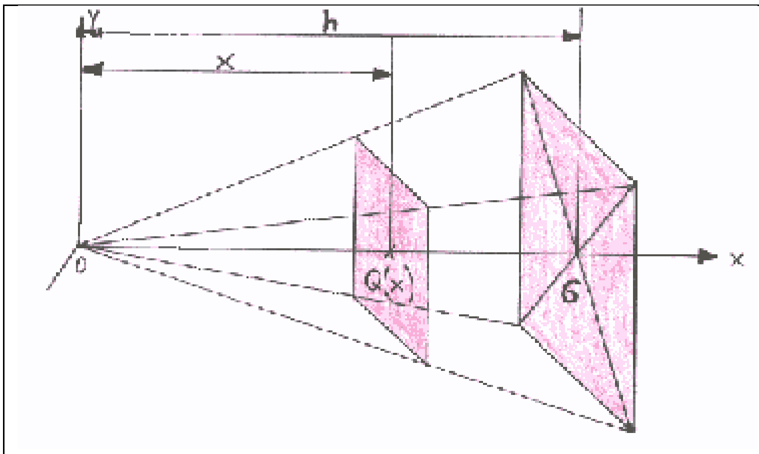
Herleitung der Volumsformel - Integral



Die Grundfläche verhält sich zu Q(x) genauso wie h² zu x².

Querschnittsflächenformel:

$$G : Q\,(x) = h^2 : x^2$$

$$G \cdot \mathrm{x}^2 \;=\; Q\,(x) \cdot h^2$$

$$Q\,(x) \;= \frac{G}{h^2} \cdot x^2$$

Die Querschnittsflächenformel Q(x) ist eine Polynomfunktion und daher stetig in [0; h].

Grenzwertbildung durch Unterteilung der Höhe h in „unendlich" dünne Quader ($\Delta z \rightarrow dz$) und Ersetzen der Summe durch das Integral:

$$\int_0^h Q(x)\,dx$$

(einsetzen)

$$V = \int_0^h \frac{G}{h^2} \cdot x^2 dx = \frac{G}{h^2} \cdot \int_0^h x^2 dx$$

(Hinweis, dass dx nun die „unendlich kleine" Dicke der einzelnen Quader darstellt.)

$$V = \frac{G}{h^2} \cdot \left[\frac{x^3}{3}\right]_0^h = \frac{G}{h^2} \cdot \left(\frac{h^3}{3} - \frac{0}{3}\right) = \frac{G \cdot h}{3}$$

Kürzen und Anschreiben der Pyramidenformel.