

El campo gravitatorio.

David Matellano

Departamento de Física y Química. IES Ángel Corella. (Colmenar Viejo)

22 de septiembre de 2017



índice de contenidos I

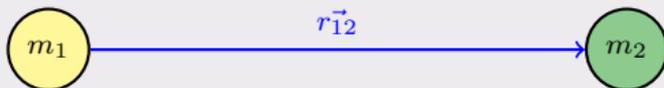
- 1 El campo gravitatorio
 - La ley de Gravitación universal de Newton.
 - El campo \vec{g}
 - Energía potencial.
 - El potencial gravitatorio.
 - Superficies equipotenciales
 - El teorema de Gauss
 - Esfera de masa M

Fuerzas entre dos masas

Ley de Gravitación Universal de Newton

Enunciado de la Ley de Newton.

Sean dos masas m_1 y m_2 separadas por una distancia r :



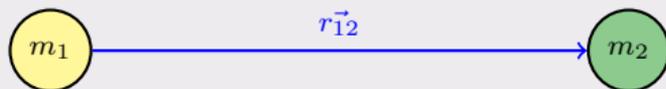
La fuerza que crea m_1 sobre m_2 es:

Fuerzas entre dos masas

Ley de Gravitación Universal de Newton

Enunciado de la Ley de Newton.

Sean dos masas m_1 y m_2 separadas por una distancia r :



La fuerza que crea m_1 sobre m_2 es:

$$\vec{F}_{12} = -\frac{G \cdot m_1 \cdot m_2}{r^2} \cdot \hat{r}_{12} \quad (1)$$

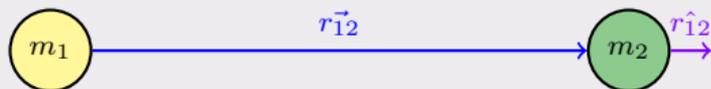
Dirección y sentido

Fuerzas entre dos masas

Ley de Gravitación Universal de Newton

Enunciado de la Ley de Newton.

Sean dos masas m_1 y m_2 separadas por una distancia r :



La fuerza que crea m_1 sobre m_2 es:

$$\vec{F}_{12} = -\frac{G \cdot m_1 \cdot m_2}{r^2} \cdot \hat{r}_{12} \quad (1)$$

Dirección y sentido

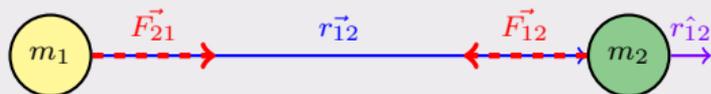
- La fuerza tiene la dirección de \hat{r}_{12}

Fuerzas entre dos masas

Ley de Gravitación Universal de Newton

Enunciado de la Ley de Newton.

Sean dos masas m_1 y m_2 separadas por una distancia r :



La fuerza que crea m_1 sobre m_2 es:

$$\vec{F}_{12} = -\frac{G \cdot m_1 \cdot m_2}{r^2} \cdot \hat{r}_{12} \quad (1)$$

Dirección y sentido

- La fuerza tiene la dirección de \vec{r}_{12}
- El sentido siempre es el contrario a \vec{r}_{12} .

El principio de acción y reacción

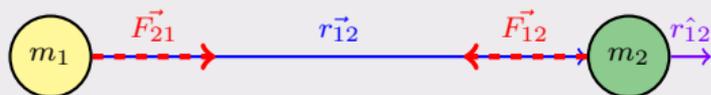
- Igualdad de módulos: $|\vec{F}_{12}| = |\vec{F}_{21}|$

Fuerzas entre dos masas

Ley de Gravitación Universal de Newton

Enunciado de la Ley de Newton.

Sean dos masas m_1 y m_2 separadas por una distancia r :



La fuerza que crea m_1 sobre m_2 es:

$$\vec{F}_{12} = -\frac{G \cdot m_1 \cdot m_2}{r^2} \cdot \hat{r}_{12} \quad (1)$$

Dirección y sentido

- La fuerza tiene la dirección de \vec{r}_{12}
- El sentido siempre es el contrario a \vec{r}_{12} .

El principio de acción y reacción

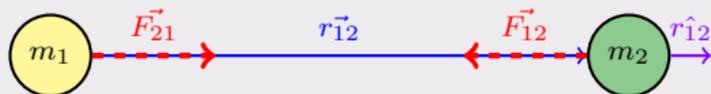
- Igualdad de módulos: $|\vec{F}_{12}| = |\vec{F}_{21}|$
- **Misma dirección:** $\vec{F}_{12} \parallel \vec{F}_{21}$

Fuerzas entre dos masas

Ley de Gravitación Universal de Newton

Enunciado de la Ley de Newton.

Sean dos masas m_1 y m_2 separadas por una distancia r :



La fuerza que crea m_1 sobre m_2 es:

$$\vec{F}_{12} = -\frac{G \cdot m_1 \cdot m_2}{r^2} \cdot \hat{r}_{12} \quad (1)$$

Dirección y sentido

- La fuerza tiene la dirección de \vec{r}_{12}
- El sentido siempre es el contrario a \vec{r}_{12} .

El principio de acción y reacción

- Igualdad de módulos: $|\vec{F}_{12}| = |\vec{F}_{21}|$
- Misma dirección: $\vec{F}_{12} \parallel \vec{F}_{21}$
- Sentidos opuestos: $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$

El campo gravitatorio.

Campo \vec{g} creado por una masa puntual.

Es la fuerza por unidad de masa:

- $\vec{g} = \frac{\vec{F}}{m'}$

Figuras:



El campo gravitatorio.

Campo \vec{g} creado por una masa puntual.

Es la fuerza por unidad de masa:

- $\vec{g} = \frac{\vec{F}}{m'}$

- A partir de la Ley de Newton (1):

$$\vec{g} = -\frac{G \cdot M}{r^2} \cdot \hat{r}$$

Características de \vec{g}

Figuras:



El campo gravitatorio.

Campo \vec{g} creado por una masa puntual.

