadžbe

- Otvorite novi GeoGebra dokument
- Prikaži *Tablični prikaz* (izbornik *Pogled*) ili kratica Ctrl+Shift+S.
- Sakrij *Algebarski prikaz* (izbornik *Pogled*)



Upute

| | | |
|---|----------|---|
| 1 | | Koristeći alat <i>Pomicanje grafičkog prikaza</i> pomaknite ishodište koordinatnog sustava u donji lijevi kut <i>grafičkog prikaza</i> . |
| 2 | (0, 0) | U <i>tabličnom prikazu</i> kliknite na ćeliju A1 i unesite koordinate (0, 0). |
| 3 | (1, 1) | U <i>tabličnom prikazu</i> kliknite na ćeliju A2 i unesite koordinate (1, 1). |
| 4 | AA | Pokažite oznaku objema točkama u <i>grafičkom prikazu</i> . |
| 5 | | Relativno kopirajte unijete koordinate točaka u ostale ćelije stupca A: (1) Obilježite ćelije A1 i A2 koristeći miša (2) Kliknite na mali kvadrat u donjem desnom kutu označenih ćelija (3) Pritisnite i držite lijevi gumb miša i vucite do ćelije A11. |
| 6 | | Upotrijebite alate <i>Pomicanje grafičkog prikaza</i> , kao i <i>Povećanje</i> ili <i>Smanjenje</i> kako biste prilagodili vidljivi dio <i>grafičkog prikaza</i> i time mogli vidjeti sve točke |



Dodatni zadaci

Zadatak 1: Ispitajte koordinate niza točaka

Koji niz brojeva je kreiran kada ste primijenili relativno kopiranje u GeoGebrinom tabličnom prikazu na način prikazan iznad?

Savjet: Ispitajte x-koordinate svih kreiranih točaka i zaključite u kakvom su odnosu. Zatim taj zaključak provjerite pomoću y-koordinata točaka.

Zadatak 2: Nađite odgovarajuću funkciju

Predvidite funkciju koja bi kreirala graf koji prolazi kroz sve točke niza. Unesite funkciju u *Traku za unos* kako biste provjerili jeste li dobro predvidjeli.


Zadatak 3: Izradite novi problem

Promijenite koordinate početne točke kako biste kreirali novi niz točaka koji bi ispitivali vaši učenici.

Varijanta 1: Promijenite početnu točku u *tabličnom prikazu*.

Dvaput kliknite na ćeliju A2 i promijenite koordinate u (1, 2). Nakon što stisnete *Enter*, sve točke koje su ovisile o točki A2 će se automatski promijeniti, i u *tabličnom prikazu* i u *grafičkom prikazu*.

Varijanta 2: Promijenite položaj početne točke u *grafičkom prikazu*

Aktivirajte alat  *Pomicanje* i pomaknite točki A2 u drugačiji položaj koordinatnog sustava. Istodobno će se sve točke koje su ovisile o toj točki dinamički prilagoditi toj promjeni, i u *grafičkom prikazu* i u *tabličnom prikazu*.

Napomena: Kako biste ograničili koordinate točaka samo na cijele brojeve, možete promijeniti postavku 'Vezivanje točaka na mrežu' u izborniku Postavke u 'uključeno (Koordinatna mreža)'. Možete prikazati koordinatnu mrežu odabirući postavku 'Koordinatna mreža' u izborniku *Pogled*.

Savjet: Mijenjajući koordinate i točke A1 možete kreirati problem koji rezultira linearnom funkcijom tipa $y = kx + l$ koja ne prolazi ishodištem koordinatnog sustava.



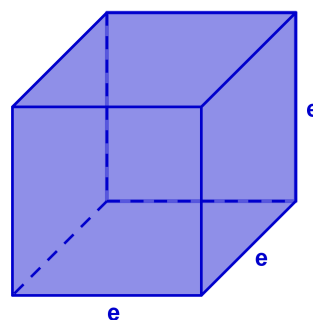
Vježba 21c: Istraživanje brojevni obrazaca

Istražimo kako se oplošje kocke mijenja u ovisnosti o duljini brida.

