Mach die Brüche gleichnamig.

Aufgabe 1: Mach die Brüche $2/8$ und $4/6$ gleichnamig.

Hinweise:

(1) Zwei **Brüche gleichnamig machen**: Beide Brüche bringt man durch Erweitern oder Kürzen auf gleiche Nenner.

(2) Das Produkt von zwei Nennern ist ein **gemeinsamer Nenner**.

(3) Um den **Hauptnenner** von zwei Brüchen zu bilden, sucht man nach dem **kleinsten gemeinsamen Vielfachen** der beiden Nenner, dem **kgV**.

Lösungsweg 1 - ohne Hauptnenner:

Die Zahl 48 ist **ein gemeinsamer Nenner** von 8 und 6, denn $48 = 8 \cdot 6$ (Produkt der beiden Nenner).

Mach die Brüche $\frac{2}{8}$ und $\frac{4}{6}$ gleichnamig.

Es gilt : $\frac{2}{8} = \frac{\square}{48}$

und : $\frac{4}{6} = \frac{\square}{48}$.

Bestimme die zugehörigen Zähler: Erweitere die Brüche $2/8$ und $4/6$ passend zum gemeinsamen Nenner 48.

Mach die Brüche $\frac{2}{8}$ und $\frac{4}{6}$ gleichnamig.

Es gilt : $\frac{2}{8} = \frac{12}{48}$

und : $\frac{4}{6} = \frac{32}{48}$.

Schritt 1: Erweitere den Bruch $2/8$ mit 6 (Nenner von $4/6$):

$$\frac{2}{8} = \frac{2 \cdot 6}{8 \cdot 6} = \frac{12}{\mathbf{48}}$$

Schritt 2: Erweitere den Bruch $4/6$ mit 8 (Nenner von $2/8$):

$$\frac{4}{6} = \frac{4 \cdot 8}{6 \cdot 8} = \frac{32}{\mathbf{48}}$$

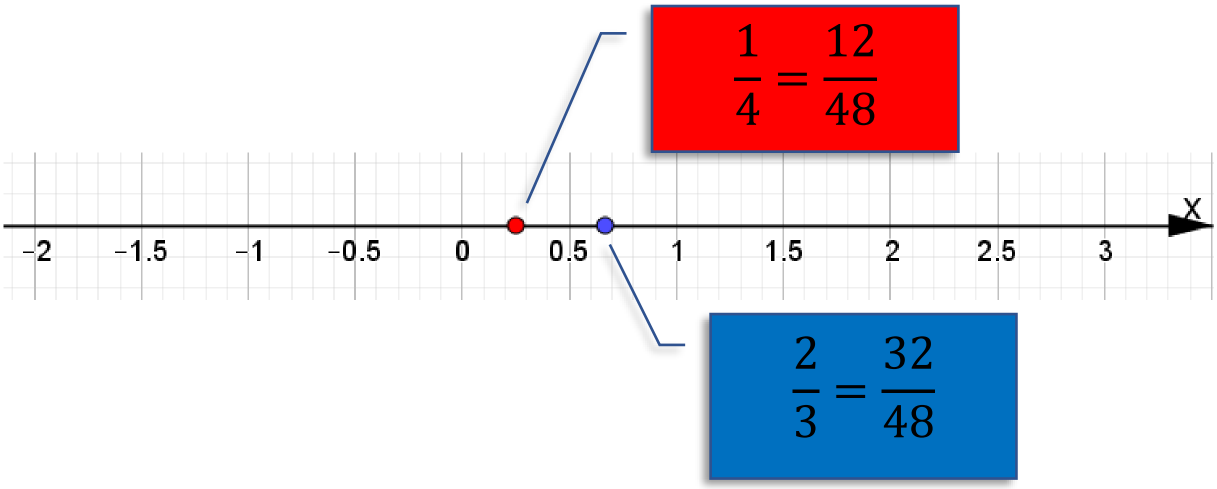
Die Zahl $\mathbf{48}$ ist ein **gemeinsamer Nenner** der Brüche $2/8$ und $4/6$.

Ergebnisse:

Die Brüche $2/8$ und $12/48$ beschreiben ein und dieselbe rationale Zahl $1/4$ und liegen auf der Zahlengeraden an gleicher Stelle.

Die Brüche $4/6$ und $32/48$ beschreiben ein und dieselbe rationale Zahl $2/3$ und liegen auf der Zahlengeraden an gleicher Stelle.

