

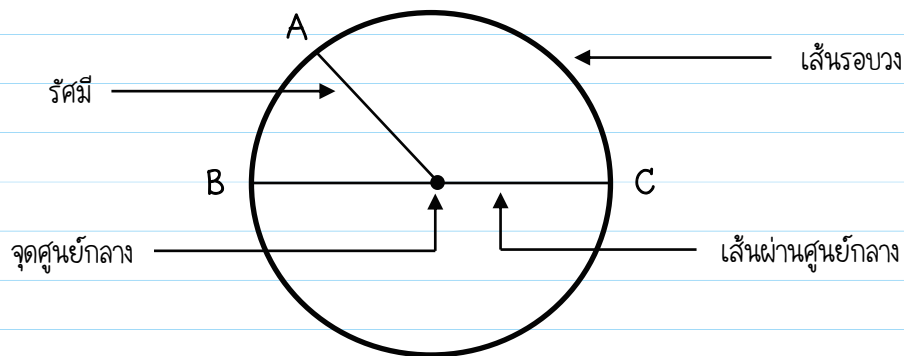


วงกลม



ส่วนประกอบต่าง ๆ เกี่ยวกับวงกลม

วงกลม เป็นรูปเรขาคณิตบนระนาบซึ่งแต่ละจุดบนรูปเรขาคณิตนี้ อยู่ห่างจากจุดคงที่จุดหนึ่งบนระนาบเดียวกันเป็นระยะเท่ากัน เรียกจุดคงที่นี้ว่า "จุดศูนย์กลาง" ของวงกลม เรียกระยะที่เท่ากันนี้ว่า "รัศมี" ของวงกลม



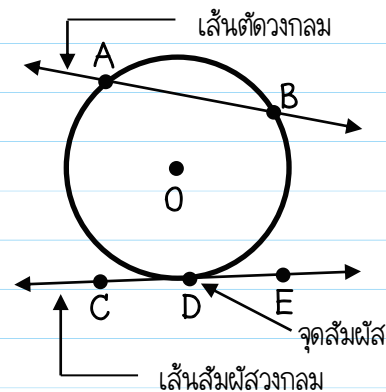
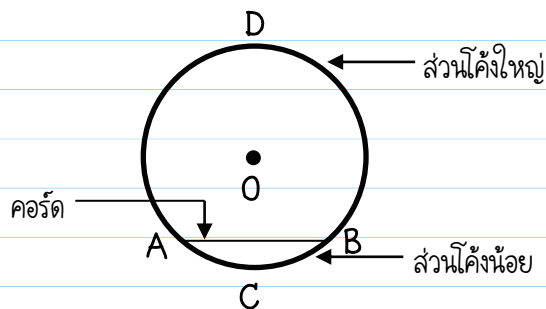
ส่วนประกอบต่าง ๆ เกี่ยวกับวงกลม

นอกจากนี้ยังมีส่วนอื่น ๆ ที่เกี่ยวข้องกับวงกลมที่สำคัญ ได้แก่

คอร์ด คือ ส่วนของเส้นตรงที่มีจุดปลายทั้งสองอยู่บนวงกลมเดียวกัน คอร์ดแต่ละเส้นจะแบ่งวงกลมออกเป็นสองส่วนโค้งสองส่วนโค้ง

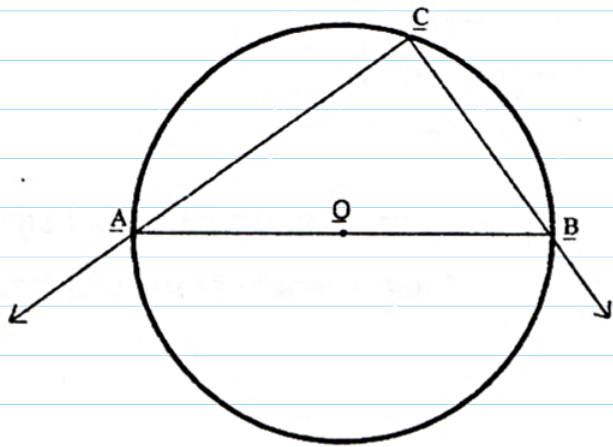
เส้นตัดวงกลม คือ เส้นตรงที่ตัดวงกลมสองจุด

เส้นสัมผัสวงกลม คือ เส้นตรงที่ตัดวงกลมเพียงจุดเดียวเท่านั้นและเรียกจุดตัดนี้ว่า จุดสัมผัส



