Instrucciones:

a) Duración: 1 hora

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía, la mala presentación y no explicar adecuadamente las operaciones pueden restar hasta un máximo de 1 punto de la nota final.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- a) [1 punto] Calcula $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\ln(\operatorname{sen} x)}{(\pi - 2x)^2}$

b) [1,5 puntos] Calcula la ecuación explícita de la recta tangente a la función $f(x) = (x^3 - 4x) \cdot \ln(x)$ en el punto $x = 1$.

Ejercicio 2.- a) [1 punto] Calcula $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x+1)}{x}$

b) [1,5 puntos] Estudia la monotonía (intervalos de crecimiento y decrecimiento) de $f(x) = e^{\frac{1}{x}}$

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Estudia y representa gráficamente la función $f(x) = \frac{1}{x - x^3}$

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Expresa el número 60 como una suma de tres enteros positivos, de forma que el mayor sea doble del primero y que el producto de los tres enteros sea máximo. Determinar el valor de dicho producto planteando un problema de optimización.

Opción B

Ejercicio 1.- a) [1 punto] Calcula $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\ln(\operatorname{sen} x)}{(\pi - 2x)^2}$

b) [1,5 puntos] Estudia intervalos de crecimiento y decrecimiento de $f(x) = \left| \frac{x}{1-x} \right|$

Ejercicio 2.- a) [1 punto] Sea $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ un polinomio que cumple $f(1) = 0$, $f'(0) = 2$, y tiene dos extremos relativos para $x = 1$ y $x = 2$. Determinar a, b, c y d .

b) [1,5 puntos] Un jardinero desea construir un jardín con forma de sección circular de 40 metros de perímetro. ¿Cuál debe ser el radio para que la superficie sea máxima?

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Estudia y representa gráficamente la función $f(x) = \frac{(x-2)^2}{x-3}$

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Obtener la ecuación paramétrica, cartesiana, punto-pendiente, explícita y canónica de la recta que pasa por el punto $A(0,3)$ y de vector director $\vec{u} = \left(-1, \frac{1}{2}\right)$.