Es la fuerza por unidad de masa:

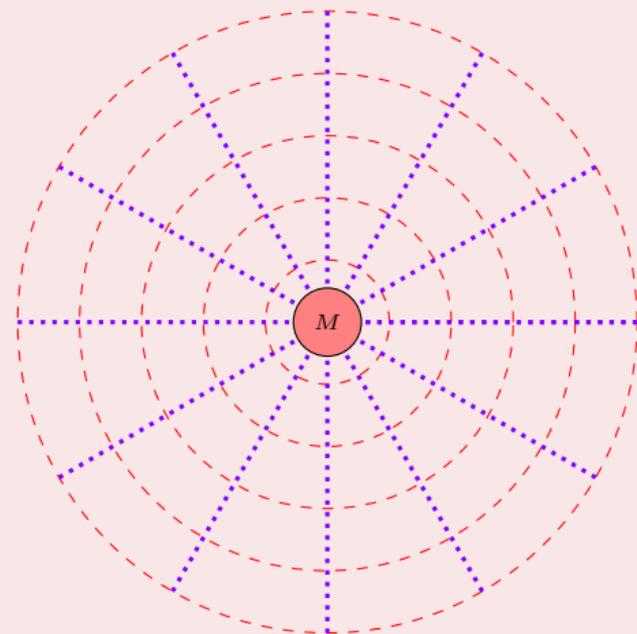
- $\vec{g} = \frac{\vec{F}}{m'}$
- A partir de la Ley de Newton (1):

$$\vec{g} = -\frac{G \cdot M}{r^2} \cdot \hat{r}$$

Características de \vec{g}

- Su dirección es radial desde la masa.

Figuras:



El campo gravitatorio.

Campo \vec{g} creado por una masa puntual.

Es la fuerza por unidad de masa:

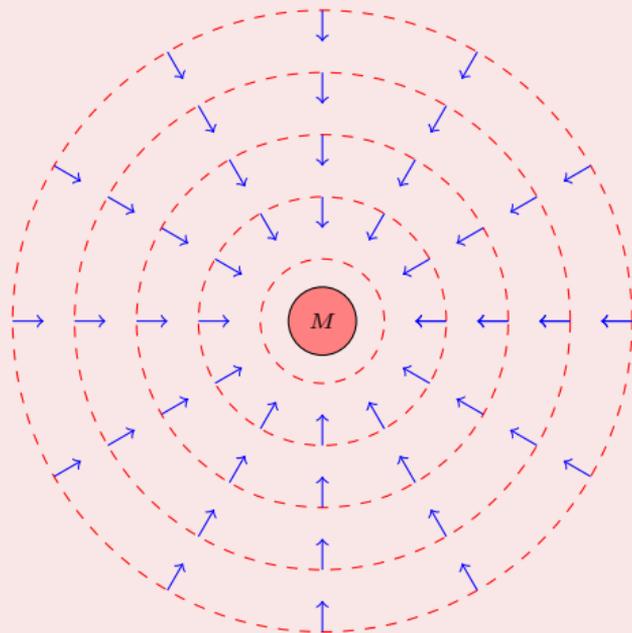
- $\vec{g} = \frac{\vec{F}}{m'}$
- A partir de la Ley de Newton (1):

$$\vec{g} = -\frac{G \cdot M}{r^2} \cdot \hat{r}$$

Características de \vec{g}

- Su dirección es radial desde la masa.
- Su sentido es centrípeto.

Figuras:



Líneas de campo \vec{g}

Concepto de líneas de campo:

Líneas de campo \vec{g}

Concepto de líneas de campo:

- Son líneas imaginarias que sirven para representar \vec{g} . Cumplen:

Propiedades:

Líneas de campo \vec{g}

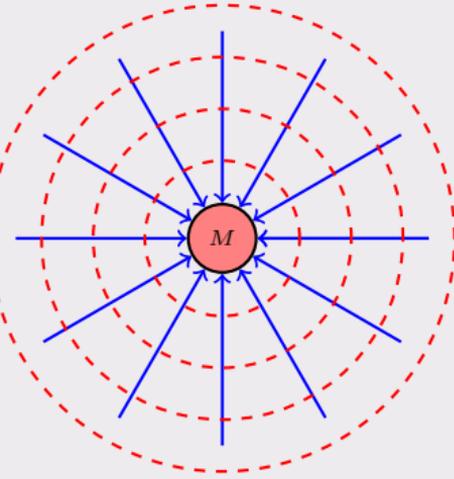
Concepto de líneas de campo:

- Son líneas imaginarias que sirven para representar \vec{g} . Cumplen:

Propiedades:

- 1 Son líneas que entran hacia las masas.

Figuras



Líneas de campo \vec{g}

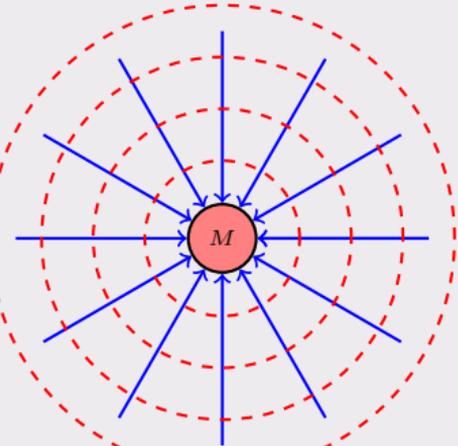
Concepto de líneas de campo:

- Son líneas imaginarias que sirven para representar \vec{g} . Cumplen:

Propiedades:

- 1 Son líneas que entran hacia las masas.
- 2 Nunca se cortan.

Figuras



Líneas de campo \vec{g}

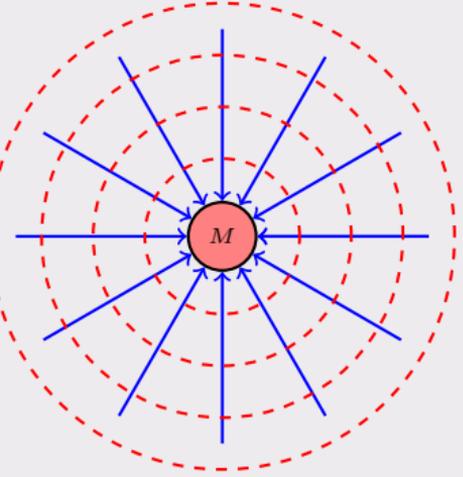
Concepto de líneas de campo:

- Son líneas imaginarias que sirven para representar \vec{g} . Cumplen:

Propiedades:

- 1 Son líneas que entran hacia las masas.
- 2 Nunca se cortan.
- 3 Son tangentes en cada punto a \vec{g}