มุมในส่วนต่าง ๆ ของวงกลม

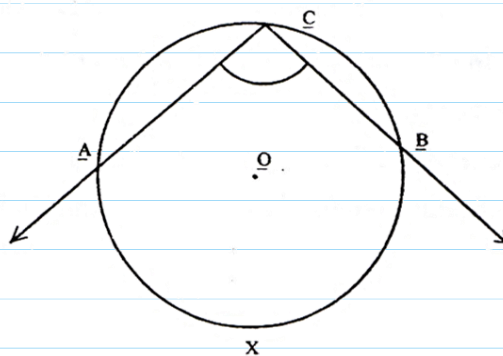
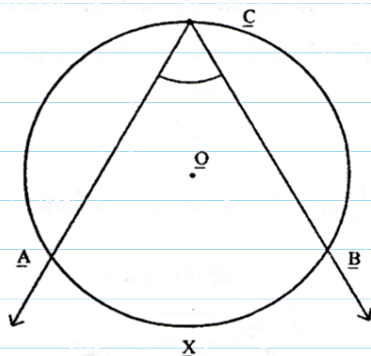
1. **มุมในครึ่งวงกลม** คือ มุมที่จุดยอดมุมอยู่บนวงกลม และแขนทั้งสองของมุมผ่านจุดปลายทั้งสองของเส้นผ่านศูนย์กลาง



จากรูป $\angle ACB$ เป็นมุมในครึ่งวงกลมที่มี O เป็นจุดศูนย์กลาง
และมี AB เป็นเส้นผ่านศูนย์กลาง

มุมในส่วนต่าง ๆ ของวงกลม

2. มุมในส่วนโค้งของวงกลม คือ มุมที่มีจุดยอดมุมอยู่บนวงกลม และแขนทั้งสองของมุมตัดวงกลม ดังรูป

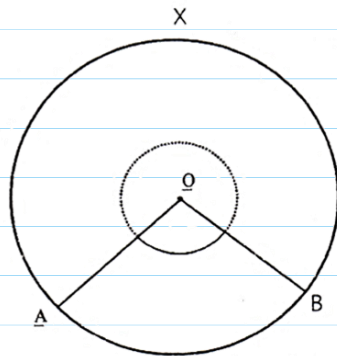


$\angle ACB$ เป็นมุมในส่วนโค้งของวงกลมมี O เป็นจุดศูนย์กลาง และรองรับด้วย $\widehat{AXB}$

และถือว่า มุมในครึ่งวงกลมเป็นมุมในส่วนโค้งของวงกลมด้วย

มุมในส่วนต่าง ๆ ของวงกลม

3. มุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลม คือ มุมที่มีจุดศูนย์กลางเป็นจุดยอดมุมและมีรัศมีเป็นแขนของมุม

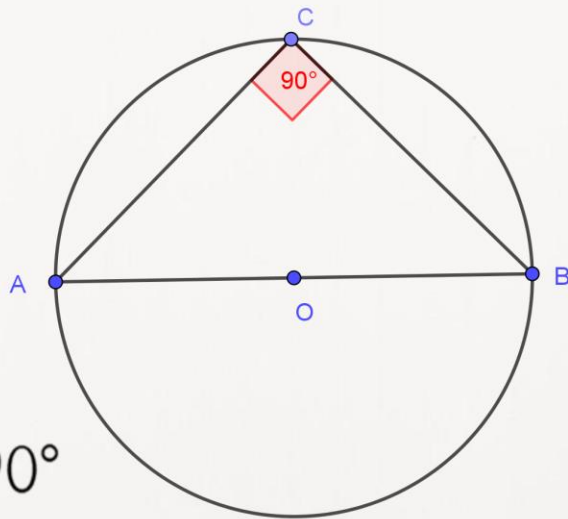


มุม AOB และมุมกลับ AOB เป็นมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลม โดยมี $\widehat{AB}$ รองรับมุม AOB และมี $\widehat{AXB}$ รองรับมุมกลับ AOB



ทฤษฎีบท 1

มุมในครึ่งวงกลมมีขนาดเท่ากับ 90 องศา หรือหนึ่งมุมฉาก



$$\hat{ACB} = 90^\circ$$

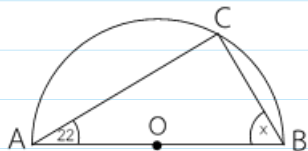


กลับหน้าแรก

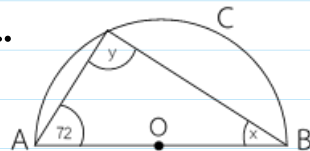


แบบฝึกหัดที่ 5.1

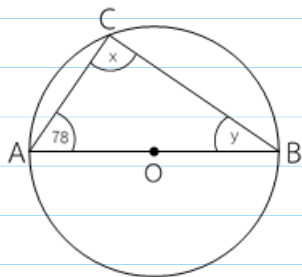
1.



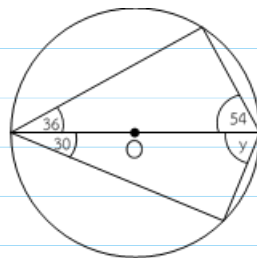
2.



3.

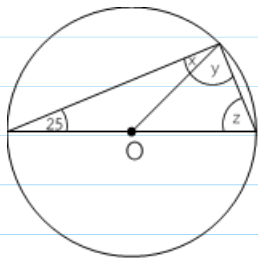


4.

