SEQUÊNCIAS E CONJECTURAS COM O GEOGEBRA

Furtado, C.

Junho de 2017

1 ATIVIDADES

Com o GeoGebra pode-se gerar uma sequência (finita) de elementos definidos por alguma lei de formação. Podemos testar validade de fórmulas para um conjunto de números ou refutar hipotéticas fórmulas mediante contra exemplo e podemos testar conjecturas para números grande e ainda investigar sobre limites.

Esta ficha deve ser resolvida no GeoGebra com auxílio de GeoGebra. Em seguida deve receber deve receber um e-mail para preencher um formulário.

1.1 ATIVIDADE 1

Podemos obter valores lógicos de certas asserções, para um número finito, usando o GeoGebra. A atividade que se propõe é resolver o exercício 1.

Exemplo 1. Para que valores de n, entre 1 e 50, $2^n + 1$ é primo?

Solução 1. Basta copiar e colar na caixa de entrada: `Sequência[{n,ÉPrimo[2^n+1]},n,1,50]`

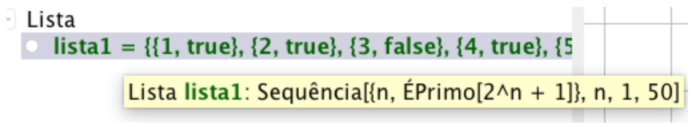

Figura 1: Layout - Atividade 2

Exercício 1. Use o GeoGebra para indicar o valor lógico das seguintes proposições.

1. $2^{n+1} - 1$ é primo para $n = 1, 2, \ldots, 100$.
2. $n^2 + n + 41$ é um primo para $n \leq 1000$.
3. $n^2 - n + 41$ é um primo para $n \leq 80$.
4. $n^3 - n$ é múltiplo de 3 para $1 \leq n \leq 100$.

1.2 ATIVIDADE 2

Sequência de Collatz

A sequência de Collatz[1], também conhecida como problema de $3n + 1$ começa-se com o $n_0 \in \mathbb{N}$ o próximo número obtém-se do anterior pela seguinte regra

[1]Para mais informação, vide: http://mathworld.wolfram.com/CollatzProblem.html

1. Dividi-lo por dois se este for par
2. Adicionar um, ao seu triplo se este for impar,

$$\begin{cases} \frac{n_i}{2} & \mathrm{n_i\ par} \\ 3n_i + 1 & \mathrm{Caso}\, n_i \,\mathrm{Contrário} \end{cases} \tag{1}$$

Por exemplo, tom-se $n_0 = 1$, gera-se a seguinte sequência

$$\{1, 4, 2, 1\}.$$

Tome-se $n_0 = 2$, gera-se a seguinte sequência

$$\{2, 1, 4, 2, 1\}.$$

Tome-se $n_0 = 7$, gera-se a seguinte sequência

$$\{7, 22, 11, 34, 17, 52, 26, 13, 40, 20, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1\}.$$

Nesta atividade propõe-se que abra o ficheiro **Collatz.ggb** e clique nos botões para incrementar ou decrementar.

