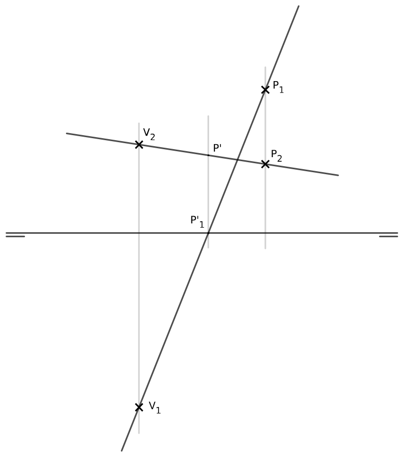
Perspectiva cónica dun punto. Determinación de coordenadas



Dados:

- P_1 (proxección horizontal dun punto P)
- P_2 (proxección vertical do punto P [ou cota])
- V_1 (proxección horizontal do punto de vista)
- V_2 (proxección vertical do punto de vista (ou cota)
- O plano de cadro π (plano vertical de proxección)
- O eixe (liña de terra da representación diédrica e da representación cónica)

A perspectiva cónica do punto P queda definida pola seguinte expresión:

$$(x(P'),y(P'))=(\frac{-y(P_1)\cdot(x(V_1)-x(P_1))}{y(V_1)-y(P_1)}+x(P_1),\frac{-y(P_1)\cdot(y(V_2)-y(P_2))}{y(V_1)-y(P_1)}+y(P_2))$$

DEMOSTRACIÓN

Partimos da ecuación continua da recta $\frac{x-x_1}{x_2-x_1}=\frac{y-y_1}{y_2-y_1}=\frac{z-z_1}{z_2-z_1}$

A proxección cónica dun punto é a intersección da recta definida polo propio punto e o punto de vista V co plano de cadro π. Como o plano de cadro contén aos puntos de afastamento nulo, a coordenada y da proxección do punto será 0.
A coordenada x da proxección obtémola a partir de da ecuación da recta, onde y=0;

polo tanto: $\frac{x-x_1}{x_2-x_1}=\frac{0-y_1}{y_2-y_1}$; despexando: $x=\frac{-y_1\cdot(x_2-x_1)}{y_2-y_1}+x_1$

A coordenada z da proxección obtémola tamén a partir de da ecuación da recta, onde y=0;

polo tanto: $\frac{z-z_1}{z_2-z_1}=\frac{0-y_1}{y_2-y_1}$; despexando: $z=\frac{-y_1\cdot(z_2-z_1)}{y_2-y_1}+z_1$

Lembremos que, neste caso, os puntos que definen a recta son P e V, e que a intersección será o punto P'; así pois:

x=x(P'), y=y(P'), z=z(P'); x_1=x(P), y_1=y(P), z_1=z(P); x_2=x(V), y_2=y(V), z_2=z(V)

substituíndo nas expresións anteriores, as coordenadas da proxección do punto son:

$$x(P')=\frac{-y(P)\cdot(x(V)-x(P))}{y(V)-y(P)}+x(P) \quad , \quad y(P')=0 \quad , \quad z(P')=\frac{-y(P)\cdot(z(V)-z(P))}{y(V)-y(P)}+z(P)$$

En diédrico os puntos P e V represéntanse mediante as súas proxeccións horizontais e verticais (P_1, P_2, V_1, V_2). As coordenadas destas proxeccións son $x(P_1)$, $y(P_1)$, $x(P_2)$, $y(P_2)$, $x(V_1)$, $y(V_1)$, $x(V_2)$ e $y(V_2)$. Así mesmo, a proxección P' terá tamén dúas proxeccións P'_1 e P'_2 onde P'_2 coincide con P'.

As coordenadas dos diferentes puntos pódense obter a partir das coordenadas das súas proxeccións segundo as seguintes igualdades:

$x(P)=x(P_1)=x(P_2)$, $y(P)=y(P_1)$, $z(P)=y(P_2)$

$x(V)=x(V_1)=x(V_2)$, $y(V)=y(V_1)$, $z(V)=y(V_2)$

$x(P')=x(P'_1)=x(P'_2)$, $y(P')=y(P'_1)$, $z(P')=y(P'_2)$

Así pois:

$$x(P'_2)=\frac{-y(P_1)\cdot(x(V_1)-x(P_1))}{y(V_1)-y(P_1)}+x(P_1) \quad , \quad y(P'_2)=\frac{-y(P_1)\cdot(y(V_2)-y(P_2))}{y(V_1)-y(P_1)}+y(P_2)$$

Como P'_2 coincide con P':

$$(x(P'),y(P'))=(\frac{-y(P_1)\cdot(x(V_1)-x(P_1))}{y(V_1)-y(P_1)}+x(P_1),\frac{-y(P_1)\cdot(y(V_2)-y(P_2))}{y(V_1)-y(P_1)}+y(P_2))$$

Queda demostrado.

Copia e pega as coordenadas para redefinir o punto P':

(-y(P_1)(x(V_1)-x(P_1))/(y(V_1)-y(P_1))+x(P_1),-y(P_1)(y(V_2)-y(P_2))/(y(V_1)-y(P_1))+y(P_2))