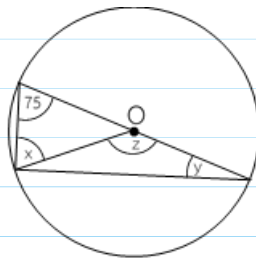


แบบฝึกหัดที่ 5.1 (ต่อ)

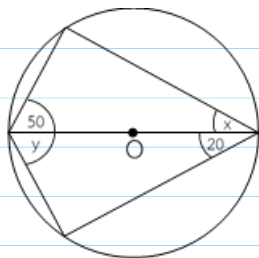
5.



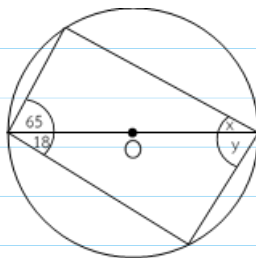
6.



7.

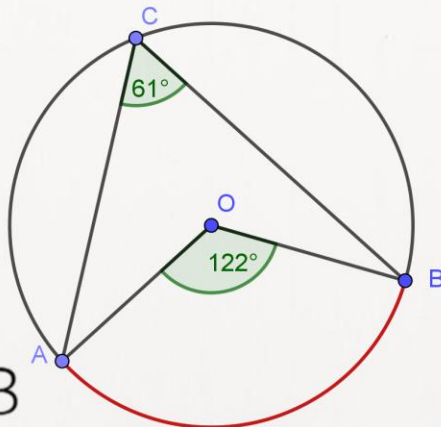


8.



ทฤษฎีบท 2

ในวงกลมเดียวกัน มุมที่จุดศูนย์กลางจะมีขนาดเป็นสองเท่า
ของขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้ง
เดียวกัน



$$\hat{AOB} = 2\hat{ACB}$$

☐ แสดงมุมกลับ

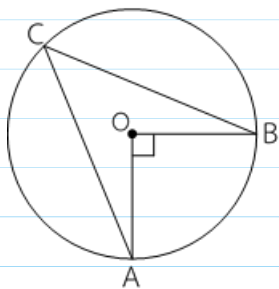


กลับหน้าแรก

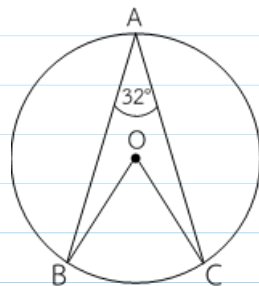


แบบฝึกหัดที่ 5.2

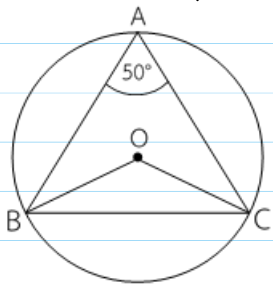
1. ขนาดของมุม $\hat{ACB}$ เท่ากับเท่าใด



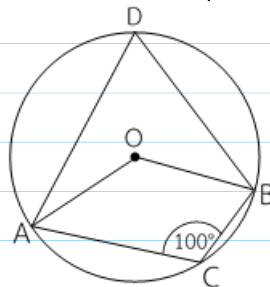
2. ขนาดของมุม $\hat{BOC}$ เท่ากับกี่องศา



3. ขนาดของมุม $\hat{OCB}$ เท่ากับเท่าใด

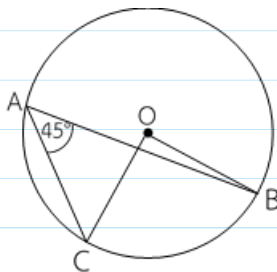


4. ขนาดของมุม $\hat{AOB}$ เท่ากับเท่าใด

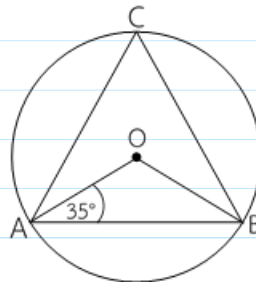


แบบฝึกหัดที่ 5.2 (ต่อ)

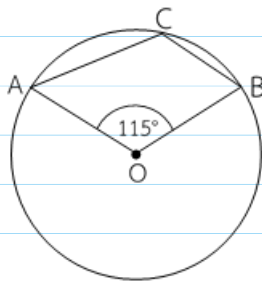
5. ขนาดของมุม $\hat{COB}$ เท่ากับเท่าใด



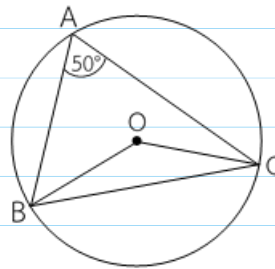
6. $\hat{ACB}$ เท่ากับกี่องศา



7. ขนาดของ $\hat{BOA}$ และ $\hat{BCA}$ เท่ากับเท่าใด

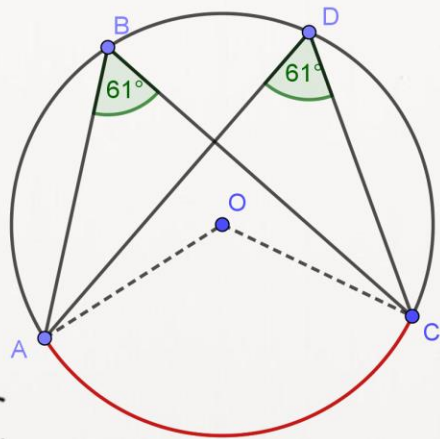


8. ขนาดของ $\hat{BOC}$ และ $\hat{OBC}$



ทฤษฎีบท 3

ในวงกลมวงเดียวกัน มุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วย
ส่วนโค้งเดียวกัน จะมีขนาดเท่ากัน



