

### Instrucciones:

a) Duración: 1 hora

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía, la mala presentación y no explicar adecuadamente las operaciones pueden restar hasta un máximo de 1 punto de la nota final.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

### Opción A

**Ejercicio 1.- [2,5 puntos]** Sea la función  $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-1} & \text{si } x < 0 \\ x^2 - 3x - 1 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$ . Estudia su continuidad y su

derivabilidad en el punto frontera. Determina sus asíntotas y sus extremos relativos. Realiza un boceto de la función.

(solución: <https://www.iesayala.com/selectividadmatematicas> Selectividad junio 2009)

**Ejercicio 2.- [2,5 puntos]** Sea la función  $f(x) = x|x-1|$ . Haz un boceto del área encerrada por la función y la recta  $y=x$ . Calcula, mediante integrales, el valor de dicha área.

(solución: <https://www.iesayala.com/selectividadmatematicas> Selectividad junio 2009)

**Ejercicio 3.-** Dada la matriz  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$  determina:

a) [1,25 puntos] Según los valores de  $k$ , el rango de la matriz  $A \cdot A^t - k \cdot I$ , donde  $I$  es la matriz unidad de orden 2.

b) [1,25 puntos] La matriz  $X = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$  que verifique la ecuación matricial  $A \cdot A^t \cdot X = 6 \cdot X$

(solución: apartado 8.3 – pdf de problemas – número 6)

**Ejercicio 4.-** Sean  $F_1$ ,  $F_2$  y  $F_3$  las filas primera, segunda y tercera de una matriz  $B$  de orden 3, cuyo determinante vale  $-2$ . Resuelve, indicando las propiedades de determinantes que aplicas.

a) [1 punto] Calcula el determinante de la inversa de  $B$  y el determinante de  $(B^t)^4$ .

b) [1,5 puntos] Calcula el determinante de una matriz cuadrada cuyas filas primera, segunda y tercera son, respectivamente,  $5F_1 - F_3$ ,  $3F_3$  y  $F_2$ .

(solución: <https://www.iesayala.com/selectividadmatematicas> Selectividad junio 2009)

**Opción B**

**Ejercicio 1.- [2,5 puntos]** Se desea construir un depósito cilíndrico cerrado de área total igual a  $54 \text{ m}^2$ . Determina el radio de la base y la altura del cilindro para que éste tenga volumen máximo.

(solución: <https://www.iesayala.com/selectividadmatematicas> Selectividad junio 2011)

**Ejercicio 2.- [2,5 puntos]** Resuelve  $\int \frac{e^x}{(e^{2x}-1)(e^x+1)} dx$ . Sugerencia: cambio  $e^x=t$

(solución: apartado 5.14 – pdf de problemas – número 4)

**Ejercicio 3.- a) [1,5 puntos]** Sean  $A = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ . Estudia, según los valores de  $k$ , el rango de la matriz resultante de operar  $AB^t + kI$ , donde  $B^t$  es la matriz traspuesta de  $B$  e  $I$  es la matriz identidad de orden 3.

(solución: apartado 8.3 – pdf de problemas – número 1)

**b) [1 punto]** Una empresa envasadora ha comprado un total de 1500 cajas de pescado en tres mercados diferentes, a un precio por caja de 30, 20 y 40 euros respectivamente. El coste total de la operación ha sido de 40500 euros. Calcula cuánto ha pagado la empresa en cada mercado, sabiendo que en el primero de ellos se ha comprado el 30% de las cajas.

(solución: <https://www.iesayala.com/selectividadmatematicas> Selectividad junio 2009)

**Ejercicio 4.-** Sea la matriz  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & a \\ -2 & a+1 & 2 \\ -3 & a-1 & a \end{pmatrix}$ .

**a) [1 punto]** Obtener el rango de  $A$  en función del parámetro  $a$ .

**b) [0,5 puntos]** Si  $a=1$ , obtener el determinante de la matriz  $2 \cdot A^{-1}$ .

**c) [1 punto]** Si  $a=-1$ , calcular todas las soluciones del sistema  $A \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$

(solución: apartado 8.3 – pdf de problemas – número 3)