Darstellung an der Zahlengeraden:



Lösungsweg 2 - <u>mit</u> Hauptnenner:

Schritt 1: Wir betrachten die Brüche $2/8$ und $4/6$ und stellen fest: Beide Brüche sind nicht vollständig gekürzt.

Kürze $2/8$ und $4/6$ **vollständig**:

Mach die Brüche $\frac{2}{8}$ und $\frac{4}{6}$ gleichnamig.

$$\left[\frac{2}{8} = \frac{1}{4}\right]$$

$$\left[\frac{4}{6} = \frac{2}{3}\right]$$

Schritt 2: Bestimme den **Hauptnenner**, das **kgV** (**k**leinstes **g**emeinsames **V**ielfaches) der Zahlen 4 und 3:

Mach die Brüche $\frac{2}{8}$ und $\frac{4}{6}$ gleichnamig.

$$\left[\frac{2}{8} = \frac{1}{4}\right]$$

$$\left[\frac{4}{6} = \frac{2}{3}\right]$$

$\text{Hauptnenner}: \text{kgV}(4, 3) = 12$

Schritt 3: Bringe den Bruch $1/4$ durch Erweitern mit der Zahl 3 auf den **gemeinsamen Nenner** 12.

Mach die Brüche $\frac{2}{8}$ und $\frac{4}{6}$ gleichnamig.

Es gilt : $\frac{2}{8} = \frac{3}{12}$

$$\left[\frac{2}{8} = \frac{1}{4}\right]$$

$$\left[\frac{4}{6} = \frac{2}{3}\right]$$

Hauptnenner : $\mathrm{kgV}(4, 3) = 12$

Schritt 4: Bringe den Bruch $2/3$ durch Erweitern mit der Zahl 4 auf den **gemeinsamen Nenner** 12.

Mach die Brüche $\frac{2}{8}$ und $\frac{4}{6}$ gleichnamig.

Es gilt : $\frac{2}{8} = \frac{3}{12}$

$$\left[\frac{2}{8} = \frac{1}{4}\right]$$

und : $\frac{4}{6} = \frac{8}{12}$.

$$\left[\frac{4}{6} = \frac{2}{3}\right]$$

Hauptnenner : $\mathrm{kgV}(4, 3) = 12$

Ergebnisse:

Die Brüche $2/8$ und $3/12$ beschreiben ein und dieselbe rationale Zahl $1/4$ und liegen auf der Zahlengeraden an gleicher Stelle.

$$\mathbf{\frac{1}{4}} = \left\{\frac{1}{4}, \frac{2}{8}, \mathbf{\frac{3}{12}}, \frac{4}{16}, \frac{5}{20}, \mathbf{\frac{6}{24}}, \frac{7}{28}, \frac{8}{32}, \mathbf{\frac{9}{36}}, \frac{10}{40}, \frac{11}{44}, \mathbf{\frac{12}{48}}, \dots\right\}$$

Menge aus unendlich vielen Schreibweisen.

Alle Brüche in der **Mengenschreibweise** gehen durch Erweitern oder Kürzen auseinander hervor und beschreiben die rationale Zahl 1/4.

Die Brüche $4/6$ und $8/12$ beschreiben ein und dieselbe rationale Zahl $2/3$ und liegen auf der Zahlengeraden an gleicher Stelle.