$$\hat{A}BC = \hat{A}DC$$

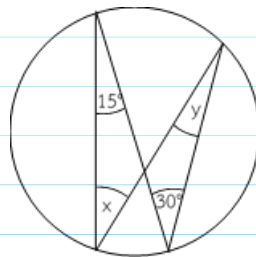
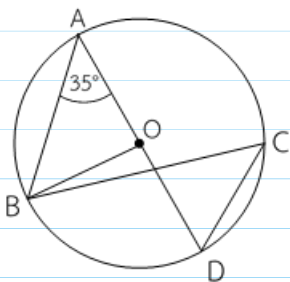


กลับหน้าแรก

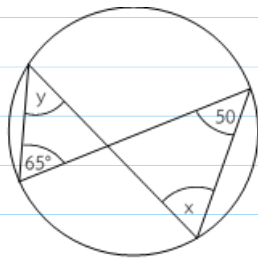


แบบฝึกหัดที่ 5.3

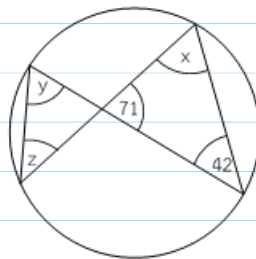
1. ขนาดของมุม $\hat{BOD}$ และ $\hat{BCD}$ เท่ากับเท่าใด
2. ขนาดของมุม x และ y เท่ากับเท่าใด



3. ขนาดของมุม x และ y เท่ากับเท่าใด

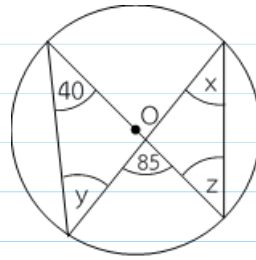
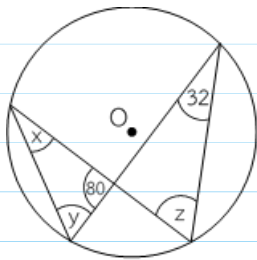


4. ขนาดของมุม x y และ z เท่ากับเท่าใด

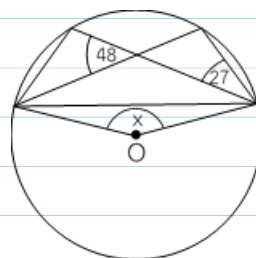
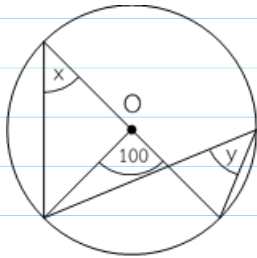


แบบฝึกหัดที่ 5.3 (ต่อ)

5. ขนาดของมุม x y และ z เท่ากับเท่าใด 6. ขนาดของมุม x y และ z เท่ากับเท่าใด



7. ขนาดของ $\angle BOA$ และ $\angle BCA$ เท่ากับเท่าใด 8. ขนาดของ $\angle BOC$ และ $\angle OBC$

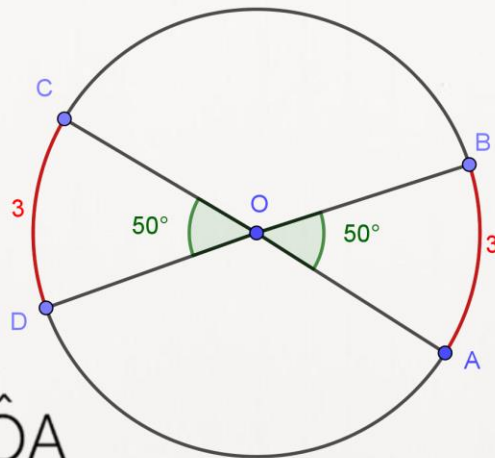


ทฤษฎีบท 4



กลับหน้าแรก

ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมเดียวกัน
ถ้าส่วนโค้งยาวเท่ากัน แล้วมุมที่จุดศูนย์กลางที่รองรับด้วย
ส่วนโค้งนั้นจะมีขนาดเท่ากัน