Figuras



Líneas de campo \vec{g}

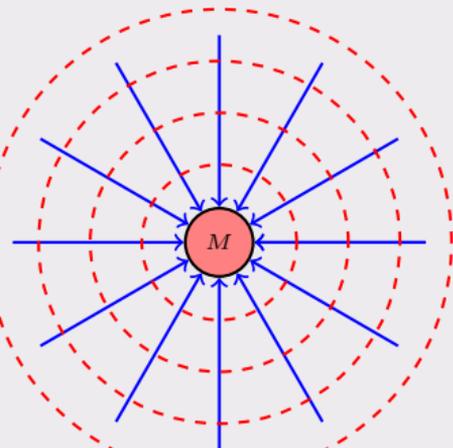
Concepto de líneas de campo:

- Son líneas imaginarias que sirven para representar \vec{g} . Cumplen:

Propiedades:

- 1 Son líneas que entran hacia las masas.
- 2 Nunca se cortan.
- 3 Son tangentes en cada punto a \vec{g}
- 4 Si $|\vec{g}|$ aumenta, están más próximas.

Figuras



La energía potencial gravitatoria

Definición

Trabajo realizado por el campo \vec{g}

Para llevar una masa m' desde \vec{r} hasta el infinito:

La energía potencial gravitatoria

Definición

Trabajo realizado por el campo \vec{g}

Para llevar una masa m' desde \vec{r} hasta el infinito:

$$\bullet W = \int_r^\infty \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_r^\infty -\frac{G \cdot M \cdot m'}{r^2} \cdot dr = \frac{G \cdot M \cdot m'}{r} \Big|_r^\infty = -\frac{G \cdot M \cdot m'}{r}$$

Energía potencial en un punto \vec{r}

La energía potencial de una masa m' en presencia de una masa M distante r es:

La energía potencial gravitatoria

Definición

Trabajo realizado por el campo \vec{g}

Para llevar una masa m' desde \vec{r} hasta el infinito:

$$\bullet W = \int_r^\infty \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_r^\infty -\frac{G \cdot M \cdot m'}{r^2} \cdot dr = \frac{G \cdot M \cdot m'}{r} \Big|_r^\infty = -\frac{G \cdot M \cdot m'}{r}$$

Energía potencial en un punto \vec{r}

La energía potencial de una masa m' en presencia de una masa M distante r es:

$$\bullet E_p(\vec{r}) = -\frac{G \cdot M \cdot m'}{r}$$

La energía potencial gravitatoria

Definición

Trabajo realizado por el campo \vec{g}

Para llevar una masa m' desde \vec{r} hasta el infinito:

$$\bullet W = \int_r^\infty \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_r^\infty -\frac{G \cdot M \cdot m'}{r^2} \cdot dr = \left. \frac{G \cdot M \cdot m'}{r} \right|_r^\infty = -\frac{G \cdot M \cdot m'}{r}$$

Energía potencial en un punto \vec{r}

La energía potencial de una masa m' en presencia de una masa M distante r es:

$$\bullet E_p(\vec{r}) = -\frac{G \cdot M \cdot m'}{r}$$

- Es el trabajo necesario para que el campo \vec{g} lleve a m' desde \vec{r} hasta ∞

La energía potencial gravitatoria

Definición

Trabajo realizado por el campo \vec{g}

Para llevar una masa m' desde \vec{r} hasta el infinito:

$$\bullet W = \int_r^\infty \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_r^\infty -\frac{G \cdot M \cdot m'}{r^2} \cdot dr = \left. \frac{G \cdot M \cdot m'}{r} \right|_r^\infty = -\frac{G \cdot M \cdot m'}{r}$$

Energía potencial en un punto \vec{r}

La energía potencial de una masa m' en presencia de una masa M distante r es:

- $E_p(\vec{r}) = -\frac{G \cdot M \cdot m'}{r}$
- Es el trabajo necesario para que el campo \vec{g} lleve a m' desde \vec{r} hasta ∞
- $\lim_{r \rightarrow \infty} E_p(r) = 0$ (La energía potencial se anula en el infinito)

La energía potencial electrostática

Signo de la energía potencial

Definiendo el origen de la E_p en ∞ se cumple:

La energía potencial electrostática

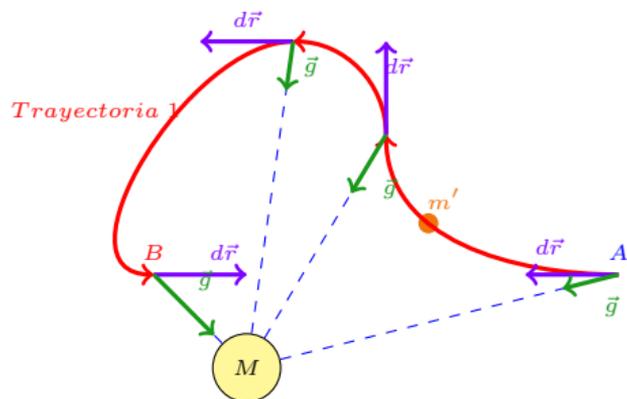
Signo de la energía potencial

Definiendo el origen de la E_p en ∞ se cumple:

- La energía potencial siempre es un valor negativo.