Priprema sa papirom i olovkom

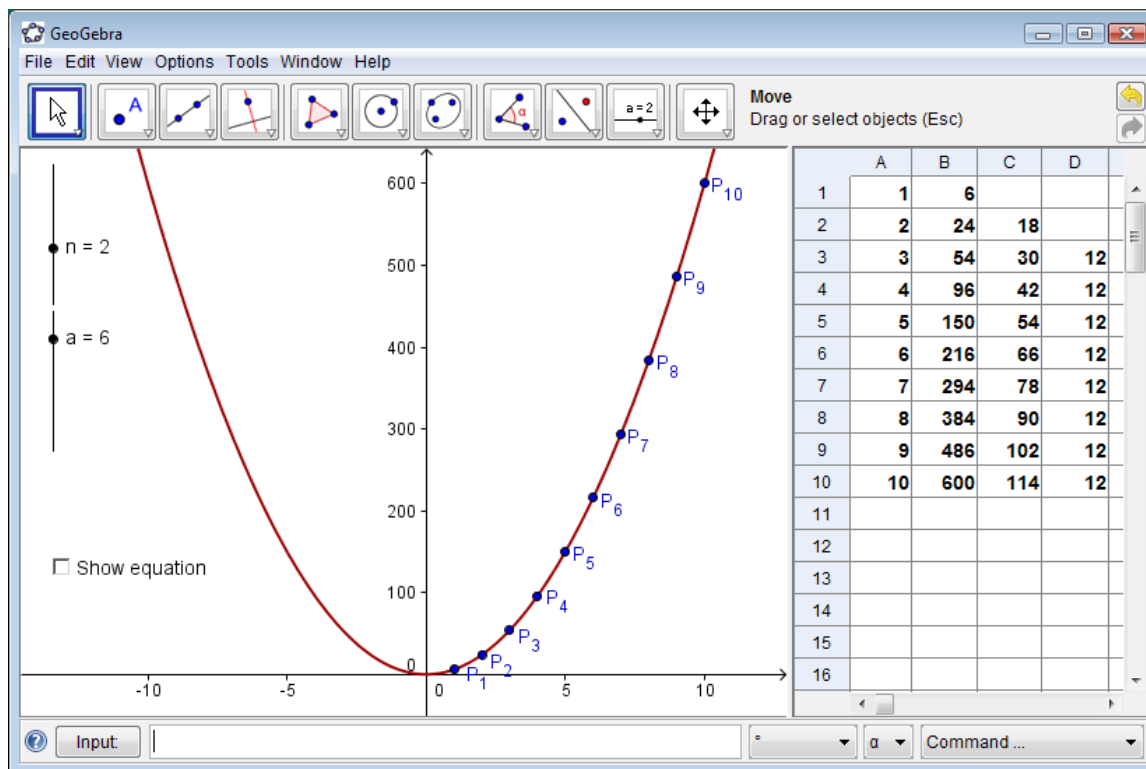
Zajedno sa svojim susjedom izračunajte oplošje kocke za danu duljinu brida.

| Brid | Oplošje | Brid | Oplošje |
|------|---------|------|---------|
| 1 | | 6 | |
| 2 | | 7 | |
| 3 | | 8 | |
| 4 | | 9 | |
| 5 | | 10 | |




Priprema

- Otvorite novi GeoGebrin dokument
- Prikaži *Tablični prikaz* (izbornik *Pogled*)
- Sakrij *Algebarski prikaz* (izbornik *Pogled*)
- U izborniku *Postavke* postavite *Obilježavanje samo novih točaka*





Izrada raspršenog graf iz vaših podataka

| | |
|---|--|
| 1 | Unesite sljedeće brojeve u ćelije tablice u stupcu A: A1: 1 A2: 2 |
| 2 | Označite ćelije A1 i A2. Relativno kopirajte vrijednosti do ćelije A10 kako biste kreirali niz različitih duljina bridova. <u>Napomena:</u> Ovako kreirate niz prirodnih brojeva od 1 do 10. |
| 3 | U stupac B unesite vrijednosti oplošja izračunate ranije u ovisnosti o duljini brida. |
| 4 | Izradite raspršeni graf iz vaših podataka: (1) Koristeći miša označite sve ćelije stupaca A i u B koje sadrže brojeve. (2) Desni klik (MacOS: <i>Ctrl</i> -klik) na jednu od označenih ćelija i odaberite <i>Izradi listu točaka</i> iz skočnog izbornika <u>Napomena:</u> Vrijednost iz stupca A određuje x-koordinatu, a vrijednost iz stupca B y-koordinatu točke. <u>Napomena:</u> Točke kreirane iz danih podataka prikazane su u algebarskom prikazu kao lista točaka. Po početnoj postavci, GeoGebra ovaj niz imenuje <i>lista1</i> . |
| 5 |  Možete koristiti alat <i>Pomicanje grafičkog prikaza</i> kako biste promijenili razmjer y-osi i time mogli vidjeti sve točke u <i>grafičkom prikazu</i> . <u>Savjet:</u> Odaberite alat <i>Pomicanje grafičkog prikaza</i> . Kliknite na y-os i povucite je prema dolje kako biste oznake na osi do 600. |