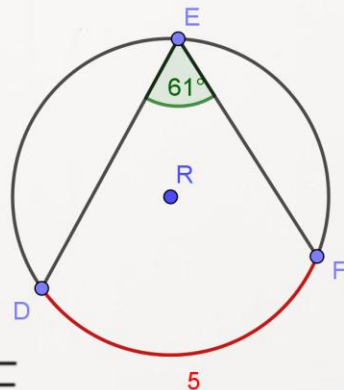
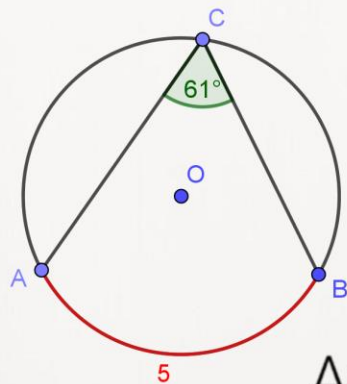


$$\hat{C}OD = \hat{B}OA$$



ทฤษฎีบท 5

ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมเดียวกัน
ถ้าส่วนโค้งยาวเท่ากัน แล้วมุมในส่วนโค้งของวงกลม
ที่รองรับด้วยส่วนโค้งนั้นจะมีขนาดเท่ากัน



$$\hat{ACB} = \hat{DEF}$$



กลับหน้าแรก



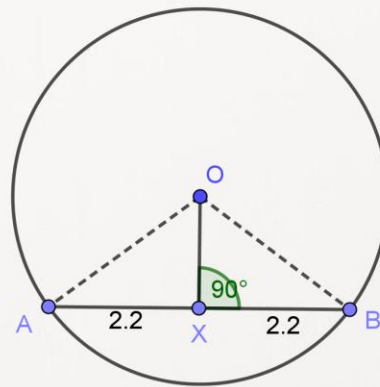
ทฤษฎีบท 6



กลับมาหน้าแรก

ส่วนของเส้นตรงที่ผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลมและตัดคอร์ด
ที่ไม่ใช่เส้นผ่านศูนย์กลาง จะมีสมบัติ ดังนี้

1. ถ้าส่วนของเส้นตรงตั้งฉากกับคอร์ด
แล้วส่วนของเส้นตรงนั้นจะแบ่งครึ่งคอร์ด
2. ถ้าส่วนของเส้นตรงแบ่งครึ่งคอร์ด
แล้วส่วนของเส้นตรงนั้นจะตั้งฉากกับคอร์ด

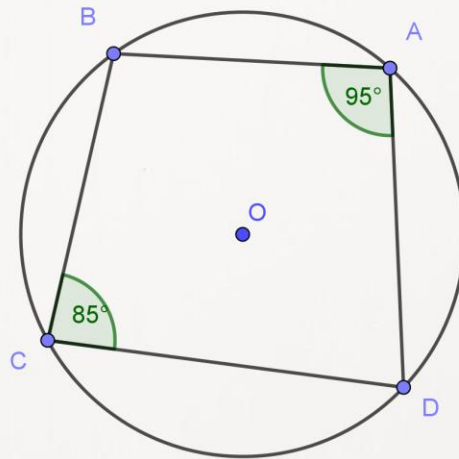


ทฤษฎีบท 7



กลับหน้าแรก

มุมตรงข้ามของรูปสี่เหลี่ยมใด ๆ ที่แนบในวงกลม
บวกกันได้เท่ากับ 180 องศา หรือสองมุมฉาก



$$\hat{B}A\hat{D} + \hat{B}C\hat{D} = 180^\circ$$

และ

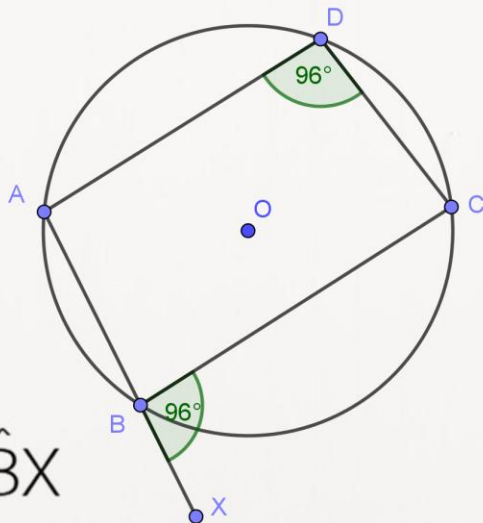
$$\hat{A}B\hat{C} + \hat{A}D\hat{C} = 180^\circ$$