El campo \vec{g} es conservativo

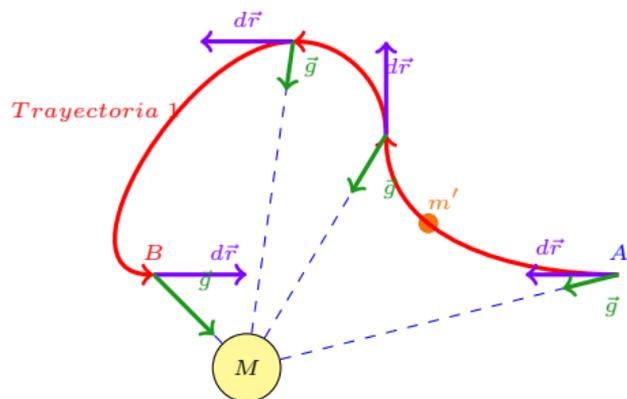
Sentido físico de ΔE_p



Trabajo para llevar m' desde A hasta B

El campo \vec{g} es conservativo

Sentido físico de ΔE_p

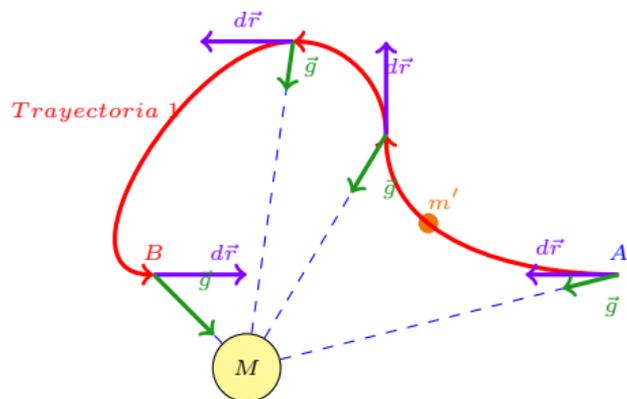


Trabajo para llevar m' desde A hasta B

$$\bullet W_{A \rightarrow B} = \int_A^B m' \cdot \vec{g} \cdot d\vec{r} = E_{pA} - E_{pB} = -\Delta E_p$$

El campo \vec{g} es conservativo

Sentido físico de ΔE_p

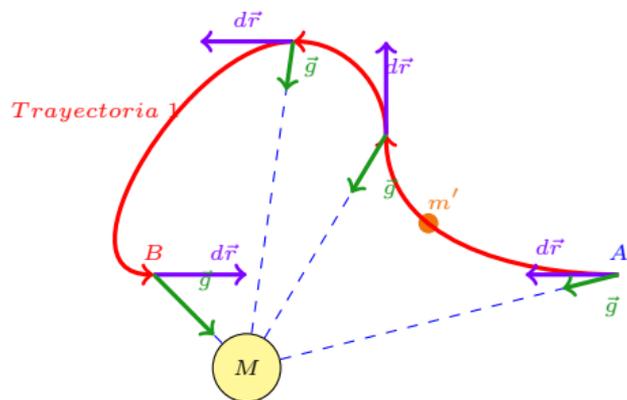


Trabajo para llevar m' desde A hasta B

- $W_{A \rightarrow B} = \int_A^B m' \cdot \vec{g} \cdot d\vec{r} = E_{pA} - E_{pB} = -\Delta E_p$
- El trabajo no depende de la trayectoria:

El campo \vec{g} es conservativo

Sentido físico de ΔE_p

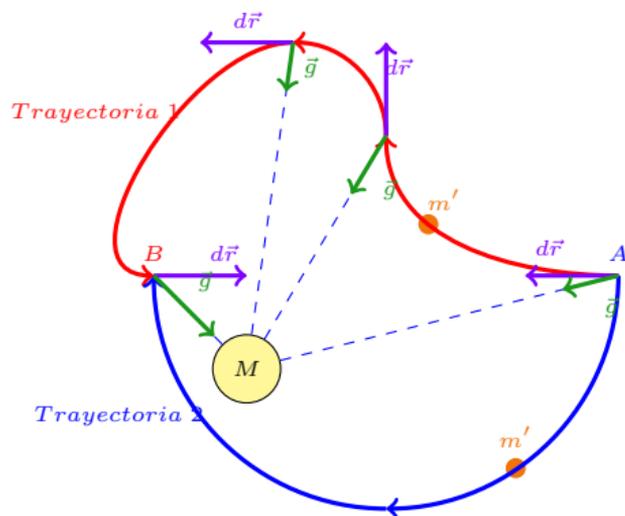


Trabajo para llevar m' desde A hasta B

- $W_{A \rightarrow B} = \int_A^B m' \cdot \vec{g} \cdot d\vec{r} = E_{pA} - E_{pB} = -\Delta E_p$
- El trabajo no depende de la trayectoria:
 - $W_{A \rightarrow B} = \int_{T1} m' \cdot \vec{g} \cdot d\vec{r} = -\Delta E_p$

El campo \vec{g} es conservativo

Sentido físico de ΔE_p

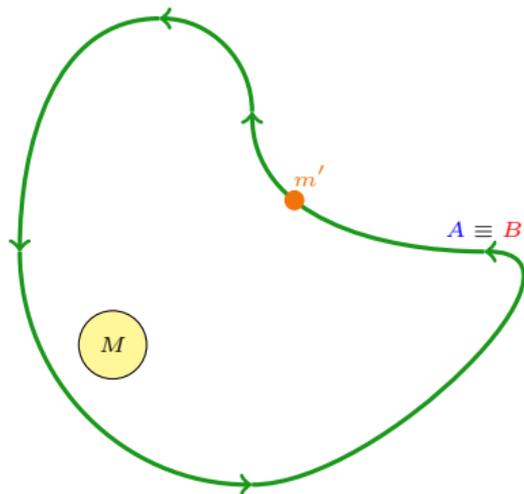


Trabajo para llevar m' desde A hasta B

- $W_{A \rightarrow B} = \int_A^B m' \cdot \vec{g} \cdot d\vec{r} = E_{pA} - E_{pB} = -\Delta E_p$
- El trabajo no depende de la trayectoria:
 - $W_{A \rightarrow B} = \int_{T1} m' \cdot \vec{g} \cdot d\vec{r} = -\Delta E_p$
 - $W_{A \rightarrow B} = \int_{T2} m' \cdot \vec{g} \cdot d\vec{r} = -\Delta E_p$

El campo \vec{g} es conservativo

Sentido físico de ΔE_p



Trabajo para llevar m' desde A hasta B

- $W_{A \rightarrow B} = \int_A^B m' \cdot \vec{g} \cdot d\vec{r} = E_{pA} - E_{pB} = -\Delta E_p$
- El trabajo no depende de la trayectoria:
 - $W_{A \rightarrow B} = \int_{T1} m' \cdot \vec{g} \cdot d\vec{r} = -\Delta E_p$
 - $W_{A \rightarrow B} = \int_{T2} m' \cdot \vec{g} \cdot d\vec{r} = -\Delta E_p$

Trabajo sobre una trayectoria cerrada

- El trabajo realizado sobre cualquier trayectoria cerrada es nulo.
- $\oint m' \cdot \vec{g} \cdot d\vec{r} = 0$

El potencial gravitatorio.

Potencial creado por una masa M .

Definición de V

El potencial gravitatorio.

Potencial creado por una masa M .

Definición de V

- Se define como la energía potencial por unidad de masa.