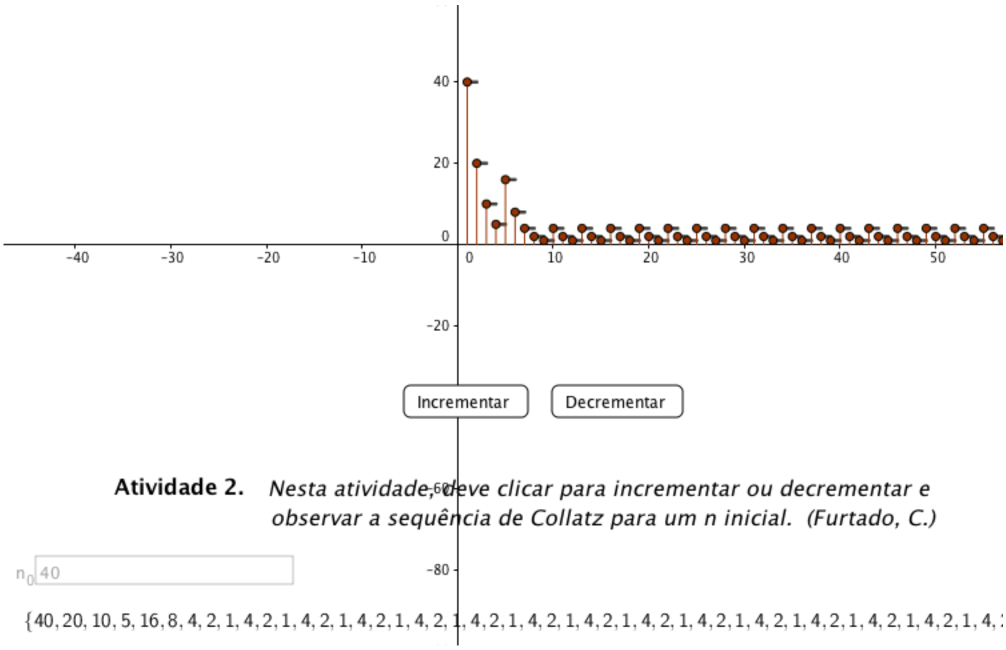

Figura 2: Layout - Atividade 2

1.3 ATIVIDADE 3

Considere-se a sequência de Fibonacci definda por

$$\begin{aligned} f_0 &= 0 \\ f_1 &= 1 \\ f_n &= f_{n-1} + f_{n-2},\ n = 2, 3, \cdots \end{aligned}$$

ou,

$$f_n = \frac{1}{\sqrt{5}}\left[\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n\right], \, n \geq 1.$$

Prova-se que a razão entre os dois termos consecutivos de uma sequência de Fibonacci, aproxima-se do número de ouro $\phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$. Não é difícil verificar que

$$\lim \frac{f_{n+1}}{f_n} = \phi \approx 1.618\ldots$$

A atividade que se propõe aqui é clicar nos botões de forma a gerar termos (dois) consecutivos e verificar a aproximação da razão para os valores considerados. Considere a figura abaixo e o ficheiro **Fib.ggb**.

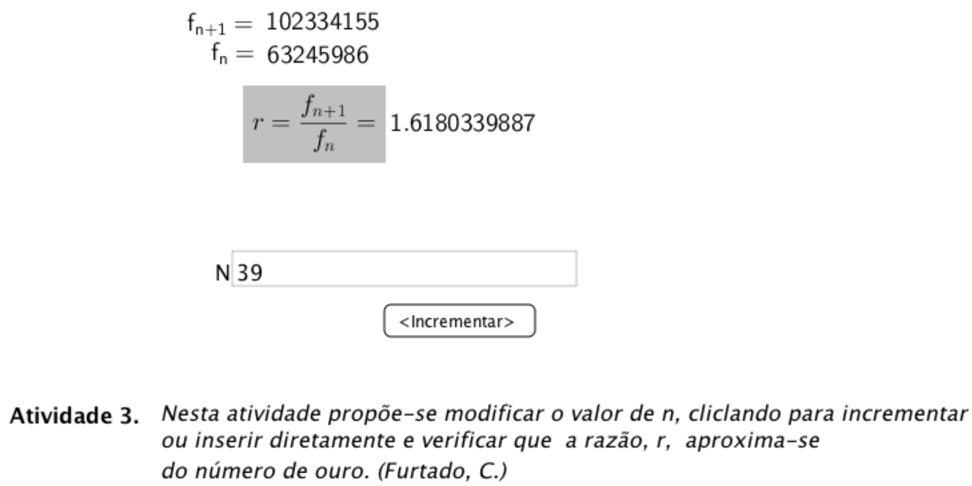

Figura 3: Layout - Atividade 3