Istražite brojevni obrazac u stupcu B

| | |
|----|---|
| 7 | U ćeliju C2 upišite formulu =B2-B1 kako biste izračunali razliku dva uzastopna oplošja. <u>Savjet:</u> Nakon unosa znaka =, možete kliknuti na ćeliju B2 kako biste unijeli njen naziv u trenutno aktivnu ćeliju (C2). |
| 8 | Označite ćeliju C2 i relativno kopirajte formula do ćelije C10. |
| 9 | U ćeliju D3 upišite formulu =C3-C2 kako biste izračunali razliku dviju uzastopnih razlika. |
| 10 | Označite ćeliju D3 i relativno kopirajte formula do ćelije D10. |



Zadatak 1.

Istražite niz brojeva u stupcima C i D . Izvedite pretpostavku o polinomnoj funkciji koja prolazi kroz sve točke ucrtane u *grafičkom prikazu* i omogućava vam da izračunate oplošje kocke za bilo koju danu duljinu brida.

- Je li moguće odrediti stupanj ovog polinoma istražujući niz razlika generiranog u stupcima C i D ?
- Objasnite svom susjedu zašto smo računali razliku susjednih vrijednosti i što one zapravo znače.
- Je li moguće odrediti koeficijent polinoma istražujući niz razlika generiranog u stupcima C i D ?
- Je li točno da vrijednosti u stupcu A nisu uzastopni brojevi (npr, 1, 3, 5,...)?
Objasnite svoj odgovor!



Provjerite svoju pretpostavku o polinomu

| | | |
|----|--|---|
| 11 | | Izradite klizač n sa intervalom 0 do 5 i korakom povećanja 1. Na kartici 'Klizač' promijenite orijentaciju klizača iz 'horizontalan' u 'vertikaln'. |
| 12 | | Izradite klizač a sa intervalom -10 do 10 i korakom povećanja 1. Na kartici 'Klizač' promijenite orijentaciju klizača iz 'horizontalan' u 'vertikaln'. |
| 13 | | U traci za unos unesite polinom $f(x) = a * x^n$ kako biste stvorili polinom stupnja n i koeficijenta a . <u>Napomena:</u> Vrijednost stupnja n i vrijednost koeficijenta a se može promijeniti koristeći odgovarajući klizač. |
| 14 | | Mijenjajte vrijednosti klizača a i n kako biste potvrdili svoju pretpostavku. Prolazi li graf ovog polinoma kroz sve točke u <i>grafičkom prikazu</i> ? |

Poboljšajte svoju konstrukciju

| | | |
|----|--|--|
| 15 | | Unesite jednadžbu polinoma kao dinamički tekst u <i>grafičkom prikazu</i> . <u>Savjet:</u> Odaberite alat <i>Umetanje teksta</i> i kliknite na grafički prikaz kako biste otvorili dijaloški okvir <i>Tekst</i> . (1) Unesite $f(x) =$ u dijaloški okvir. (2) Kliknite na graf polinoma kako biste unijeli njegov naziv u dijaloški okvir. <u>Napomena:</u> GeoGebra će automatski unijeti sintaksu potrebnu za dinamički tekst. (3) Kliknite na gumb <i>U redu</i> . |
| 16 | | Stvorite kontrolni okvir kako biste prikazali/sakrili jednadžbu polinoma. <u>Savjet:</u> Odaberite alat <i>Kontrolni prikaz za prikaz i skrivanje objekata</i> i kliknite na <i>grafički prikaz</i> kako biste otvorili dijaloški okvir za taj alat. (1) Unesite natpis <i>Prikaži jednadžbu</i> . (2) Kliknite na mali strelicu kako biste otvorili popis svih raspoloživih objekata. (3) Odaberite <i>tekst1</i> sa popisa i kliknite na gumb 'Primijeni'. |



| | | |
|----|---|---|
| 17 |  | Odaberite alat <i>Pomicanje</i> i iskušajte da li kontrolni okvir kontrolira vidljivost teksta. |
| 18 |  | |