El potencial gravitatorio.

Potencial creado por una masa M .

Definición de V

- Se define como la energía potencial por unidad de masa.

- Así, para una masa puntual:
$$V = \frac{E_p}{m'} = -\frac{G \cdot M}{r}$$

El potencial gravitatorio.

Potencial creado por una masa M .

Definición de V

- Se define como la energía potencial por unidad de masa.

- Así, para una masa puntual:
$$V = \frac{E_p}{m'} = -\frac{G \cdot M}{r}$$

- Su unidad en el S.I. es el $J \cdot kg^{-1}$

Superficies equipotenciales

Definición

- Son aquellas superficies que contienen a los puntos de igual potencial.

Propiedades:

Superficies equipotenciales

Definición

- Son aquellas superficies que contienen a los puntos de igual potencial.

Propiedades:

- Las líneas de campo \vec{g} son perpendiculares a dichas superficies.

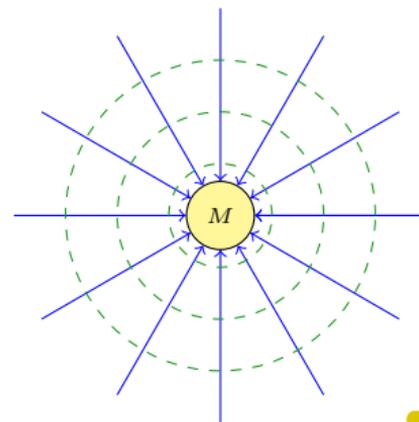
Superficies equipotenciales

Definición

- Son aquellas superficies que contienen a los puntos de igual potencial.

Propiedades:

- Las líneas de campo \vec{g} son perpendiculares a dichas superficies.
- Si el campo lo crea una masa puntual son esferas concéntricas.



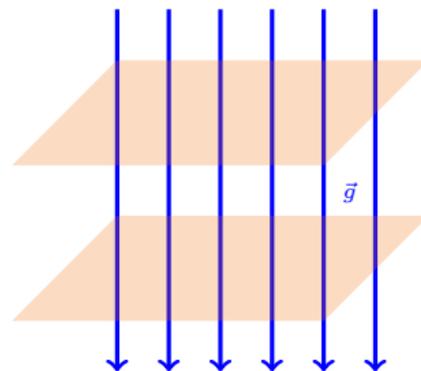
Superficies equipotenciales

Definición

- Son aquellas superficies que contienen a los puntos de igual potencial.

Propiedades:

- Las líneas de campo \vec{g} son perpendiculares a dichas superficies.
- Si el campo lo crea una masa puntual son esferas concéntricas.
- Si el campo es constante son planos paralelos entre sí.



El teorema de Gauss.

Definición de flujo de \vec{g}

Flujo de \vec{g} a través de una superficie S

El teorema de Gauss.

Definición de flujo de \vec{g}

Flujo de \vec{g} a través de una superficie S

- Es una medida escalar proporcional a la intensidad de \vec{g} por unidad de superficie.

Características de Φ

Figuras:

El teorema de Gauss.

Definición de flujo de \vec{g}

Flujo de \vec{g} a través de una superficie S

- Es una medida escalar proporcional a la intensidad de \vec{g} por unidad de superficie.

- Se calcula: $\Phi = \int_{Sup} \vec{g} \cdot d\vec{S}$

Características de Φ

Figuras:

El teorema de Gauss.

Definición de flujo de \vec{g}

Flujo de \vec{g} a través de una superficie S

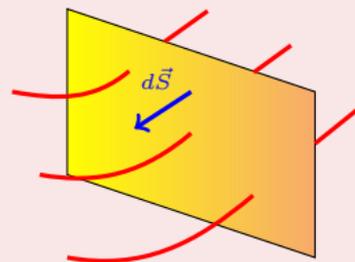
- Es una medida escalar proporcional a la intensidad de \vec{g} por unidad de superficie.

- Se calcula: $\Phi = \int_{Sup} \vec{g} \cdot d\vec{S}$

Características de Φ

- Es proporcional al número de líneas de campo/unidad de superficie.

Figuras:



El teorema de Gauss.

Definición de flujo de \vec{g}

Flujo de \vec{g} a través de una superficie S

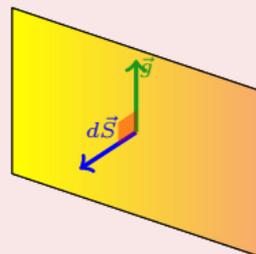
- Es una medida escalar proporcional a la intensidad de \vec{g} por unidad de superficie.

- Se calcula: $\Phi = \int_{Sup} \vec{g} \cdot d\vec{S}$

Características de Φ

- Es proporcional al número de líneas de campo/unidad de superficie.
- Si las líneas salen de $S \Rightarrow \Phi > 0$
- Si las líneas entran hacia $S \Rightarrow \Phi < 0$
- Si $\vec{g} \perp d\vec{S} \Rightarrow \Phi = 0$

Figuras:



El teorema de Gauss

Enunciado

Flujo del campo \vec{g} a través de una superficie cerrada

El teorema de Gauss

Enunciado

Flujo del campo \vec{g} a través de una superficie cerrada

- El flujo del campo \vec{g} a través de una superficie cerrada es directamente proporcional a la masa encerrada por dicha superficie.

$$\bullet \Phi = \oint_{Sup} \vec{g} \cdot d\vec{S} = -4\pi \cdot G \cdot M_{enc}$$

Ejemplos del Teorema de Gauss.

Esfera con masa M y radio R .

Campo en el exterior de la esfera. ($r > R$)

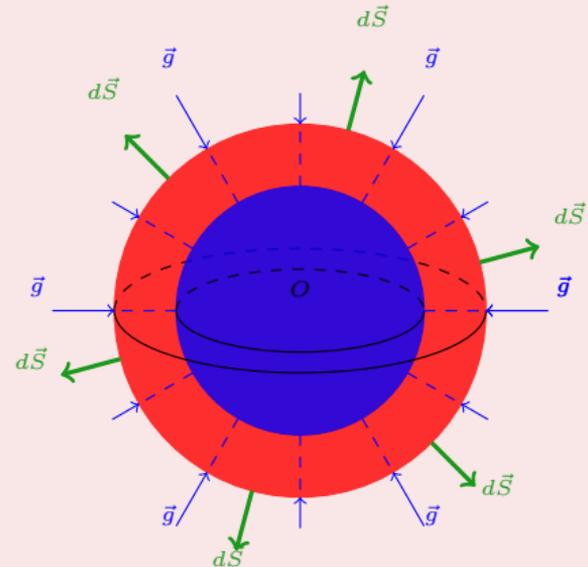
Ejemplos del Teorema de Gauss.

