

PRAVAČ

AUTOR: Leticia Sedláček

EKSPLICITNI I IMPLICITNI OBLIK JEDNADŽBE PRAVCA

Pravac

Pravac je skup svih točaka (x, y) u ravnini čije koordinate zadovoljavaju jednadžbu

$$Ax + By + C = 0,$$

pri čemu je barem jedan od koeficijenata A, B različit od nule. Ova se jednadžba naziva implicitni oblik jednadžbe pravca.

Eksplisitni oblik jednadžbe pravca

Ako pravac nije paralelan s osi ordinata, njegova se jednadžba može napisati u obliku

$$y = kx + l.$$

Tu jednadžbu zovemo eksplisitni oblik jednadžbe pravca.

Koeficijent k u eksplisitnoj jednadžbi pravca zovemo nagib ili koeficijent smjera.

Koeficijent l nazivamo odsječak na osi ordinata.

Jednadžba pravca

Pravac koji prolazi točkom $A(x_1, y_1)$ i ima poznati koeficijent smjera k ima jednadžbu

$$y - y_1 = k(x - x_1).$$

Ako on prolazi i točkom $B(x_2, y_2)$, tada koeficijent smjera glasi

$$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}.$$

Jednadžba pravca koji prolazi točkama $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ glasi

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1).$$

Za koeficijent smjera vrijedi

$$k = \operatorname{tg} \rho,$$

gdje je ρ kut koji pravac zatvara s pozitivnim dijelom osi apcisa.

SEGMENTNI OBLIK JEDNADŽBE PRAVCA

Segmentni oblik jednadžbe pravca

Ako su $(m, 0)$ i $(0, n)$ točke u kojima pravac siječe koordinatne osi, onda pravac ima jednadžbu

$$\frac{x}{m} + \frac{y}{n} = 1.$$

Tu jednadžbu nazivamo segmentni oblik jednadžbe pravca.

KUT DVAJU PRAVACA. PARALELNOST I OKOMITOST PRAVACA

Kut između pravaca

Kut φ između pravaca $p \dots y = k_1x + l_1$, $q \dots y = k_2x + l_2$ računa se iz formule

$$\operatorname{tg} \varphi = \left| \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 k_2} \right|.$$

Kriteriji paralelnosti pravaca

Dva pravca zadana svojim jednačicama u eksplicitnom ili implicitnom obliku,

$$p_1 \dots y = k_1x + l_1 \dots A_1x + B_1y + C_1 = 0,$$

$$p_2 \dots y = k_2x + l_2 \dots A_2x + B_2y + C_2 = 0,$$

paralelna su onda i samo onda ako vrijedi

$$k_1 = k_2,$$

odnosno

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2}.$$

Kriteriji okomitosti pravaca

Dva pravca zadana jednačicama u eksplicitnom ili implicitnom obliku

$$p_1 \dots y = k_1x + l_1 \dots A_1x + B_1y + C_1 = 0,$$

$$p_2 \dots y = k_2x + l_2 \dots A_2x + B_2y + C_2 = 0,$$

okomita su onda i samo onda ako vrijedi

$$k_1 k_2 = -1,$$

odnosno

$$A_1 A_2 + B_1 B_2 = 0.$$

UDALJENOST TOČKE OD PRAVCA. SIMETRALA KUTA

Udaljenost točke od pravca

Udaljenost točke $T(x_0, y_0)$ od pravca $p \dots Ax + By + C = 0$ računa se formulom

$$d = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

Simetrala kuta

Simetrala kuta je pravac kojem je svaka točka jednako udaljena od obje krakova kuta.

(zad. 8.2), str. 57, učebník)

1. Proverji, pripadajú li točky A, B i C jednomu pravcu:

$$\left. \begin{array}{l} A(1, 3) \\ B(-2, 5) \\ C(7, -1) \end{array} \right\} AB$$

$$y = kx + l$$

$$3 = k + l \quad \rightarrow \quad l = 3 - k$$

$$5 = -2k + l$$

$$5 = -2k + (3 - k)$$

$$5 = -2k + 3 - k$$

$$5 = -3k + 3$$

$$3k = -2$$

$$k = -\frac{2}{3}$$

$$l = 3 + \frac{2}{3}$$

$$= \frac{11}{3}$$

$$y = -\frac{2}{3}x + \frac{11}{3}$$

$$-1 = -\frac{2}{3} \cdot 7 + \frac{11}{3}$$

$$-1 = -1 \quad \checkmark$$

C ∈ AB

2. Točky $A(-1, y)$, $B(-3, 3)$, $C(5, -1)$ pripadaju jednom pravcu. Odredi ordinatu točke A .

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1)$$

$$y - 3 = \frac{-1 - 3}{5 + 3} (x + 3)$$

$$y - 3 = -\frac{4}{8} (x + 3)$$

$$y - 3 = \frac{1}{2} x - \frac{3}{2} \quad / \cdot 2$$

$$2y - 6 = -x - 3$$

$$x + 2y - 3 = 0$$

$$-1 + 2y - 3 = 0$$

$$2y = 4$$

$$y = 2$$

3. Točkom $A(-1, 2)$ položi pravac s koeficijentom smjera $-\frac{2}{3}$.

$$y - y_1 = k(x - x_1)$$

$$y - 2 = -\frac{2}{3}(x + 1)$$

$$y - 2 = -\frac{2}{3}x - \frac{2}{3} \quad / \cdot 3$$

$$3y - 6 = -2x - 2$$

$$2x + 3y - 4 = 0$$

4. Kolika je udaljenost dvaju paralelnih pravaca:

$$8x - 6y + 25 = 0$$

$$4x - 3y + 25 = 0$$

$$p \dots 8x - 6y + 25 = 0 \rightarrow T(0, \frac{25}{6}) \in p$$

$$q \dots 4x - 3y + 25 = 0$$

$$x_0 = 0$$

$$y_0 = \frac{25}{6}$$

$$A = 4, B = -3, C = 25$$

$$\begin{aligned} d(T, q) &= \frac{|6 \cdot 0 + (-3) \cdot \frac{25}{6} + 25|}{\sqrt{16 + 9}} \\ &= \frac{|-\frac{25}{2} + 25|}{5} \\ &= \frac{25}{10} \\ &= \frac{5}{2} \end{aligned}$$

5. Odredi jednačbu pravca i zapiši u eksplícitnom, implicitnom i segmentnom obliku.

$$A(2, 3)$$

$$B(0, -2)$$

$$y = kx + l$$

$$3 = 2k + l$$

$$-2 = l$$

$$3 = 2k - 2$$

$$2k = 5$$

$$k = \frac{5}{2}$$

$$y = \frac{5}{2}x - 2$$

eksplícitni

$$\frac{5}{2}x - y - 2 = 0$$

implicitni

$$\frac{5}{2}x - y = 2 \quad / : 2$$

$$\frac{5}{4}x - \frac{y}{2} = 1$$

$$\frac{5x}{4} - \frac{y}{2} = 1$$

segmentni

WAR OF THE WORLDS

Ask your students to think about the typical elements of a science fiction story.

What **characters**, **settings** and **situations** might they expect to find?

Collect ideas from the class under three headings – like the example below. If your students are struggling for inspiration you can use some or all of the ready-made suggestions provided in the table.

character	setting	situation
lonely ship's commander	laboratory	invasion
dedicated scientist	deserted spaceship	landing on a new planet
junior officer	surface of a new planet	lost in space
newspaper reporter	military camp	alien contact
alien visitor	space observatory	last days on Earth

Next, ask them to choose one element from each category and use these to write the opening paragraphs of their own science fiction story.