$$95^\circ + 85^\circ = 180^\circ$$



ทฤษฎีบท 8

มุมภายนอกของรูปสี่เหลี่ยมใด ๆ ที่แนบในวงกลม
มีขนาดเท่ากับมุมภายในที่อยู่ตรงข้าม



$$\hat{ADC} = \hat{CBX}$$

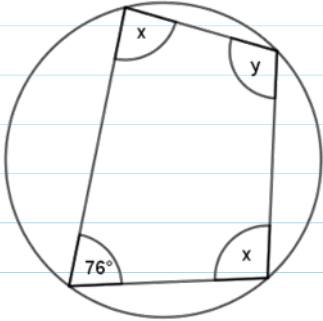


กลับหน้าแรก

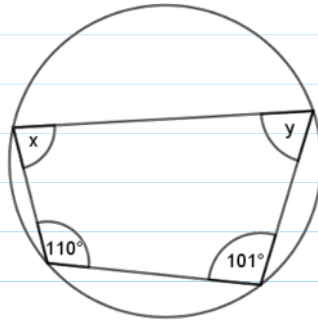


แบบฝึกหัดที่ 5.4

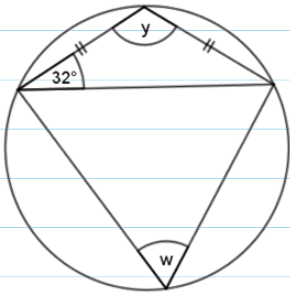
1. ขนาดของมุม x และ y เท่ากับเท่าใด



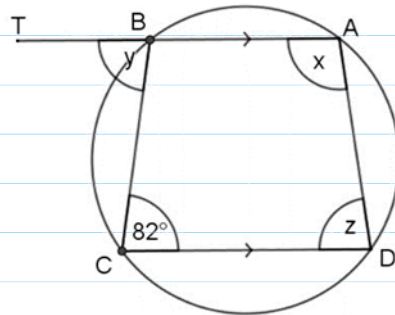
2. ขนาดของมุม x และ y เท่ากับเท่าใด



3. ขนาดของมุม w และ y เท่ากับเท่าใด

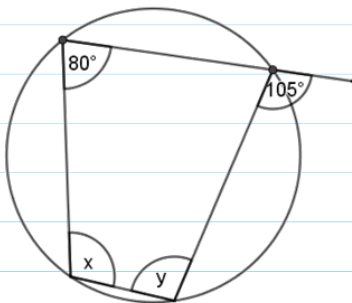


4. ขนาดของมุม x y และ z เท่ากับเท่าใด

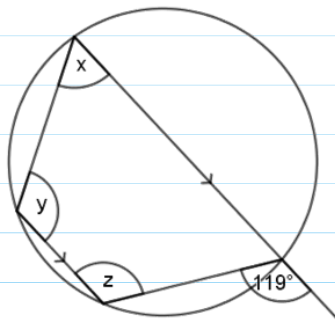


แบบฝึกหัดที่ 5.4 (ต่อ)