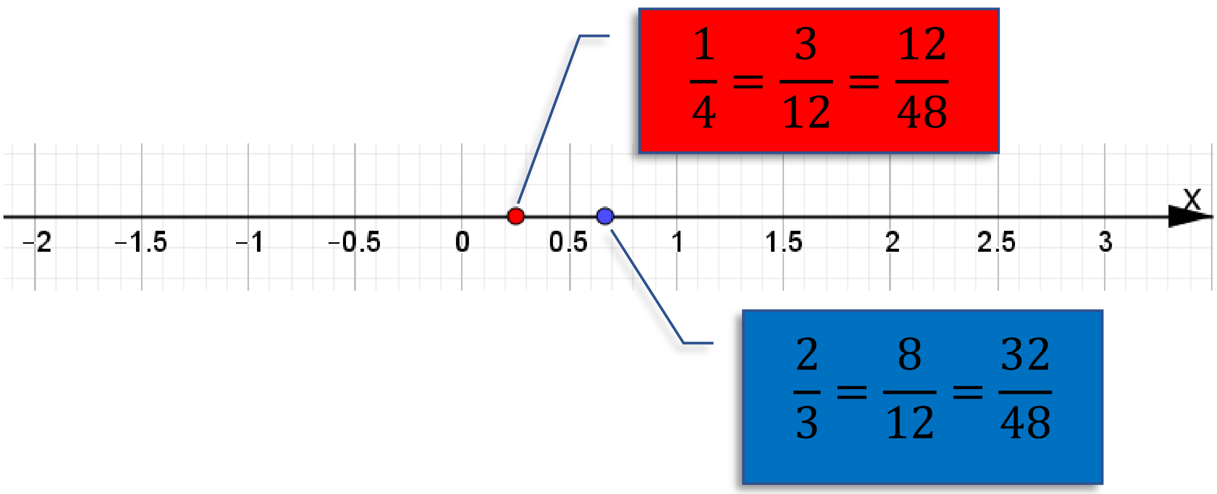
$$\mathbf{\frac{2}{3}} = \left\{\frac{2}{3}, \frac{4}{6}, \frac{6}{9}, \mathbf{\frac{8}{12}}, \frac{10}{15}, \frac{12}{18}, \frac{14}{21}, \mathbf{\frac{16}{24}}, \frac{18}{27}, \frac{20}{30}, \frac{22}{33}, \mathbf{\frac{24}{36}}, \frac{26}{39}, \frac{28}{42}, \frac{30}{45}, \mathbf{\frac{32}{48}}, \dots\right\}$$

Menge aus unendlich vielen Schreibweisen.

Alle Brüche in der **Mengenschreibweise** gehen durch Erweitern oder Kürzen auseinander hervor und beschreiben die rationale Zahl 2/3.

Alle blau markierten Brüche sind gleichnamig.

Darstellung an der Zahlengeraden:



Aufgabe 2: Vergleiche die Brüche $2/8$ und $4/6$ miteinander. Mach sie gleichnamig.

Lösung:

$$\frac{2}{8} < \frac{4}{6}$$

Wahre Aussage

Begründung: Zum einen gilt

$$\frac{1}{4} = \frac{2}{8} = \frac{3}{\mathbf{12}}$$

und zum anderen

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{8}{\mathbf{12}}$$

Außerdem gilt

$$\frac{\mathbf{3}}{12} < \frac{\mathbf{8}}{12}$$

, denn

$$3 < 8.$$

Hinweis: In der Mathematik muss die Wahrheit einer Aussage **stets** begründet werden.

Aufgabe 3: Vergleiche die Brüche $20/9$ und $5/6$ miteinander.

a) Vergleiche die Zähler gleichnamiger Brüche
b) Vergleiche die Brüche. Verzichte dabei auf das Gleichnamig-Machen.

Lösung zu a):

Mach die Brüche $20/9$ und $5/6$ gleichnamig.

Erweitere $20/9$ mit der Zahl 6:

$$\frac{20}{9} = \frac{20 \cdot 6}{9 \cdot 6} = \frac{120}{\mathbf{54}}$$

Erweitere $5/6$ mit der Zahl 9:

$$\frac{5}{6} = \frac{5 \cdot 9}{6 \cdot 9} = \frac{45}{\mathbf{54}}$$

Vergleich:

Wegen

$$45 < 120$$

gilt

$$\frac{5}{6} < \frac{20}{9}$$

Lösung zu b):

Der Zähler von

$$\frac{20}{9}$$

ist größer als der Nenner.

(1) Also ist $\frac{20}{9} = 20 \div 9$ **größer als 1**.

Der Zähler von

$$\frac{5}{6}$$

ist kleiner als der Nenner.

(2) Also ist $\frac{5}{6} = 5 \div 6$ **kleiner als 1**.

Schluss: Aus (1) und (2) folgt:

$$\frac{5}{6} < \frac{20}{9}$$

Hinweis: Eine mathematische Begründung kann durch **Schlussfolgern** geführt werden.

Aufgabe 4: Vergleiche die Brüche $-\frac{20}{8}$ und $\frac{40}{6}$ miteinander.

Lösung:

Der Bruch

$$-\frac{20}{8}$$

stellt eine **negative** rationale Zahl dar und liegt auf der Zahlenegeraden **links von Null**.

Der Bruch

$$\frac{40}{6}$$

stellt eine **positive** rationale Zahl dar und liegt auf der Zahlenegeraden **rechts von Null**.

Also

$$-\frac{20}{8} < \frac{40}{6}$$