

**Instrucciones:**

**a) Duración:** 1 hora

**b)** Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

**c)** La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

**d)** Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía, la mala presentación y no explicar adecuadamente las operaciones pueden restar hasta un máximo de 1 punto de la nota final.

**e)** Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

**Opción A**

**Ejercicio 1.- a) [0,5 puntos]** Deriva  $f(x) = \frac{x^2+1}{e^{x+2}}$

**b) [2 puntos]** Determina la recta tangente y normal a  $f(x) = x^3 - x$  en  $x = 2$ .

**Ejercicio 2.- b) [2,5 puntos]** Halla los máximos y los mínimos relativos de  $f(x) = \ln\left(\sqrt{\frac{x+1}{x-1}}\right)$  y estudia su monotonía (intervalos de crecimiento y decrecimiento).

**Ejercicio 3.- [2,5 puntos]** Estudia y representa gráficamente  $f(x) = x \cdot e^x$

**Ejercicio 4.- [2,5 puntos]** Hallar dos números enteros que sumen 40 y cuyo producto sea el mayor valor posible (debes plantear un problema de optimización, con una función a derivar, demostrando la existencia del máximo relativo).

<b>Opción B</b>
-----------------

---

**Ejercicio 1.- a) [0,5 puntos]** Deriva  $f(x) = \sqrt[3]{(x^2-1)(1-\operatorname{sen}(x))}$

**b) [2 puntos]** Determinar, en función del parámetro  $k \in \mathbb{R}$ , el rango de los siguientes vectores:  
 $\vec{u} = (1, 1, 1)$ ,  $\vec{v} = (1, k+1, 1)$ ,  $\vec{w} = (1, 1, k+1)$ .

---

**Ejercicio 2.- [2,5 puntos]** Halla los máximos y los mínimos relativos de  $f(x) = e^{\frac{-x^2}{2}}$  y estudia su monotonía (intervalos de crecimiento y decrecimiento).

---

**Ejercicio 3.- [2,5 puntos]** Estudia y representa gráficamente  $f(x) = \frac{1}{1-x^2}$

---

**Ejercicio 4.- [2,5 puntos]** El alcance máximo de una jabalina que es lanzada con una velocidad  $v_0$  viene dada por la expresión  $f(\alpha) = \frac{v_0^2}{g} \cdot \operatorname{sen}(2\alpha)$ , donde  $\alpha$  es el ángulo de inclinación con que se lanza la jabalina y  $g$  la aceleración gravitatoria. Calcula el ángulo  $\alpha$  que genera un alcance máximo, demuestra que es un máximo y calcula el valor del alcance máximo.

---