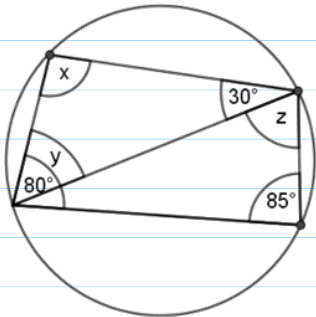
5. ขนาดของมุม x และ y เท่ากับเท่าใด



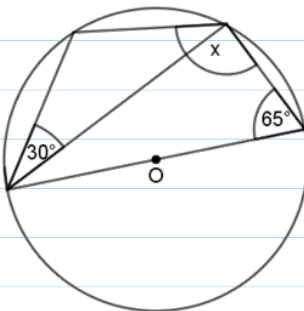
6. ขนาดของมุม x y และ z เท่ากับเท่าใด



7. ขนาดของมุม x y และ z เท่ากับเท่าใด



8. ขนาดของมุม x เท่ากับเท่าใด

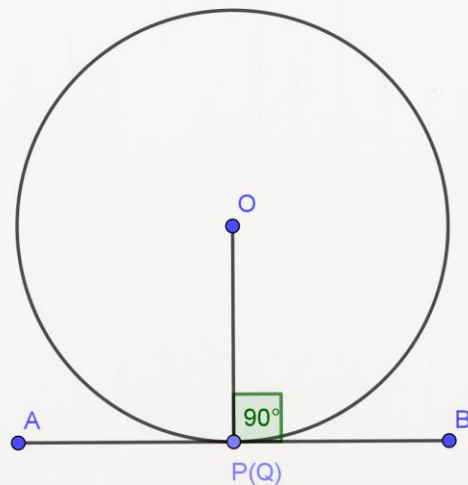


ทฤษฎีบท 9



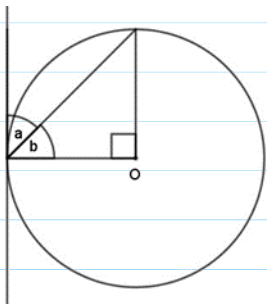
กลับมาแรก

เส้นสัมผัสวงกลมจะตั้งฉากกับรัศมีของวงกลมที่จุดสัมผัส

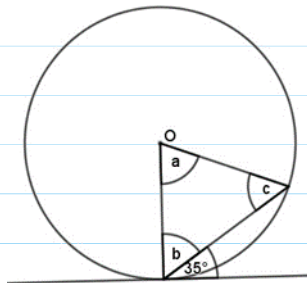


แบบฝึกหัดที่ 5.5

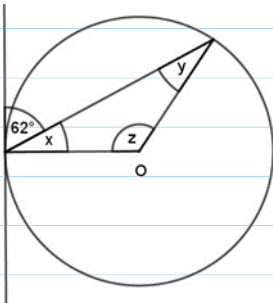
1. ขนาดของมุม a และมุม b เท่ากับเท่าใด



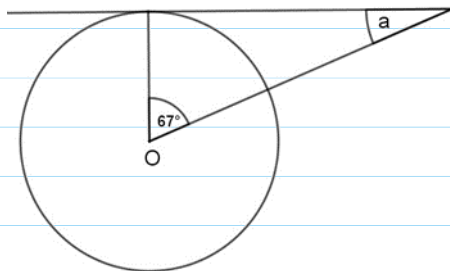
2. ขนาดของมุม a , b และ c เท่ากับเท่าใด



3. ขนาดของมุม x , y และ z เท่ากับเท่าใด

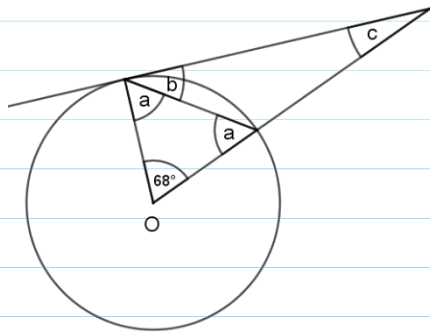


4. ขนาดของมุม a เท่ากับเท่าใด

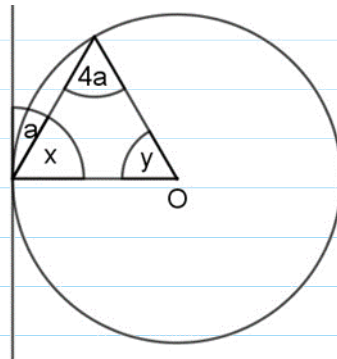


แบบฝึกหัดที่ 5.5 (ต่อ)

5. ขนาดของมุม a , b และ c เท่ากับเท่าใด



6. ขนาดของมุม a , x และ y เท่ากับเท่าใด

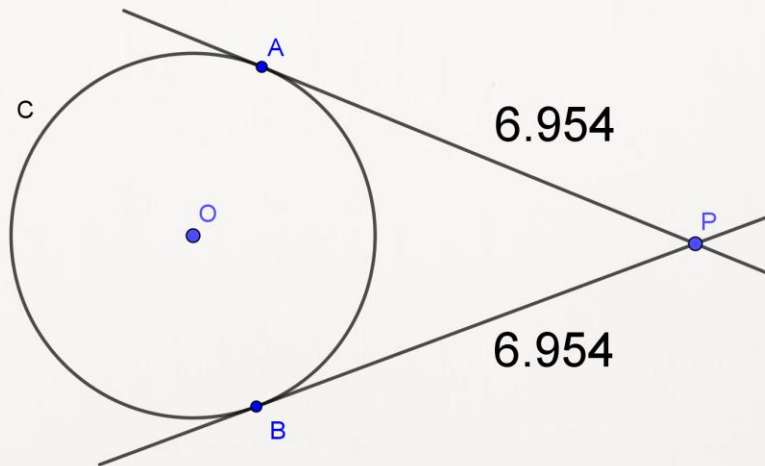


ทฤษฎีบท 10



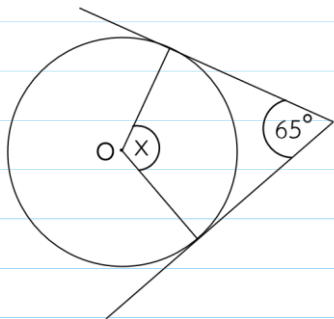
กลับมาหน้าแรก

ส่วนของเส้นตรงที่ลากจากจุด ๆ หนึ่งภายนอกวงกลม
มาสัมผัสวงกลมวงเดียวกัน จะยาวเท่ากันและมีได้สองเส้น

