24 Geometria projectiva

24.6 Projectivitat4

24.6.1 Teorema de Hessenberg

El teorema de Hessenberg diu que *si es compleix el teorema de Desargues també es compleix el teorema de Pappus* i a la inversa (fig. 24.16). Recordem que el teorema de Desargues (24.1.1) diu que si dos triangles ABC i A'B'C', són projectius amb referència a P, la prolongació dels seus costats estan en línia recta (Xd-Yd-Zd recta de Desargues, construcció de color blau). De la mateixa manera, el teorema de Pappus (24.2.2) diu que si es tenen dues rectes amb tres punts a cadascuna d'elles, i es creuen dos a dos, la intersecció forma una línia recta. Observi's que, per exemple, a les rectes P-C-C' i la Xd-Yd-Zd, creuant els punts dos a dos, es forma la recta Xp-Yp-Zp, que és la recta de Pappus (construcció de color verd) i el mateix passa amb les altres dues rectes projectives de P.

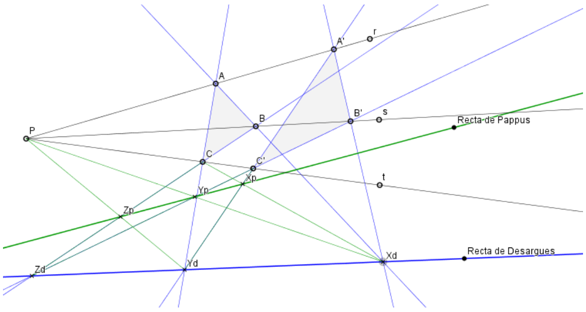

Fig. 24.16

24.6.2 Raigs projectants: Espiral d'Arquímedes

Prenent el punt O com a punt propi o projectant, es tracen, en aquest cas, 32 raigs projectants. El cercle de centre O, en el perímetre del qual es troba el punt mòbil A, serveix per dimensionar la figura. El seu radi es divideix, també en aquest cas, en 32 segments iguals i des del centre O es tracen cercles concèntrics. Fent intersecció de punts homòlegs entre rectes i cercles es troba l'espiral de Arquímedes (fig. 24.17).

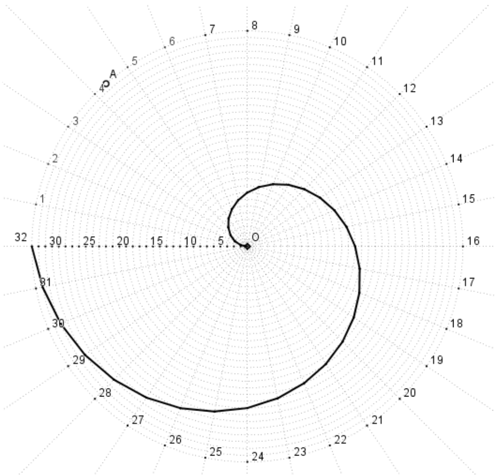

Fig. 24.17

24.6.3 Teorema de Desargues. 3D

En el punt 24.1.1 s'estudiava el teorema de Desargues en el pla. De la mateixa manera, en l'espai, el teorema se segueix complint (fig. 24.18).

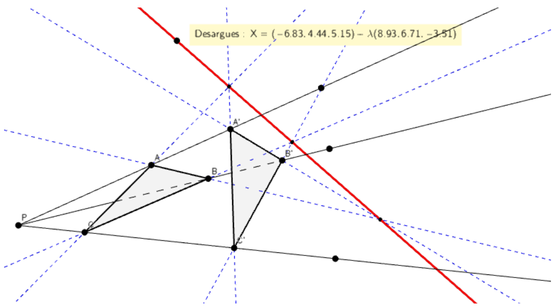

Fig. 24.18