

Cálculo vectorial

(2, 6, 1)

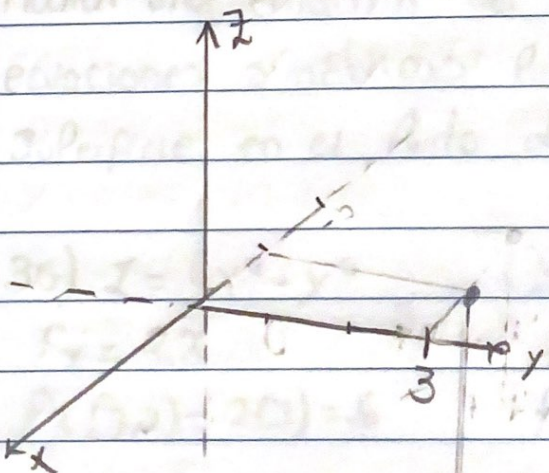
01 = 51X (7E

Ejercicios unidad 13.8 - Extremos de funciones de dos variables.

En los ejercicios 1 a 6, identificar los extremos de la función reconociendo su forma dada o su forma después de completar cuadrados. Verificar los resultados empleando derivadas parciales para localizar los puntos críticos y probar si son extremos relativos.

$$\begin{aligned} 5) f(x, y) &= x^2 + y^2 + 2x - 6y + 6 \\ &= (x^2 + 2x + 1) + (y^2 - 6y + 9) + 6 - 1 - 9 \\ &= (x + 1)^2 + (y - 3)^2 - 4 \end{aligned}$$

$(-1, 3, -4)$



determinar P.C

$$f_x = 2x + 2$$

$$f_y = 2y - 6$$

$$2x + 2 = 0 \Rightarrow x = -1$$

$$2y - 6 = 0 \Rightarrow y = 3$$

P.C $(-1, 3)$

Ahora $\Rightarrow$ P.C. $(-1, 3)$

$$d = f_{xx}(x,y) f_{yy}(x,y) - [f_{xy}(x,y)]^2$$

$$f_{xx}(x,y) = 2$$

$$f_{xy}(x,y) = 2$$

$$f_{yy}(x,y) = 0$$

$$d = (2)(2) - (0)^2$$

$$d(x,y) = 4$$

$$d(-1, 3) = 4 > 0 ; \text{ hay mínimo o máximo relativo}$$

$$f_{xx}(1, 3) = 2 > 0 ; \text{ hay mínimo, relativo}$$

$$\begin{aligned} \text{Mínimo relativo} = f(-1, 3) &= (-1)^2 + (3)^2 + 2(-1) - 6(3) + 6 \\ &= 1 + 9 - 2 - 18 + 6 \\ &= 16 - 20 = \boxed{-4} \end{aligned}$$

$$\text{Mínimo relativo} = f(-1, 3) = -4$$

En los ejercicios 7 a 16, examinar la función para localizar los extremos relativos.

10) $f(x,y) = 2x^2 + 2xy + y^2 + 2x - 3$

Determinar P.C

$$f_x(x,y) = 4x + 2y + 2$$

$$f_y(x,y) = 2x + 2y$$

Justo x en ec 1

$$4(-1) + 2y + 2 = 0$$

$$-4 + 2y + 2 = 0$$

$$2y = 2 \Rightarrow \boxed{y = 1}$$

$$4x + 2y + 2 = 0$$

$$2x + 2y = 0 \quad (-1)$$

$$4x + 2y + 2 = 0$$

$$-2x - 2y = 0$$

$$2x = -2$$

$$\boxed{x = -1}$$

P.C. $(-1, 1)$

$$P.C(-1,1)$$

$$\text{Ahora: } d = f_{xx}(x,y) f_{yy}(x,y) - [f_{xy}(x,y)]^2$$

$$f_{xx}(x,y) = 4 \quad f_{yy}(x,y) = 2 \quad f_{xy}(x,y) = 2$$

$$d = (4)(2) - (2)^2$$

$$d(x,y) = 8 - 4 = 4$$

$$d(-1,1) = 4 > 0 \quad y \quad f_{xx}(x,y) = 4 > 0$$

$\therefore$ hay un minimo relativo

$$\text{Minimo relativo} = f(-1,1) = 2(-1)^2 + 2(-1)(1) + 1^2 + 2(-1) - 3$$

$$= 2 - 2 + 1 - 5$$

$$f(-1,1) = \boxed{-4}$$

$$11) z = x^2 + xy + \frac{1}{2}y^2 - 2x + y$$

Determinar P.C.

$$f_x(x,y) = 2x + y - 2$$

$$f_y(x,y) = x + y + 1$$

$$2x + y - 2 = 0$$

$$x + y + 1 = 0 \quad (-1)$$

$$2x + y - 2 = 0$$

$$-x - y - 1 = 0$$

$$x - 3 = 0$$

$$\boxed{x = 3}$$

Substituir $x = 3$ en ec 1

$$2(3) + y - 2 = 0$$

$$6 + y - 2 = 0$$

$$\boxed{y = -4}$$

$$P.C. (3, -4)$$

Ahora,

$$f_{xx} = 2$$

$$f_{xy} = 1$$

$$f_{yy} = 1$$

$$d = f_{xx}(x,y) f_{yy}(x,y) - [f_{xy}(x,y)]^2$$

$$d(x,y) = (2)(1) - (1)^2$$

$$= 2 - 1 = 1$$

$d(3,-4) = 1 > 0$ puede haber un mínimo o un máximo

$$f_{xx}(x,y) = 2$$

$f_{xx}(3,-4) = 2 > 0$ hay un mínimo relativo

$$\begin{aligned} \text{Mínimo relativo} = f(3,-4) &= (3)^2 + (3)(-4) + \frac{1}{2}(-4)^2 - 2(3) + 4 \\ &= 9 - 12 + 8 - 6 + 4 \end{aligned}$$

$$= 9 - 12 + 8 - 6 + 4$$

$$= 0 \Rightarrow f(3,-4) = -5$$