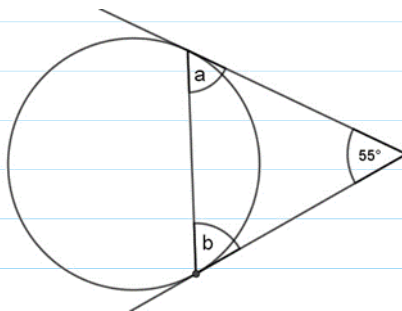


แบบฝึกหัดที่ 5.5

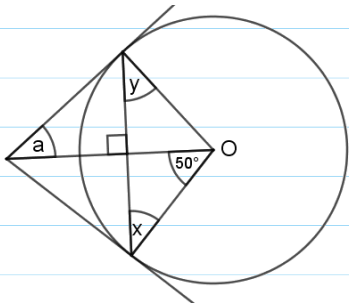
1. ขนาดของมุม x เท่ากับเท่าใด



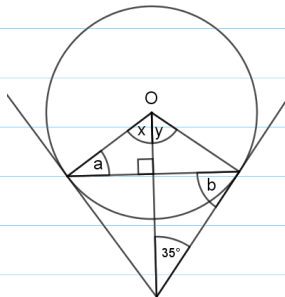
2. ขนาดของมุม a และมุม b เท่ากับเท่าใด



3. ขนาดของมุม a , x และ y เท่ากับเท่าใด

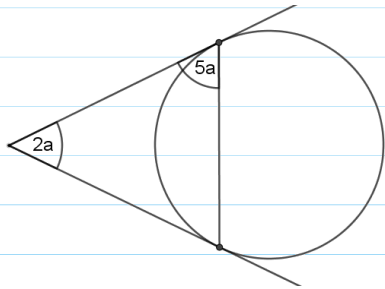


4. ขนาดของมุม a , b , x และ y เท่ากับเท่าใด

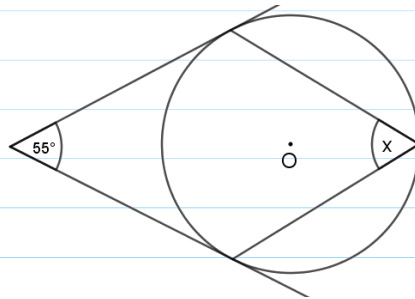


แบบฝึกหัดที่ 5.5 (ต่อ)

5. a เท่ากับเท่าใด



6. ขนาดของมุม x เท่ากับเท่าใด



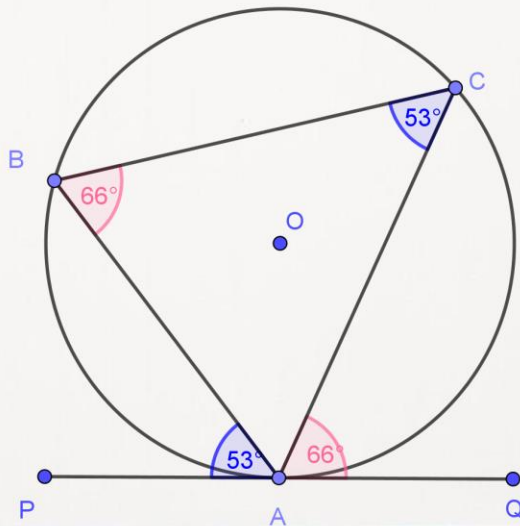
ทฤษฎีบท 11

มุมที่เกิดจากคอร์ดและเส้นสัมผัสของวงกลมที่จุดสัมผัส
จะมีขนาดเท่ากับขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่อยู่
ตรงข้ามกับคอร์ดนั้น

$$\hat{BAP} = \hat{BCA}$$

และ

$$\hat{CAQ} = \hat{ABC}$$

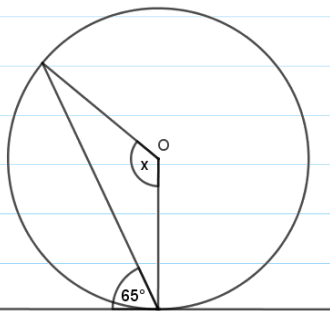


กลับหน้าแรก

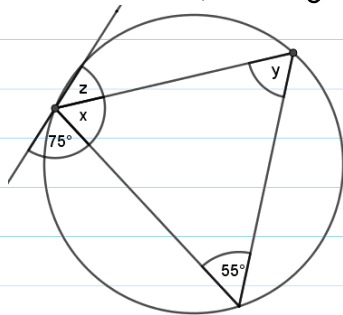


แบบฝึกหัดที่ 5.6

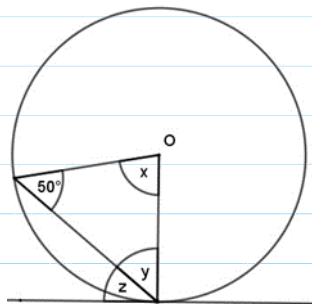
1. ขนาดของมุม x เท่ากับเท่าใด



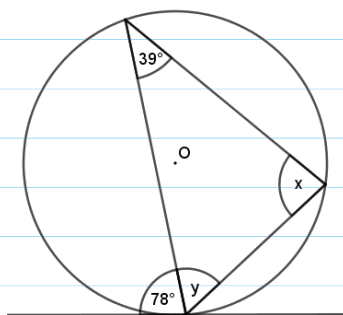
3. ขนาดของมุม x , y และ z เท่ากับเท่าใด



2. ขนาดของมุม x , y และ z เท่ากับเท่าใด

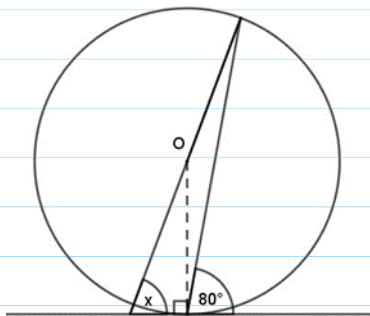


4. ขนาดของมุม x และมุม y เท่ากับเท่าใด



แบบฝึกหัดที่ 5.6 (ต่อ)

5. ขนาดของมุม x เท่ากับเท่าใด



6. ขนาดของมุม x , y และ z เท่ากับเท่าใด

