AB 8b: Allg. Form in Scheitelform umwandeln – Lösung

Umwandeln der Allgemeinen Form in die Scheitelform

Bsp.: $f(x) = x^2 - 4x + 5$

Wenn wir von einer Parabel den Scheitel und den Streckfaktor kennen, so können wir die Funktionsgleichung in Scheitelform direkt angeben.

⇨ Den Streckfaktor a können wir direkt aus der Funktionsgleichung entnehmen (a=1)

⇨ **Das Vorgehen zum Auffinden des Scheitels wirst Du im nächsten Arbeitsauftrag kennen lernen**

Arbeitsauftrag

- Lies Dir in der Aktivität die Informationen zum Satz vom Nullprodukt durch.
- Bearbeite das GeoGebra-Applet „Umwandeln AF in SF - Vorgehen“.
  Dabei werden ab jetzt die Abkürzungen AF (Allgemeine Form) und SF (Scheitelform) verwendet.
- Fülle anschließend den Lückentext (**Beispiel** f(x) = x^2 – 4x + 5) aus.
- Bearbeite die Übungen
  1 Satz vom Nullprodukt
  2 Umwandeln der AF in die SF

30 Minuten | Partnerarbeit

Lückentext

Beispiel: f(x) = x^2 – 4x + 5

Verschiebt man die Parabel um $\boxed{-5}$ Einheiten in y-Richtung, so verläuft die neue Parabel durch $\boxed{\text{den Ursprung}}$. Sie hat die Gleichung g(x) = $\boxed{x^2 - 4x}$ und schneidet die x-Achse an den **Nullstellen** der Funktion g.

Diese berechnet man mit dem Ansatz g(x) = $\boxed{0}$.

Nebenrechnungen:

$x^2 - 4x = 0$

$\Leftrightarrow x \cdot (x - 4) = 0 \quad \Rightarrow x_1 = 0$ und $x_2 = 4$

Die x-Koordinate des Scheitels (beider Parabeln) ist der Mittelwert der Nullstellen ⇨ $x_S = \frac{0+4}{2} = 2$

y-Koordinate des Scheitels (Originalparabel) ⇨ $f(x_S) = f(2) = 2^2 - 4 \cdot 2 + 5$

$f(2) = 1 \quad \Rightarrow \quad S(2|1)$

Der Streckfaktor a ist direkt ablesbar: a = $\boxed{1}$.

Scheitelform: $\boxed{f(x) = (x-2)^2 + 1}$

Scheitel: $\boxed{S(2|1)}$

Übung 1: Satz vom Nullprodukt

Löse die folgenden Aufgaben:

1 Bestimme alle Lösungen der Gleichung mit dem Satz vom Nullprodukt.

a) x · (x – 5) = 0 b) x · (2x + 3) = 0 c) x^2 – 2x = 0

a) $x_1 = 0$ und $x_2 = 5$

b) $x_1 = 0$ und $x_2 = -\frac{3}{2}$ $(= -1{,}5)$

c) $x \cdot (x-2) = 0 \Rightarrow x_1 = 0$ und $x_2 = 2$

CC BY NC SA

Marion Rauscher, Klaus Schmidt (September 2023)

Übung 2: Umwandeln der AF in die SF *(Lösungsvergleich mit Applet „Umwandeln SF -> AF und AF -> SF“)*

1 Forme die Funktionsgleichungen in Allgemeiner Form in die Scheitelform um.
a) $f(x) = x^2 + 2x - 5$ b) $f(x) = -1{,}5x^2 + 3x + 2$ c) $f(x) = 0{,}5x^2 - 4x + 8$

a) $f(x)=x^2+2x$
$f(x)=x\cdot(x+2)$ mit den Nullstellen $x_1=0$ und $x_2=-2$
Scheitel: $x_S=-1$ und $f(-1)=-6$ ⇨ $S(-1|-6)$
$f(x)=(x+1)^2-6$

b) $f(x)=-1{,}5x^2+3x$
$f(x)=x\cdot(-1{,}5x+3)$ mit den Nullstellen $x_1=0$ und $x_2=2$
Scheitel: $x_S=1$ und $f(1)=3{,}5$ ⇨ $S(1|3{,}5)$
$f(x)=1{,}5\cdot(x-1)^2+3{,}5$

c) $f(x)=0{,}5x^2-4x$
$f(x)=x\cdot(0{,}5x-4)$ mit den Nullstellen $x_1=0$ und $x_2=8$
Scheitel: $x_S=4$ und $f(4)=0$ ⇨ $S(4|0)$
$f(x)=0{,}5\cdot(x-4)^2$

CC BY NC SA
Marion Rauscher, Klaus Schmidt (September 2023)