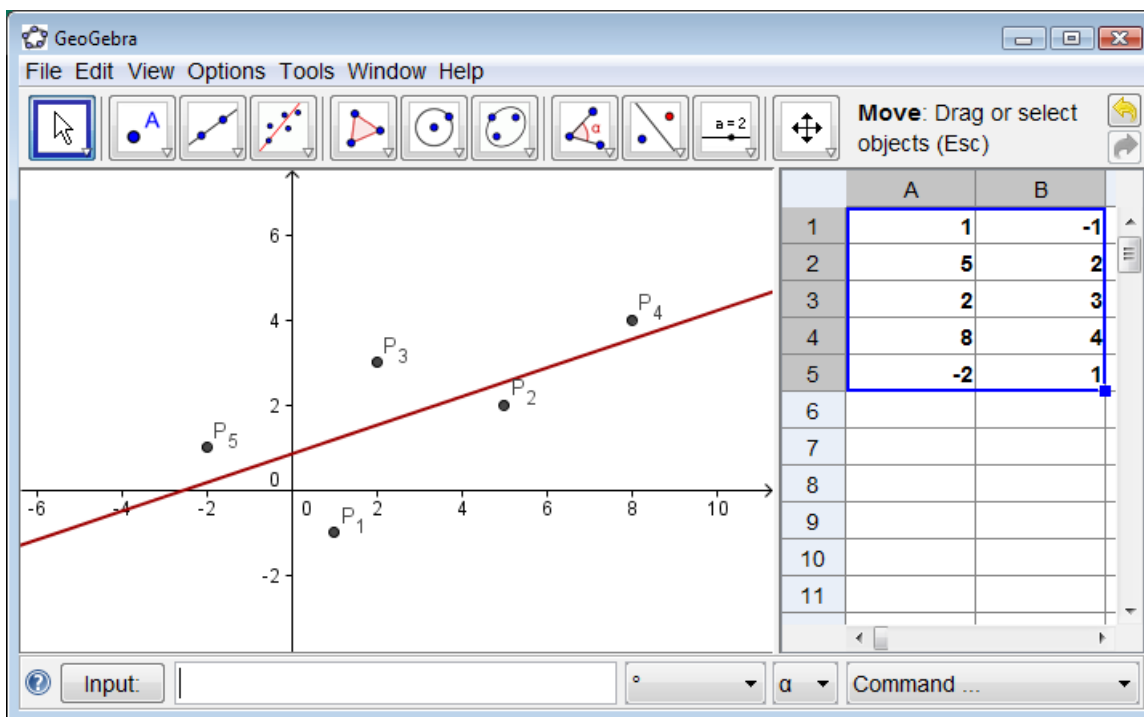
Zadatak 2.

- Iskušajte vrijedi li ovakav način istraživanja razlika dviju uzastopnih vrijednosti za svaki polinom $f(x) = a x^n$.
- Savjet: Možete unijeti formula u ćeliju B1 i relativno je kopirati do ćelije B10 kako biste kreirali niz funkcijskih vrijednosti. Nemojte zaboraviti započeti formula sa znakom = (na primjer., = x^2)
- Koje modifikacije je potrebno napraviti u tabličnom prikazu i grafičkom prikazu kako biste odredili koeficijente polinoma $f(x) = a x^n + b$?