Esfera con masa M y radio R .

Campo en el exterior de la esfera. ($r > R$)

- Tomamos como superficie Gaussiana una esfera concéntrica de radio r .

Figuras:



Ejemplos del Teorema de Gauss.

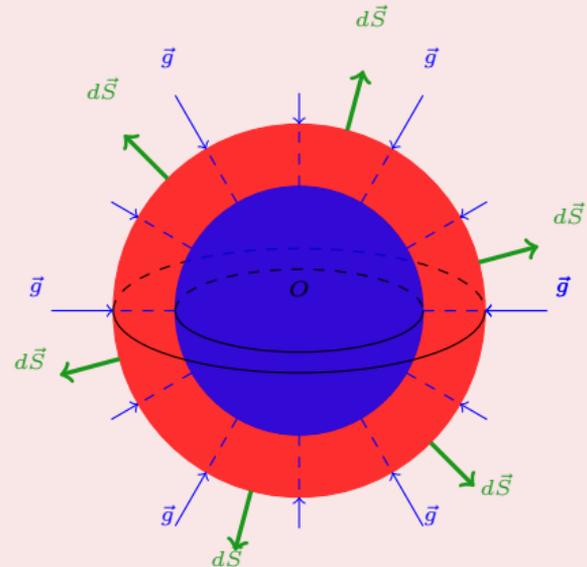
Esfera con masa M y radio R .

Campo en el exterior de la esfera. ($r > R$)

- 1 Tomamos como superficie Gaussiana una esfera concéntrica de radio r .

- 2
$$\Phi = \oint_S \vec{g} \cdot d\vec{S} = -|\vec{g}| \cdot S$$

Figuras:



Ejemplos del Teorema de Gauss.

Esfera con masa M y radio R .

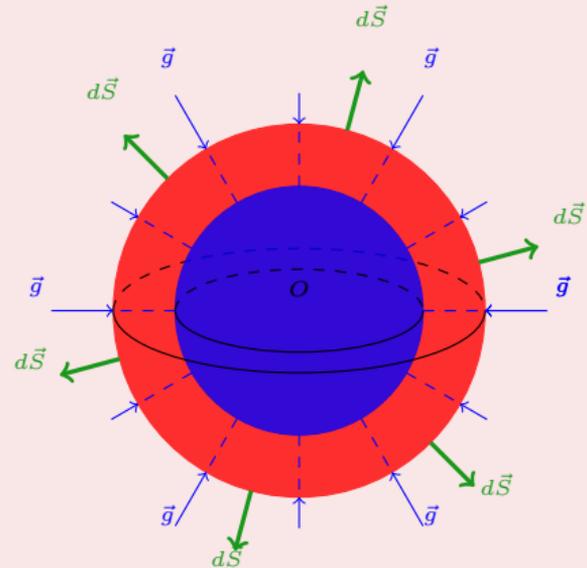
Campo en el exterior de la esfera. ($r > R$)

1 Tomamos como superficie Gaussiana una esfera concéntrica de radio r .

2
$$\Phi = \oint_S \vec{g} \cdot d\vec{S} = -|\vec{g}| \cdot S$$

3
$$-|\vec{g}| \cdot 4\pi \cdot r^2 = -4\pi \cdot G \cdot M$$

Figuras:



Ejemplos del Teorema de Gauss.

Esfera con masa M y radio R .

Campo en el exterior de la esfera. ($r > R$)

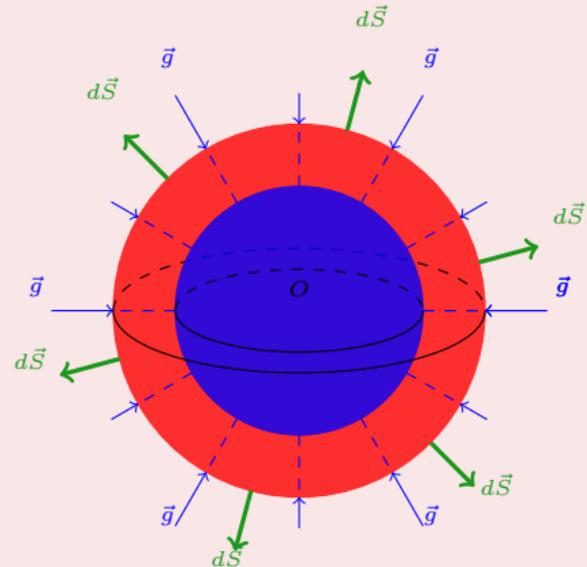
1 Tomamos como superficie Gaussiana una esfera concéntrica de radio r .

2
$$\Phi = \oint_S \vec{g} \cdot d\vec{S} = -|\vec{g}| \cdot S$$

3
$$-|\vec{g}| \cdot 4\pi \cdot r^2 = -4\pi \cdot G \cdot M$$

4
$$|\vec{g}| = \frac{G \cdot M}{r^2}$$

Figuras:



Ejemplos del Teorema de Gauss.

Esfera hueca con masa M y radio R .

Campo en el interior de la esfera. ($r < R$)

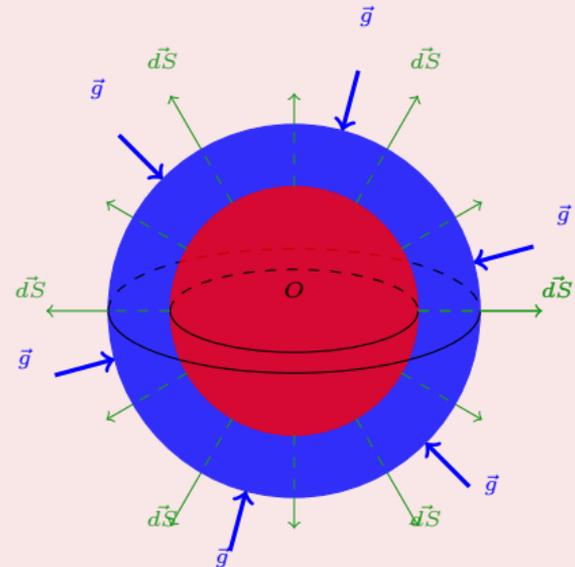
Ejemplos del Teorema de Gauss.

