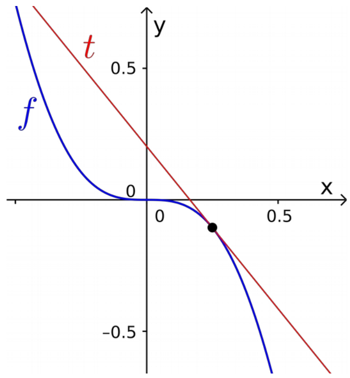
Tangentengleichung



Die Funktionsgleichung der Tangente am Graph der Funktion f bei der Stelle a lautet

$$t_a(x) = f'(a) \cdot (x - a) + f(a)$$

<u>Herleitung:</u> Die allgemeine Geradengleichung lautet $t_a(x) = m \cdot x + c$.
f hat an der Stelle a die Steigung $m = f'(a)$. Somit ergibt sich $t_a(x) = f'(a) \cdot x + c$ als vorläufige Tangentengleichung mit noch zu ermittelndem y-Achsenabschnitt c.

Einsetzen des Berührpunkts $(a/f(a))$ in die vorläufige Tangentengleichung führt zu $f(a) = f'(a) \cdot a + c$, auflösen nach c ergibt $c = f(a) - f'(a) \cdot a$, einsetzen von c in vorläufige Tangentengleichung ergibt $t_a(x) = f'(a) \cdot x + f(a) - f'(a) \cdot a$, umsortieren führt zu $t_a(x) = f'(a) \cdot x - f'(a) \cdot a + f(a)$ und abschließendes ausklammern von $f'(a)$ ergibt obige Formel.

<u>Beispiel:</u> Tangente an $f(x) = 4x^5 - 7x^3$ an der Stelle $a = \frac{1}{4}$

Lösung:

$$f(\tfrac{1}{4}) = 4(\tfrac{1}{4})^5 - 7(\tfrac{1}{4})^3 = \tfrac{1}{256} - \tfrac{7}{64} = -\tfrac{27}{256}$$
$$f'(x) = 20x^4 - 21x^2$$
$$f'(\tfrac{1}{4}) = 20(\tfrac{1}{4})^4 - 21(\tfrac{1}{4})^2 = \tfrac{5}{64} - \tfrac{21}{16} = -\tfrac{79}{64}$$

Einsetzen der Ergebnisse in $t_a(x) = f'(a) \cdot (x - a) + f(a)$ führt zu

$$\begin{aligned} t_{0,25}(x) &= -\tfrac{79}{64} \cdot (x - \tfrac{1}{4}) - \tfrac{27}{256} \\ &= -\tfrac{79}{64}\, x + \tfrac{79}{256} - \tfrac{27}{256} \\ &= -\tfrac{79}{64}\, x + \tfrac{13}{64} \end{aligned}$$

Dahlmannschule Bad Segeberg