Vježba 21d: Raspršeni graf i pravac regresije

- Otvorite novu GeoGebrinu datoteku
- Prikaži *Tablični prikaz* (izbornik *Pogled*)
- Sakrij *Algebarski prikaz* (izbornik *Pogled*)
- U izborniku *Postavke* postavite *Obilježavanje samo novih točaka*



Upute

| | |
|---|--|
| 1 | Unesite sljedeće vrijednosti u <i>tabličnom prikazu</i> u stupac A: A1: 1 A2: 5 A3: 2 A4: 8 A5: -2 |
| 2 | Unesite sljedeće vrijednosti u <i>tabličnom prikazu</i> u stupac B: B1: -1 B2: 2 B3: 3 B4: 4 B5: 1 |
| 3 | Izradite raspršeni graf od ovih podataka: <ol style="list-style-type: none">(1) Koristeći miša označite sve ćelije stupca A i B koje sadrže podatke.(2) Desni klik (MacOS: <i>Ctrl</i>-klik) na jednu od označenih ćelija i odaberite 'Izradi listu točaka' iz skočnog izbornika. <p><u>Napomena:</u> Vrijednosti u stupcu A određuju x-koordinatu, a vrijednosti u stupcu B y-koordinatu ucrtanih točaka.</p> |



| | | |
|---|--|--|
| 4 | | <p>Koristite alat <i>Pravac regresije</i> kako biste kreirali pravac koji najbolje odgovara vašim točkama.</p> <p><u>Savjet</u>: Odaberite alat <i>Pravac regresije</i> i označite sve točke koristeći pravokutnik izbora: kliknite gornji lijevi ugao <i>grafičkog prikaza</i>. Držite lijevu tipku miša i povucite dolje desno kako biste odredili pravokutnik izbora.</p> |
| 5 | | <p>Promijenite boju i debljinu crte pravca koristeći dijaloški okvir <i>Svojstva</i>.</p> |
| 6 | | <p>Koristeći ovu konstrukciju možete lako pokazati kako udaljene točke utječu na pravac regresije danog skupa podataka:</p> <p>Pomaknite jednu od točaka mišem i promatrajte kako ta promjena utječe na pravac regresije.</p> <p><u>Savjet</u>: Također možete promijeniti početne podatke u <i>tabličnom prikazu</i>.</p> |

Uvoz podataka iz drugih tablica

Napomena: GeoGebra dopušta kopiranje podataka iz drugih tabličnim programa u GeoGebrinu tablicu:

- Označite i kopirajte podatke koje želite uvesti (npr, koristeći tipkovničku kraticu *Ctrl-C* kako biste kopirali podatke u spremnik računala).
Napomena: Morate pritisnuti obje tipke (to jest, *Ctrl* i *C*) u isto vrijeme kako biste iskoristili tu tipkovničku kraticu.
- Otvorite prozor GeoGebre i pokažite *tablični prikaz*.
- Kliknite na ćeliju tablice koja će sadržavati prvu vrijednost podataka.
- Zalijepite podatke iz spremnika računala u GeoGebrin *tablični prikaz*. Kako biste to učinili, možete upotrijebiti tipkovničku kraticu *Ctrl-V* ili desni klik (MacOS: *Ctrl-klik*) na označenu ćeliju i odaberite *Zalijepiti* iz skočnog izbornika.



Vježba 21e: Istraživanje osnovnih statističkih naredbi

Jučer ste dali matematički kviz dvadeset petorici učenika svog prvog razreda. Nakon kviza ste zamolili učenike da ocjene kviz ocjenama 1 ('jako lagan') do 5 ('jako težak').

- 4 vaša učenika su kviz ocijenila 'jako lagan' (1)
- 6 vaših učenika su kviz ocijenila 'lagan' (2)
- 6 vaših učenika su ocijenila kviz 'težak' (4)
- 1 učenik je ocijenio kviz 'jako težak' (5)
- Ostatak učenika smatraju da je težina kviza bila 'u redu' (3)

Zadatak 1: Napravite histogram

Unesite podatke u GeoGebrinu tablicu i kreirajte histogram koji vizualizira ove podatke.

Savjeti:

- Ukoliko ne znate kako se koristi naredba *Histogram*, unesite tu naredbu u *traku za unos* i pritisnite funkcijsku tipku *F1*.
- Napomena: 'Lista granice razreda' određuje položaj i širinu stupaca histograma. Broj učenika koji su dali pojedinu ocjenu određuje visinu stupca histograma
- Odaberite granice razreda kako bi stvarna ocjena bila prikazana u sredini svakog stupca histograma.
- Morate stvoriti listu podataka svakog pojedinog stupca prije nego koristite naredbu *Histogram*