Esfera hueca con masa M y radio R .

Campo en el interior de la esfera. ($r < R$)

- 1 Tomamos como superficie Gaussiana una esfera concéntrica de radio $r < R$.

Figuras:



Ejemplos del Teorema de Gauss.

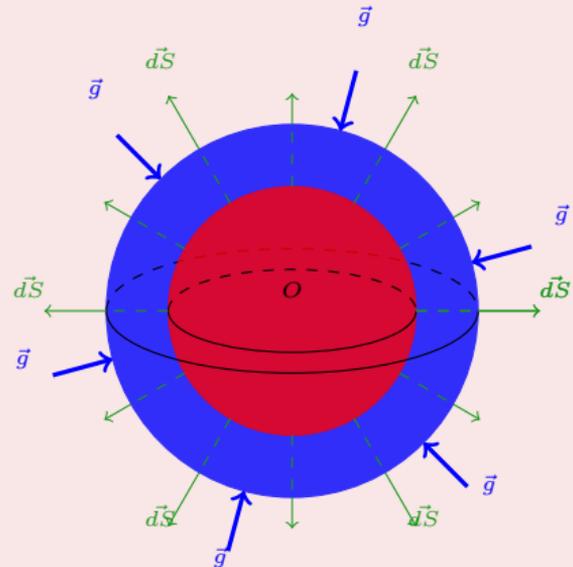
Esfera hueca con masa M y radio R .

Campo en el interior de la esfera. ($r < R$)

1 Tomamos como superficie Gaussiana una esfera concéntrica de radio $r < R$.

2
$$\Phi = \oint_S \vec{g} \cdot d\vec{S} = -|\vec{g}| \cdot S$$

Figuras:

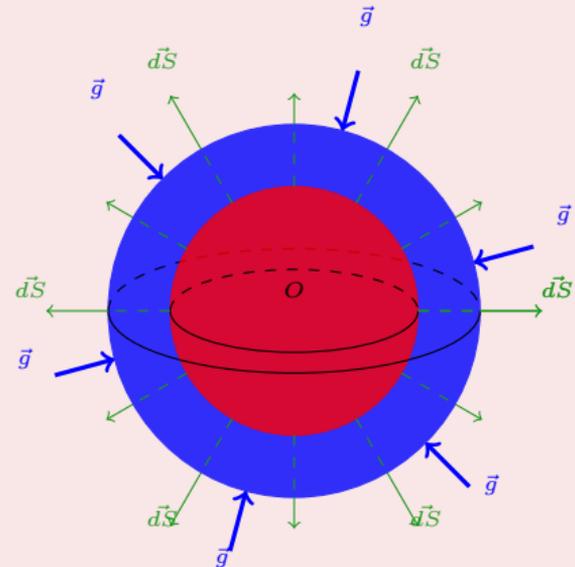


Ejemplos del Teorema de Gauss.

Esfera hueca con masa M y radio R .Campo en el interior de la esfera. ($r < R$)

- 1 Tomamos como superficie Gaussiana una esfera concéntrica de radio $r < R$.
- 2 $\Phi = \oint_S \vec{g} \cdot d\vec{S} = -|\vec{g}| \cdot S$
- 3 $-|\vec{g}| \cdot 4\pi \cdot r^2 = -4\pi \cdot G \cdot M_{enc} = 0 \Rightarrow \vec{g} = 0$

Figuras:



Ejemplos del Teorema de Gauss.

Esfera maciza homogénea con masa M y radio R .

Campo en el interior de la esfera. ($r < R$)

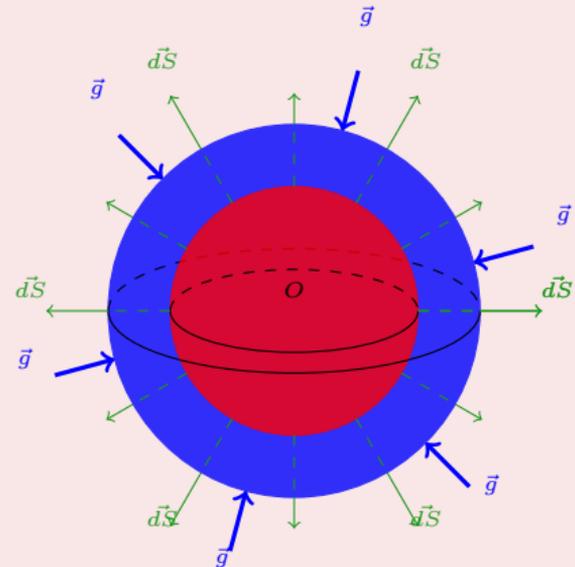
Ejemplos del Teorema de Gauss.

Esfera maciza homogénea con masa M y radio R .

Campo en el interior de la esfera. ($r < R$)

- 1 Tomamos como superficie Gaussiana una esfera concéntrica de radio $r < R$.

Figuras:



Ejemplos del Teorema de Gauss.

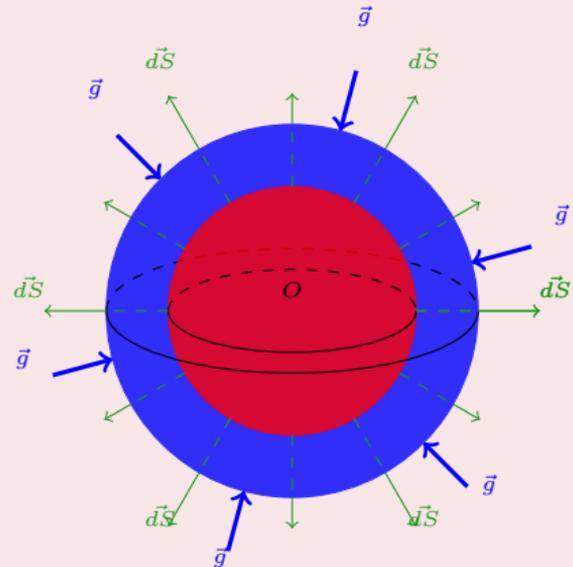
Esfera maciza homogénea con masa M y radio R .

