

## Teorema lui Thales

Fie ABC un triunghi, iar  $M \in [AB]$ ,  $N \in [AC]$ .

Dreapta MN este paralelă cu dreapta BC  $\Leftrightarrow \frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC}$ .

### Considerații metodologice asupra demonstrației

1) Demonstrația, în ambele sensuri, se poate face folosind metoda vectorială.

” $\Rightarrow$ ”: Paralelismul a două drepte se exprimă cu ajutorul coliniarității vectorilor iar vectorii se exprimă în funcție de vectorii de poziție.

Spre exemplu:

- $MN \parallel BC$  implică  $\overrightarrow{MN}$  și  $\overrightarrow{BC}$  coliniari, adică există un scalar  $\alpha$ , real și nenul, așa încât  $\overrightarrow{MN} = \alpha \cdot \overrightarrow{BC}$ ; de aici se deduce:  $\vec{r}_N - \vec{r}_M = \alpha \cdot (\vec{r}_C - \vec{r}_B)$ .
- Dacă  $\frac{AM}{MB} = k$  și  $\frac{AN}{NC} = p$ , exprimăm vectorii  $\vec{r}_M$  și  $\vec{r}_N$  cu ajutorul numerelor  $k$  și  $p$  și în funcție de vectorii  $\vec{r}_A$ ,  $\vec{r}_B$  și  $\vec{r}_C$ .
- Ne reamintim că într-o lecție mai veche am dedus exprimarea unui vector după două direcții date, a apărut noțiunea de bază vectorială în plan (o pereche formată din doi vectori nenuli și necoliniari); când doi vectori sunt egali, au aceleași coordonate în baza aleasă. Vom folosi aceste informații în continuarea demonstrației.

” $\Leftarrow$ ” Reciproc este mult mai rapid de demonstrat fiindcă pornim de la bun început cu egalitatea

$\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC} = k$ , folosim exprimările  $\vec{r}_M = \frac{\vec{r}_A + k \cdot \vec{r}_B}{1+k}$  și  $\vec{r}_N = \frac{\vec{r}_A + k \cdot \vec{r}_C}{1+k}$ , de unde avem:

$$\overrightarrow{MN} = \vec{r}_N - \vec{r}_M = \frac{k}{1+k} (\vec{r}_C - \vec{r}_B) = \frac{k}{1+k} \cdot \overrightarrow{BC}, \text{ deci vectorii } \overrightarrow{MN} \text{ și } \overrightarrow{BC} \text{ sunt coliniari, adică } MN \parallel BC.$$