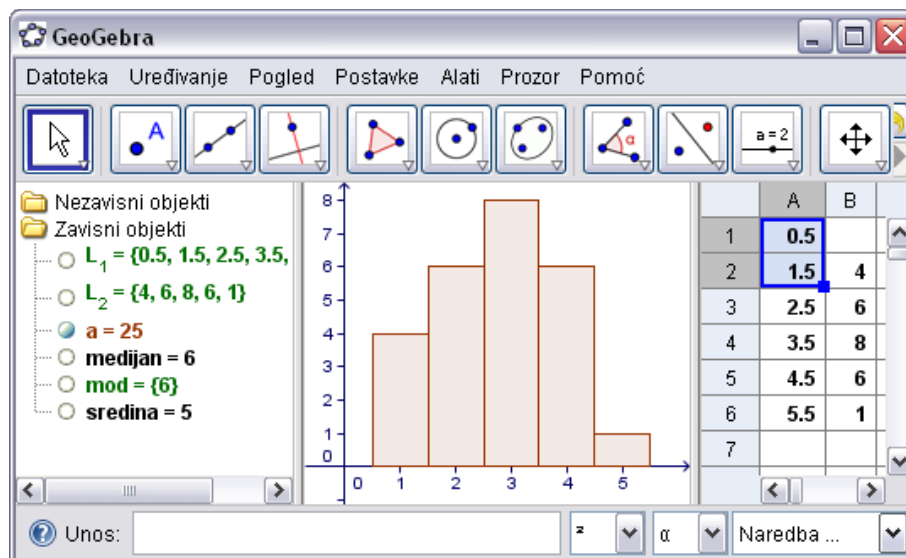
Savjet: Označite sve podatke jednog stupca i desni klik (MacOS: *Ctrl*-klik) na jednu od označenih ćelija. Odaberite *Izradi listu* iz skočnog izbornika.

Zadatak 2: Određivanje aritmetičke sredine, medijana i moda

1. Pretpostavite koja će biti vrijednost aritmetičke sredine, medijana i moda vaših podataka.

Savjet: Koristeći naredbu *Sortiraj* možete sortirati listu frekvencija učenika koji su ocijenili kviz u pojedinoj kategoriji.

2. Provjerite svoje pretpostavke koristeći naredbe *AritmetičkaSredina*, *Medijan* i *Mod*.





16. Dodatak

Unaprijed definirane funkcije i aritmetičke operacije

Brojeve, jednadžbe ili koordinate možemo unositi i pomoću sljedećih unaprijed definiranih funkcija i operacija.

Napomena: Predefinirane funkcije koristimo sa zagradama. Ne smijete ostaviti razmak između naziva funkcije i zagrada.

| Operacija | Unos |
|-------------------------------------|------------------|
| zbrajanje | + |
| oduzimanje | - |
| množenje | * ili razmaknica |
| skalarni produkt | * ili razmaknica |
| dijeljenje | / |
| potenciranje | ^ ili 2 |
| faktorijela | ! |
| gama funkcija | gamma() |
| zgrade | () |
| x-koordinata | x() |
| y-koordinata | y() |
| apsolutna vrijednost | abs() |
| predznak | sgn() |
| kvadratni korijen | sqrt() |
| kubni korijen | cbrt() |
| slučajan broj između 0 i 1 | random() |
| eksponencijalna funkcija | exp() ili e^x |
| logaritam (prirodni po e) | ln() ili log() |
| logaritam po 2 | ld() |
| logaritam po 10 | lg() |
| kosinus | cos() |
| sinus | sin() |
| tangens | tan() |
| arkus kosinus | acos() |
| arkus sinus | asin() |
| arkus tangens | atan() |
| kosinus hiperbolni | cosh() |
| sinus hiperbolni | sinh() |
| tangens hiperbolni | tanh() |
| Area kosinus hiperbolni | acosh() |
| Area sinus hiperbolni | asinh() |
| Area tangens hiperbolni | atanh() |
| najveće cijelo manje od ili jednako | floor() |
| najmanje cijelo veće od ili jednako | ceil() |
| zaokruženo | round() |



Logičke operacije

U programu GeoGebra možete koristiti sljedeće logičke operacije tako da ih unesete u traku za unos iz padajućeg izbornika koji se nalazi pored trake za unos ili upišete preko tipkovnice:

| | Izbornik | Tipkovnica | Primjer | Tipovi |
|-------------------|-------------------|------------|------------------------------------|---------------------------------------|
| jednako | $\stackrel{?}{=}$ | == | $a \stackrel{?}{=} b$ ili $a == b$ | brojevi, točke, pravci, konike a, b |
| nije jednako | \neq | != | $a \neq b$ ili $a != b$ | brojevi, točke, pravci, konike a, b |
| manje od | $<$ | $<$ | $a < b$ | brojevi a, b |
| veće od | $>$ | $>$ | $a > b$ | brojevi a, b |
| manje ili jednako | \leq | $<=$ | $a \leq b$ ili $a <= b$ | brojevi a, b |
| veće ili jednako | \geq | $>=$ | $a \geq b$ ili $a >= b$ | brojevi a, b |
| i | \wedge | && | $a \wedge b$ | logički a, b |
| ili | \vee | | $a \vee b$ | logički a, b |
| ne | \neg | ! | $\neg a$ ili $!a$ | logički a |
| usporedan | | | $a b$ | pravci a, b |
| okomit | \perp | | $a \perp b$ | pravci a, b |

Neke LaTeX naredbe

Ovdje su navedene neke važne naredbe programa LaTeX. Pogledajte bilo koju LaTeX dokumentaciju za potpuniju informaciju.

| LaTeX unos | Rezultat |
|--------------------------|----------------------------|
| $a \cdot b$ | $a \cdot b$ |
| $\frac{a}{b}$ | $\frac{a}{b}$ |
| \sqrt{x} | \sqrt{x} |
| $\sqrt[n]{x}$ | $\sqrt[n]{x}$ |
| \vec{v} | \mathbf{v} |
| \overline{AB} | \overline{AB} |
| x^2 | x^2 |
| a_1 | a_1 |
| $\sin\alpha + \cos\beta$ | $\sin \alpha + \cos \beta$ |
| $\int_a^b x dx$ | $\int_a^b x dx$ |
| $\sum_{i=1}^n i^2$ | $\sum_{i=1}^n i^2$ |



Tipkovničke kratice

| Tipka | [sama tipka] | Ctrl (MacOS: Cmd) | Ctrl-Shift (Cmd-Shift) | Alt (MacOS: Ctrl) |
|-------|--------------------------|---|--|---------------------------|
| A | | Označi sve | Pokaži/sakrij algebarski prikaz | alfa α |
| B | | | | beta β |
| C | | Kopiraj (traka za unos, tablica, polje) | Izvoz 'Grafički prikaz u međuspremnik' | |
| D | | | | delta δ |
| E | | Dijaloški okvir Svojstva | | Eulerova konstanta e |
| F | | Osvježi pogled | | fi φ |
| G | | | | gama γ |
| H | | | | |
| I | | | | |
| J | | | | |
| K | | | | |
| L | | Označi trenutnu razinu | | lambda λ |
| M | | | | mi μ |
| N | | Novi prozor | | |
| O | | Otvori | | Stupanj $^{\circ}$ |
| P | | Pretpregled ispisa | Izvoz grafičkog prikaza u sliku | pi π |
| Q | | Odaberi potomke | Odaberi pretke | |
| R | | | | |
| S | | Spremi | Pokaži/sakrij Tablični prikaz | sigma σ |
| T | | | Izvoz kao PSTricks | theta θ |
| U | | | | |
| V | | Zalijepi: traka za unos, tablica, polje | | |
| W | | Zatvori (samo MacOS) | Izvoz web-stranice s apletom (html) | |
| X | | | | |
| Y | | Ponovi | | |
| Z | | Poništi | | |
| 0 | | | | EkspONENT ⁰ |
| 1 | | | | EkspONENT ¹ |
| 2 | | | | EkspONENT ² |
| 3 | | | | EkspONENT ³ |
| 4 | | | | EkspONENT ⁴ |
| 5 | | | | EkspONENT ⁵ |
| 6 | | | | EkspONENT ⁶ |
| 7 | | | | EkspONENT ⁷ |
| 8 | | | | EkspONENT ⁸ |
| 9 | | | | EkspONENT ⁹ |
| - | Smanji odabrani broj/kut | Smanjenje | | minus-ili-plus |



| Tipka | [sama tipka] | Ctrl (MacOS: Cmd) | Ctrl-Shift (Cmd-Shift) | Alt (MacOS: Ctrl) |
|---|---|----------------------------------|--|---------------------------------|
| + | Povećaj odabrani broj/kut | Povećanje | | plus-ili-minus \pm |
| = | Povećaj odabrani broj/kut | Povećanje | | nije-jednako \neq |
| < | | | | manje-ili-jedna ko-od \leq |
| , zarez | | | | manje-ili-jedna ko-od \leq |
| > | | | | veće-ili-jednak o-od \geq |
| . točka | | | | veće-ili-jednak o-od \geq |
| * | | | | \pm plus-minus |
| F1 | Pomoć | | | |
| F2 | Redefiniranje ili uređivanje odabranog objekta | | | |
| F3 | Postavlja objekt u traku za unos | | | |
| F4 | Vrijednost objekta u traku za unos | | | |
| F5 | Naziv objekta u traku za unos | | | |
| F9 | Osvježava slučajne brojeve | | | |
| Enter | Aktivira unose iz trake za unos u grafičkom prikazu | | | |
| Lijevi klik | Drži i povlači po pozadini: pravokutnik odabira | | | |
| Desni klik (MacOS: Ctrl-klik) u grafičkom prikazu | Klik na objekt: Otvora skočni izbornik Klik u pozadini: Dijaloški okvir Svojstva grafičkog prikaza Klik na objekt i povlačenje: Omogućava trenutno povlačenje Drži i povlači po pozadini: Pravokutnik povećanja | | | |
| Kotačić miša | Povećanje /smanjenje | Povećanje/ smanjenje u apletu | | |
| Delete | Briše odabrano | | | |
| Back space | Briše odabrano | | | |
| Strelica gore \uparrow | Povećava odabrani broj/kut Pomiče odabranu točku na gore Na prethodni unos trake za unos Skače prema gore u opisu konstrukcije | Deseterostruko povećanje brzine | Deseterostruko smanjenje brzine (samo Shift) | Stostruko povećanje brzine |



| Tipka | [sama tipka] | Ctrl (MacOS: Cmd) | Ctrl-Shift (Cmd-Shift) | Alt (MacOS: Ctrl) |
|----------------------|--|---------------------------------|--|----------------------------|
| Strelica desno → | Povećava odabrani broj/kut Pomiče odabranu točku udesno Skače prema gore u opisu konstrukcije | Deseterostruko povećanje brzine | Deseterostruko smanjenje brzine (samo Shift) | Stostruko povećanje brzine |
| Lijeva strelica ← | Smanjuje odabrani broj/kut Pomiče odabranu točku ulijevo Skače prema dolje u opisu konstrukcije | Deseterostruko povećanje brzine | Deseterostruko smanjenje brzine (samo Shift) | Stostruko povećanje brzine |
| Strelica dolje ↓ | Smanjuje odabrani broj/kut Pomiče odabranu točku na dolje Skače na noviji unos u povijesti trake za unos Skače prema dolje u opisu konstrukcije | Deseterostruko povećanje brzine | Deseterostruko smanjenje brzine (samo Shift) | Stostruko povećanje brzine |
| Home /PgUp | Skače na prvi redak opisa konstrukcije | | | |
| End/PgDn | Skače na zadnji redak opisa konstrukcije | | | |

Važni linkovi

1. **GeoGebrin portal** s kojeg uvijek možete pokrenuti program bez instalacije pomoću gumba WebStart) - www.geogebra.org
2. **Pomoć** – službeni priručnik u pdf formatu www.geogebra.org/help/docuhr.pdf
3. **Ubrzani vodič** - www.geogebra.org/help/geogebraquickstart_hr.pdf
4. **Forum** za pomoć u radu s GeoGebrom; možete postavljati pitanja i na hrvatskom jeziku - www.geogebra.org
5. Međunarodno **skladište obrazovnih materijala** - www.geogebra.org/en/wiki
6. **Riznica matematičkih apleta** (hrvatski) - <http://apleti.normala.hr>
7. **Interaktivna matematika**, didaktički oblikovani obrazovni materijali na hrvatskom jeziku http://www.normala.hr/interaktivna_matematika
8. **GeoGebra za početnike**, lekcije i snimke koraka konstrukcije dr. Linde Fahlberg-Stojanovske (engleski) - <http://math247.pbworks.com/Learn-and-Use-GeoGebra>