Campo en el interior de la esfera. ($r < R$)

- Tomamos como superficie Gaussiana una esfera concéntrica de radio $r < R$.

- $$\Phi = \oint_S \vec{g} \cdot d\vec{S} = -|\vec{g}| \cdot S$$

Figuras:



Ejemplos del Teorema de Gauss.

Esfera maciza homogénea con masa M y radio R .

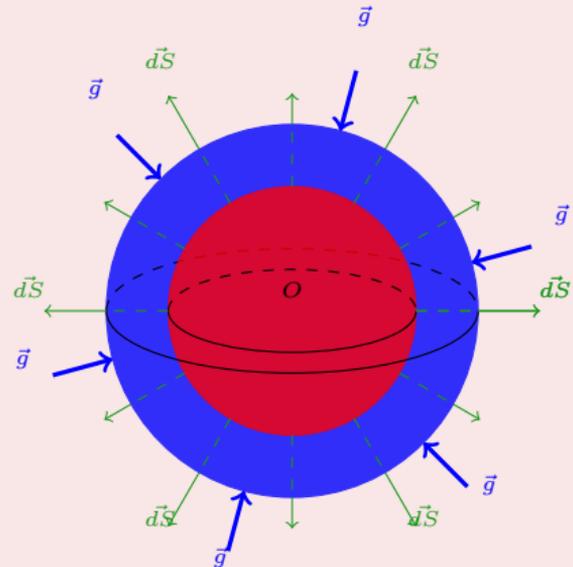
Campo en el interior de la esfera. ($r < R$)

1 Tomamos como superficie Gaussiana una esfera concéntrica de radio $r < R$.

$$2 \quad \Phi = \oint_S \vec{g} \cdot d\vec{S} = -|\vec{g}| \cdot S$$

$$3 \quad \text{Definimos: } \rho = \frac{M}{V} = \frac{3M}{4\pi \cdot R^3}$$

Figuras:



Ejemplos del Teorema de Gauss.

Esfera maciza homogénea con masa M y radio R .Campo en el interior de la esfera. ($r < R$)

1 Tomamos como superficie Gaussiana una esfera concéntrica de radio $r < R$.

$$2 \quad \Phi = \oint_S \vec{g} \cdot d\vec{S} = -|\vec{g}| \cdot S$$

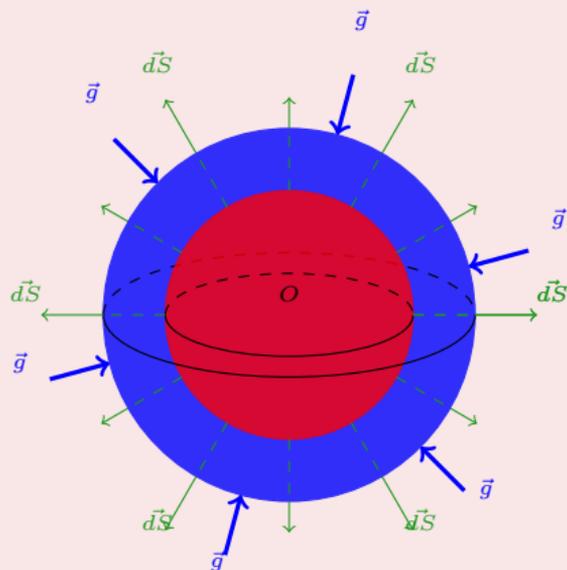
$$3 \quad \text{Definimos: } \rho = \frac{M}{V} = \frac{3M}{4\pi \cdot R^3}$$

$$4 \quad -|\vec{g}| \cdot 4\pi \cdot r^2 = -4\pi \cdot G \cdot M_{enc} =$$

$$- \frac{4\pi \cdot G \cdot \rho \cdot 4\pi \cdot r^3}{3} \Rightarrow$$

$$|\vec{g}| = \frac{4\pi \cdot G \cdot \rho}{3} \cdot r$$

Figuras:



Ejemplos del Teorema de Gauss.

Esfera con masa M y radio R .

- Si representamos el módulo de \vec{g} en función de $|\vec{r}|$



Ejemplos del Teorema de Gauss.

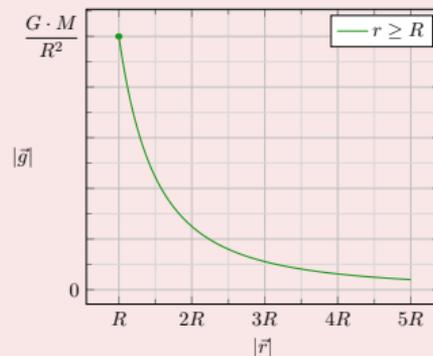
Esfera con masa M y radio R .

- Si representamos el módulo de \vec{g} en función de $|\vec{r}|$

 $|\vec{E}(r)|$

$$\bullet \quad |\vec{g}| = \frac{G \cdot M}{r^2} \text{ si } r \geq R$$

Figuras:



Ejemplos del Teorema de Gauss.

Esfera con masa M y radio R .

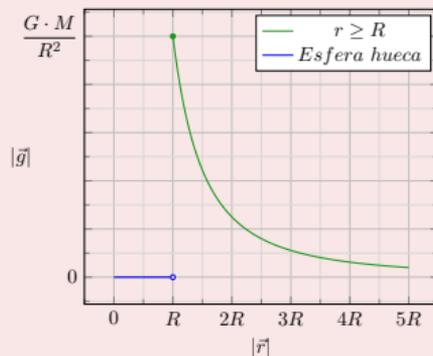
- Si representamos el módulo de \vec{g} en función de $|\vec{r}|$

$|\vec{E}(r)|$

1 $|\vec{g}| = \frac{G \cdot M}{r^2}$ si $r \geq R$

2 Si es una esfera hueca: $|\vec{g}| = 0$ si $r < R$

Figuras:



Ejemplos del Teorema de Gauss.

Esfera con masa M y radio R .

- Si representamos el módulo de \vec{g} en función de $|\vec{r}|$

$|\vec{E}(r)|$

1 $|\vec{g}| = \frac{G \cdot M}{r^2}$ si $r \geq R$

2 Si M se distribuye homogéneamente en V : $|\vec{g}| = \frac{4\pi \cdot G \cdot \rho}{3} \cdot r$

Figuras:

