

PROYECTO DE INNOVACIÓN EDUCATIVA – APRENDIZAJE SERVICIO:

Repoblando el futuro



en las tierras de Albacete

MATERIA: MATEMÁTICAS I

PROFESORA: CARMEN MONZÓ GONZÁLEZ



1. INTRODUCCIÓN. ORIENTACIONES METODOLÓGICAS

Hubo un tiempo en el que el mundo rural era, para la mayoría de la población castellana, su medio de vida. Hoy día, gracias a (o a pesar de) las nuevas tecnologías y el desarrollo industrial, asistimos a un proceso de cambio muy significativo. La despoblación se ha convertido en un hecho y en un problema para muchas personas, y ese problema nos puede afectar mucho en el futuro.

La resolución de problemas y los proyectos de investigación, según el Decreto 40/2015, de 15/06/2015, por el que se establece el currículo de Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato en la Comunidad Autónoma de Castilla-La Mancha, constituyen ejes fundamentales en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas. Se resalta además en este Decreto la versatilidad de las matemáticas para resolver situaciones interdisciplinarias reales y la inclusión de varias competencias clave en este proceso.

Vamos a analizar el problema de la despoblación rural desde el punto de vista matemático y ofrecer esas soluciones interdisciplinarias, enlazando contenidos, criterios de evaluación, estándares evaluables y competencias clave del currículo de Matemáticas I de Bachillerato en Castilla La Mancha.

Dentro de las orientaciones metodológicas que propone el Decreto 40/2015 tendremos en cuenta las siguientes:

- **Realizar distintos tipos de actividades**, que permitan la asimilación de contenidos de forma gradual. Los nuevos conocimientos que deben adquirirse tienen que apoyarse en los ya conseguidos. La **resolución de problemas** es un eje fundamental del proceso de aprendizaje de las matemáticas y deberán trabajarse las diferentes estrategias de resolución desde diversos contextos matemáticos. Además, es posible asimilar conceptos nuevos a partir de su planteamiento y aplicar correctamente recursos técnicos y herramientas apropiadas en su resolución.
- **Incorporar las herramientas tecnológicas**, dentro de la disponibilidad de cada centro educativo, para el desarrollo de las actividades, de forma que su uso ayude a la asimilación de conceptos.
- **Trabajar tanto de forma individual**, que permite al alumno o alumna afrontar los problemas y comprobar su grado de conocimientos, **como en pequeños grupos**, donde se pueden intercambiar opiniones y contrastar las propias ideas.
- **Elaborar trabajos de investigación**, adaptados a cada nivel, que introduzcan a los alumnos a la búsqueda de información, uso del lenguaje matemático, la generalización de problemas, la formalización de fenómenos extraídos de contextos reales y la exposición oral o escrita del propio trabajo.
- **Coordinar la materia de Matemáticas con otras** que puedan tener relación con ella. De esta forma se ayuda a una mejor comprensión de los conceptos, se percibe la utilidad de estos en otras áreas y se presenta al alumno los nexos entre distintas materias como algo enriquecedor para su formación.

2. OBJETIVOS

- Extraer información del INE y otras fuentes que muestren el descenso demográfico en los pueblos de Albacete.



- Organizar datos en tablas y gráficos estadísticos que muestren el cambio demográfico en Albacete y provincia.
- Elaborar un trabajo de investigación donde se muestre el uso del lenguaje matemático y estadístico, la formulación de un problema, la formalización de hechos extraídos de contextos reales y la exposición oral y escrita del proceso y del trabajo.

3. CONTENIDOS

- Planificación del proceso de resolución de un problema.
- Lenguaje gráfico para presentar argumentos.
- Elaboración oral y escrita de informes científicos.
- Realización de investigaciones matemáticas a partir de contextos de la realidad.
- Confianza en las propias capacidades para desarrollar actitudes adecuadas y afrontar las dificultades propias del trabajo científico.
- Utilización de medios tecnológicos en el proceso.
- Tablas de contingencia.
- Medias y desviaciones típicas.
- Dependencia lineal de dos variables estadísticas.
- Regresión lineal. Estimación. Predicciones estadísticas y fiabilidad de estas.

4. CRITERIOS DE EVALUACIÓN Y ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE

Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje
Explicar de forma razonada la resolución de un problema.	1.1.1.1.
Resolver un problema, realizar los cálculos necesarios y comprobar las soluciones.	1.2.2.1. 1.2.2.2. 1.2.2.3.
Elaborar un informe científico y comunicarlo.	1.4.4.2. 1.4.4.3.
Planificar un trabajo de investigación.	1.5.5.1. 1.5.5.2.
Elaborar estrategias para el trabajo de investigación.	1.6.6.1. 1.6.6.2.
	1.7.7.1.



Modelizar fenómenos de la vida cotidiana y valorar este proceso.	1.7.7.2. 1.7.7.3.
Desarrollar y cultivar las actitudes personales propias del trabajo matemático.	1.8.8.1. 1.8.8.2. 1.8.8.3 1.8.8.4.
Emplear medios tecnológicos para buscar información, realizar cálculos, presentar los trabajos y difundirlos.	1.9.9.1. 1.9.9.2. 1.9.9.3.
Describir y comparar conjuntos de datos de variables estadísticas.	5.1.1.1. 5.1.1.5.
Interpretar la posible relación entre dos variables y cuantificar la relación lineal entre ellas.	5.2.2.1.
Utilizar el vocabulario adecuado para la descripción de situaciones relacionadas con la Estadística, analizando un conjunto de datos o interpretando de forma crítica informaciones estadísticas presentes en los medios de comunicación, la publicidad u otros ámbitos.	5.3.3.1.

5. VALORES DEL P.E.C. QUE SE VAN A TRABAJAR

- Respeto a uno mismo y a los demás, como norma básica de convivencia.
- Tolerancia hacia distintas formas de visión de la vida.
- Colaboración, trabajo y esfuerzo como motores de motivación hacia el cambio.
- Igualdad de oportunidades para todo el alumnado.
- Civismo y resolución pacífica de conflictos.
- Solidaridad y generosidad para facilitar la integración y acogida entre iguales.
- Participación, esencial para el buen desarrollo del proceso educativo.

6. RECURSOS

- Web del INE. Censos y demografía.
- Sección EXPLICA del INE.
- Visita al Archivo Histórico Provincial de Albacete.
- Recursos proporcionados por ayuntamientos de pueblos de Albacete.



- Office: Word, Powerpoint, Excel.
- Plataforma Geogebra.

7. ACTIVIDADES

Las actividades siguientes se desarrollarán en el primer y tercer trimestres.

7.1. EL MAPA DE ALBACETE Y VORONOI

Con esta actividad, además de conocer los pueblos de su provincia, los alumnos relacionarán el concepto natural de proximidad o pertenencia mediante un diagrama de Voronoi. El diagrama de Voronoi de un conjunto de puntos en el plano es la división de dicho plano en regiones, de tal forma, que a cada punto le asigna una región del plano formada por los puntos que son más cercanos a él que a ninguno de los otros objetos. Dicho diagrama divide el plano en tantas regiones como puntos u tengamos de tal forma que a cada punto le asignemos la región formada por todo lo que está más cerca de él que de ningún otro.¹

Aplicado a la provincia de Albacete, y salvando fronteras naturales como ríos, montes, cordilleras... o culturales, se trata de dividir la provincia de Albacete en tantas regiones como puntos destacados que las representan (cabezas de partidos judiciales) y analizar si la demarcación actual corresponde con la demarcación matemática en la que sólo consideramos la distancia mínima.

1. En Geogebra, insertar una imagen de la provincia de Albacete donde aparezcan las ciudades: Albacete, Alcaraz, Almansa, Hellín, La Roda, Casas Ibáñez, Villarrobledo (cabezas de partido judiciales). Modificar la opacidad de la imagen. Se puede usar Google Maps.
2. Señalar mediante puntos en **AZUL** con sus coordenadas las ciudades cabezas de partidos judiciales.
3. Señalar mediante puntos en **NEGRO** los pueblos objeto de estudio
4. Repasar la provincia de Albacete con trazo libre. Señalar mediante puntos con sus coordenadas los pueblos objeto de estudio. Insertar los cuadros de texto necesarios para contextualizar.



¹ Ver artículo de Gri
dividir-mundo-2017

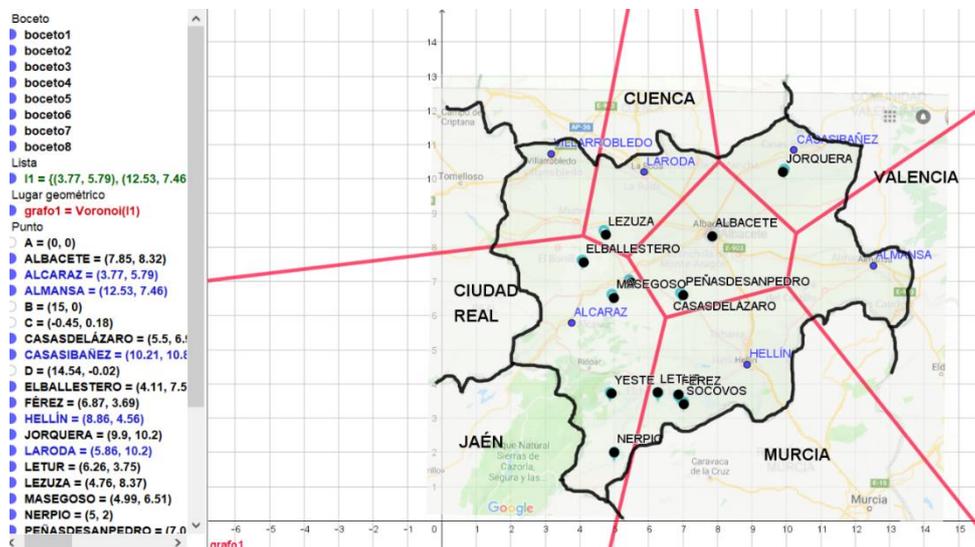


Gráfico 1. Mapa de Albacete con Google Maps y Geogebra. Elaboración propia.

5. En el campo de Entrada construir la lista l1 formada por:



6. En el campo de entrada construir el diagrama de Voronoi de los puntos de la lista anterior con el comando **Voronoi(l1)**



7. Seleccionar una imagen de internet donde aparezcan los partidos judiciales y guardarla en una carpeta en el ordenador, por ejemplo la que se encuentra en Wikipedia: https://es.wikipedia.org/wiki/Comarcas_de_Albacete#/media/File:Partidos_judiciales_prov_AB.png
8. Insertarla en Geogebra, modificar su opacidad y superponerla a la que teníamos:

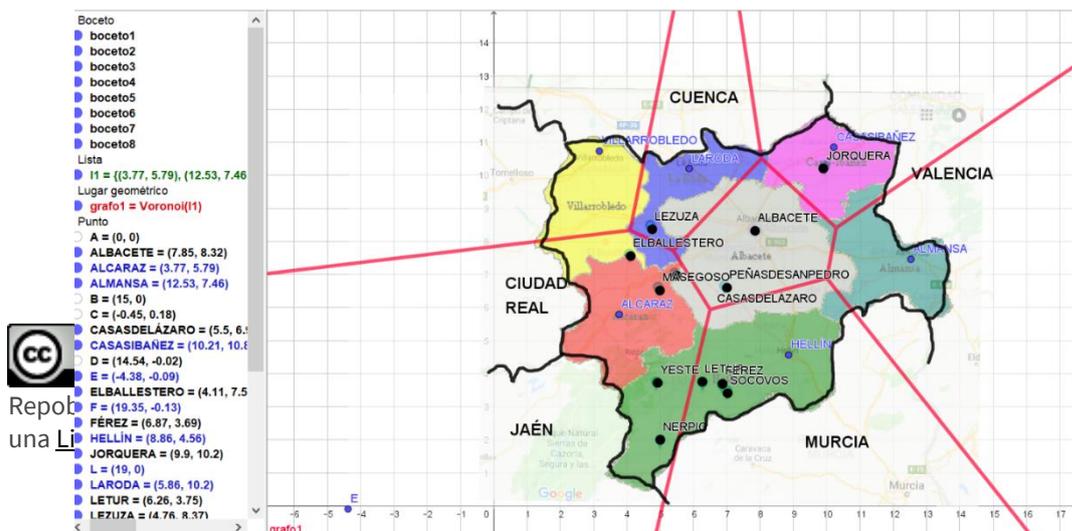


Gráfico 3. Diagrama de Voronoi sobre comarcas de Albacete. Elaboración propia.

9. Puedes repasar los pasos de la construcción en el menú **VISTA → PROTOCOLO DE CONSTRUCCIÓN.**
10. Para crear un **GIF ANIMADO** asociado al protocolo de construcción:
 - a. Construir un deslizador n de números naturales (incremento entero)
 - b. Mover el paso de creación del deslizador al primer lugar.
 - c. En propiedades del deslizador, en la pestaña **Programa de guión (scripting)** → Al actualizar, escribir en una línea de código **“FijaPasoConstrucción(n)”**
 - d. Conforme el deslizador toma un valor, muestra ese paso de construcción.
 - e. **Exportar Vista Gráfica a GIF Animado** con el deslizador n (se puede elegir entre bucle o no)
11. Responde a las siguientes preguntas:
 - a. ¿Corresponde la delimitación matemática con la delimitación judicial? Señala las poblaciones que quedan fuera de asignación.
 - b. ¿Dónde deberían estar las ciudades cabeza de partidos judiciales para que la división administrativa coincidiera con la matemática?



7.2. RECTA DE REGRESIÓN SOBRE DATOS DE POBLACIÓN DEL INE

Estudiaremos la evolución de la población de los pueblos de Albacete objeto de estudio con los datos del INE, y extrapolaremos resultados mediante una recta de regresión.

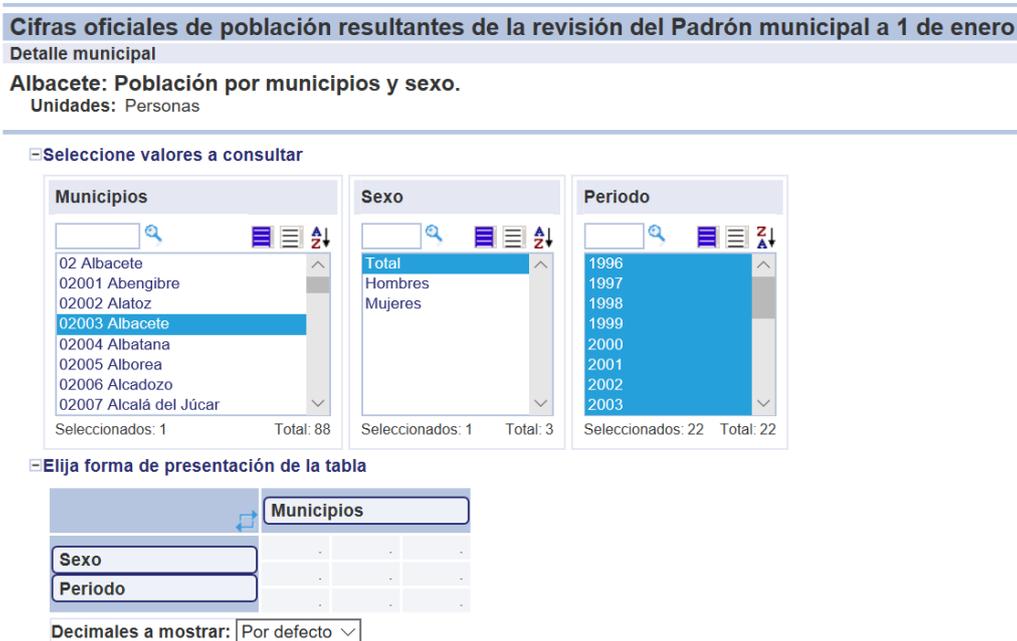
1. Abrimos la página del INE, www.ine.es.
2. En el menú de la izquierda, buscamos el apartado Demografía y Población (Cifras de población y censos demográficos)
3. En el Padrón, consultaremos las cifras oficiales de población de los municipios españoles. Información detallada → Detalle municipal.



The screenshot shows the INE website navigation menu with categories: El INE, Métodos y proyectos, Prensa, Censo electoral, INEbase, Formación y empleo, Productos y servicios, and Sede electrónica. Below the menu is a table titled 'Operaciones estadísticas que el INE elabora de forma periódica' with columns for 'Últimos datos' and 'Información detallada'. The table lists 'Cifras oficiales de población de los municipios españoles: Revisión del Padrón Municipal' with a date of '01/01/2017' and a document icon.

Gráfico 4. Operaciones estadísticas con datos del INE.

Seleccionaremos únicamente Albacete, Población Total, y en orden ascendente. Es importante la forma de presentación de la Tabla, pues luego queremos tratar los datos con Geogebra.



The screenshot shows the 'Detalle municipal' page for Albacete. It displays the title 'Albacete: Población por municipios y sexo' and 'Unidades: Personas'. Below this, there are three selection panels: 'Municipios' (with '02003 Albacete' selected), 'Sexo' (with 'Total' selected), and 'Periodo' (with years 1996-2003 selected). A table titled 'Elija forma de presentación de la tabla' shows the selected criteria. At the bottom, there is a 'Decimales a mostrar' dropdown set to 'Por defecto'.



Gráfico 5. Generación de tablas de población por municipios y sexo con datos del INE

Descargaremos la tabla generada en formato CSV, para evitar los problemas con las comas decimales y los puntos separadores de miles. (En EXCEL no es necesario)

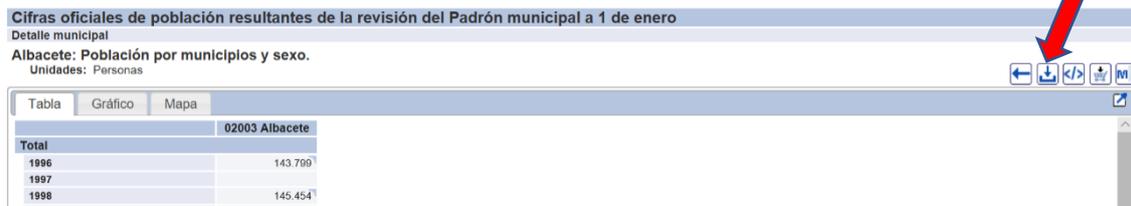


Gráfico 6. Descargas de datos.

Seguidamente, abriremos Geogebra, con la vista Hoja de Cálculo. Situándonos en la casilla A1, importaremos los datos del archivo generado anteriormente y eliminaremos las filas innecesarias.

Seleccionando las columnas de la HC, crearemos la lista de puntos, que aparecerán en la vista gráfica, una vez hayamos modificado los ejes para una representación más adecuada.

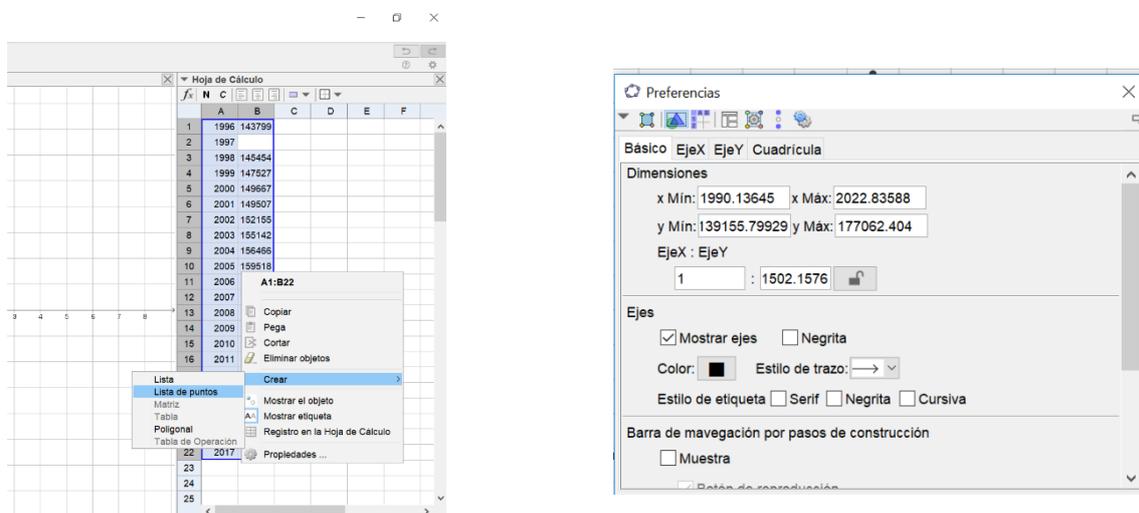


Gráfico 7. Creación de listas con Geogebra.

Con la herramienta Recta Perpendicular, Ajuste Lineal, al seleccionar los puntos obtenemos la recta de regresión lineal.



Gráfico 8. Recta de regresión con datos del INE. Elaboración propia.

Que, a su vez nos p

Si nos situamos en la ventana de la Hoja de Cálculo podremos obtener todas las constantes del estudio en dos variables:

1. Selecciona las dos columnas de los datos a tratar (elimina el año 1997)
2. De la barra de herramientas, selecciona "Análisis de regresión en dos variables"



Gráfico 9. Análisis de regresión en dos variables con Geogebra

3. Halla la tabla con todos los cálculos estadísticos, destaca el valor del Coeficiente de correlación o de Pearson (r) que ayudará a determinar el grado de relación de las dos variables (ambas cuantitativas y continuas):

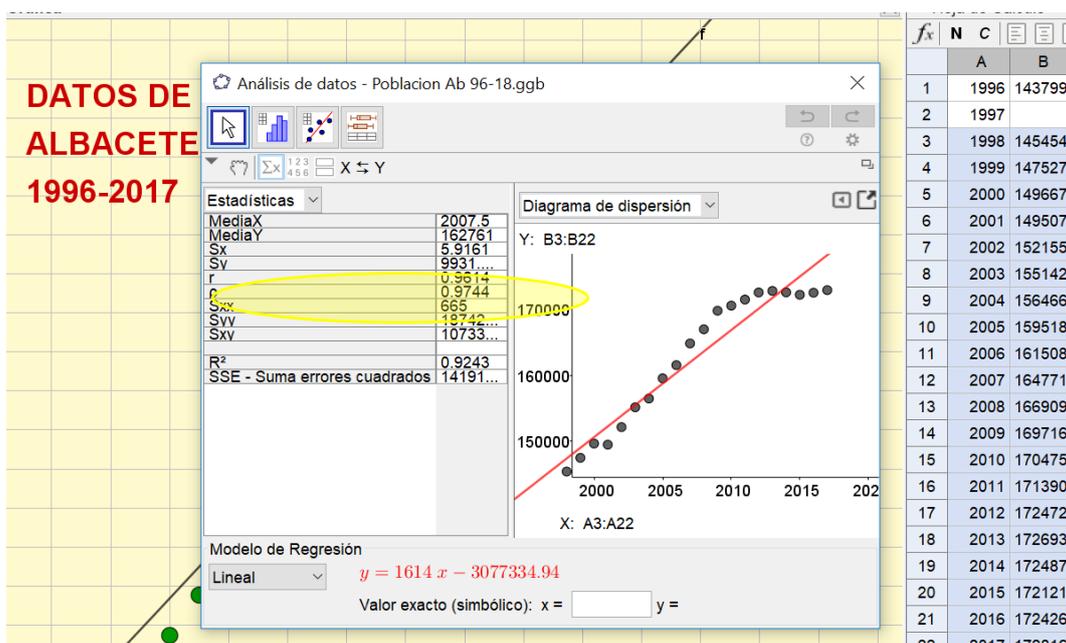


Gráfico 10. Obtención de datos estadísticos con Geogebra.

4. Visualiza el modelo de regresión que mejor ajusta los datos.
5. **Trata de predecir la población** para un año concreto, por ejemplo 2019, escribiendo $f(2019)$ en la barra de entrada.
6. En los casos afectados por la despoblación, trata de **predecir el año en que la población desaparecerá** si la tendencia actual se mantiene, con el comando **Raíz**, referido a la recta de regresión, en la barra de entrada.
7. O bien, situando un punto genérico en la recta de regresión y observando su evolución con el paso de los años.

7.3. ESTUDIO COMPARADO DE LAS RECTAS DE REGRESIÓN

Una vez obtenidas las rectas de regresión donde se observa la evolución de la población de los pueblos analizados.

1. Representálas en una misma gráfica, salvo la correspondiente a la población de Albacete. Modifica los ejes y las escalas si es necesario. Usa varios colores y distintos nombres. Vamos a obtener un diagrama así:

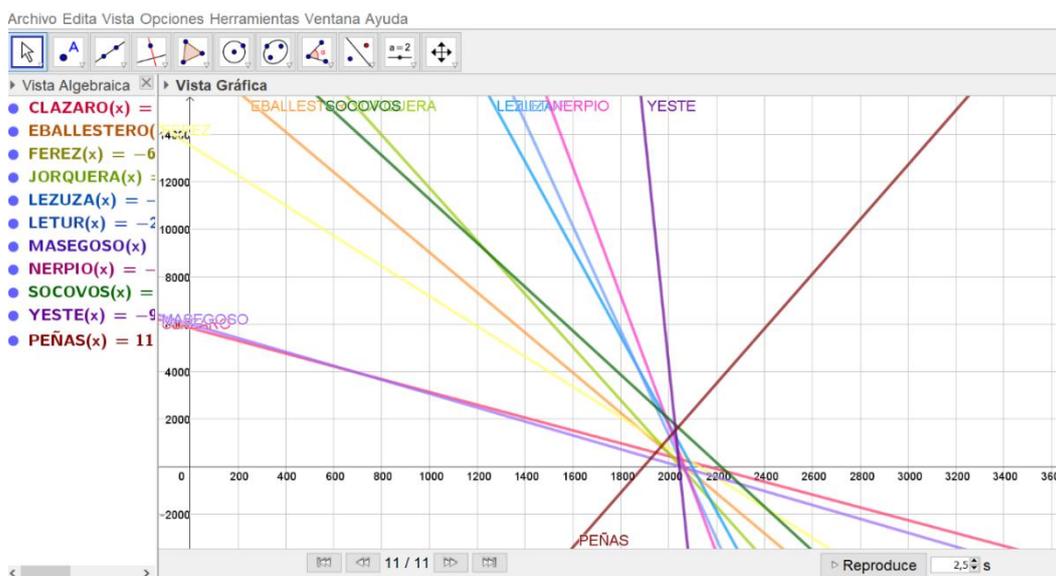


Gráfico 11. Estudio comparado de rectas de regresión sobre poblaciones de Albacete. Elaboración propia.

2. Establece un protocolo donde se observe la construcción progresiva de las rectas anteriores. Construye un GIF asociado a dicho protocolo.
 - a. Puedes repasar los pasos de la construcción en el menú **VISTA → PROTOCOLO DE CONSTRUCCIÓN**.
 - b. Para crear un **GIF ANIMADO** asociado al protocolo de construcción:
 - i. Construir un deslizador n de números naturales (incremento entero)
 - ii. Mover el paso de creación del deslizador al primer lugar.



- iii. En propiedades del deslizador, en la pestaña **Programa de guión (scripting)** → Al actualizar, escribir en una línea de código **“FijaPasoConstrucción(n)”**
 - iv. Conforme el deslizador toma un valor, muestra ese paso de construcción.
 - v. **Exportar Vista Gráfica a GIF Animado** con el deslizador n (se puede elegir entre bucle o no)
3. Responde a las siguientes preguntas:
- a. Señala las pendientes y ordenadas en el origen de las rectas obtenidas.
 - b. ¿Qué pueblo tiene pendiente negativa más pronunciada?
 - c. ¿Qué pueblos tienen tendencias aproximadamente paralelas?
 - d. ¿Qué población destaca por su crecimiento? Indica las medidas que, a tu parecer, han influido en ese cambio.
 - e. ¿Cuáles son los distritos judiciales o comarcas más afectados por la despoblación?
 - f. ¿En qué intervalo de tiempo podremos ver una despoblación total de las poblaciones estudiadas? Haz zoom para acercar la imagen.
 - g. ¿Qué tres poblaciones de las analizadas quedan despobladas en un intervalo de aproximadamente 8 años?
 - h. ¿Qué otras dos poblaciones se quedan sin habitantes a la vez?

7.4. PIRÁMIDES DE POBLACIÓN CON DATOS DEL INE Y GEOGEBRA

Utilizaremos el comando Barras para crear dos diagramas de barras enfrentados, con datos diferentes para hombres y mujeres, referidos al año 2017.

Es conveniente leer el material correspondiente en la web http://titulaciongeografia-sevilla.es/contenidos/becarios/materiales/archivos/PIRAMIDES_DE_POBLACION.pdf

1. Abre la página del INE, www.ine.es.
2. En el menú de la izquierda, busca el apartado **Demografía y Población** (Padrón. Población por municipios)
3. En **Estadística del padrón continuo (Información detallada, datos 2018)** selecciona **Resultados** → Pestaña **Definitivos**
4. Selecciona **Resultados detallados. Período 1996-2017**
5. En el apartado **Por municipios**, elige el **año 2017** y presiona el botón **IR**.

The screenshot shows the INE website interface. The top navigation bar includes 'Estadística', 'El INE', 'Metodos y proyectos', 'Prensa', 'Censo electoral', 'INEbase', 'Formación y empleo', 'Productos y servicios', and 'Sede electrónica'. The main content area is titled 'INEbase / Demografía y población'. On the left, there is a sidebar menu with categories like 'Estadísticas A..Z', 'Lista completa de operaciones', 'Agricultura y medio ambiente', 'Ciencia y tecnología', 'Demografía y población', 'Economía', 'Industria, energía y construcción', 'Mercado laboral', 'Nivel y condiciones de vida (IPC)', 'Servicios', and 'Sociedad'. The 'Demografía y población' section is expanded to show 'Padrón. Población por municipios'. Below this, there is a table with three columns: 'Operaciones estadísticas que el INE elabora de forma periódica', 'Últimos datos', and 'Información detallada'. A red arrow points to the row 'Estadística del Padrón continuo'.

Operaciones estadísticas que el INE elabora de forma periódica	Últimos datos	Información detallada
Cifras oficiales de población de los municipios españoles: Revisión del Padrón Municipal	01/01/2017	
Estadística del Padrón continuo	Datos provisionales 01/01/2018	
Nomenclátor: Población del Padrón Continuo por unidad poblacional	01/01/2017	
Relación de municipios y sus códigos por provincias	01/01/2018	
Estadística de variaciones residenciales	Año 2017	
Estadística del Padrón de españoles residentes en el extranjero	01/01/2018	



Gráfico 12. Estadística del padrón continuo con datos del INE.



Gráfico 13. Obtención de datos de población por municipios en 2017.

- Haz las elecciones en las tablas, descargando los datos en formato CSV para evitar problemas con los decimales (no es necesario si usamos la tabla del Gráfico 15)

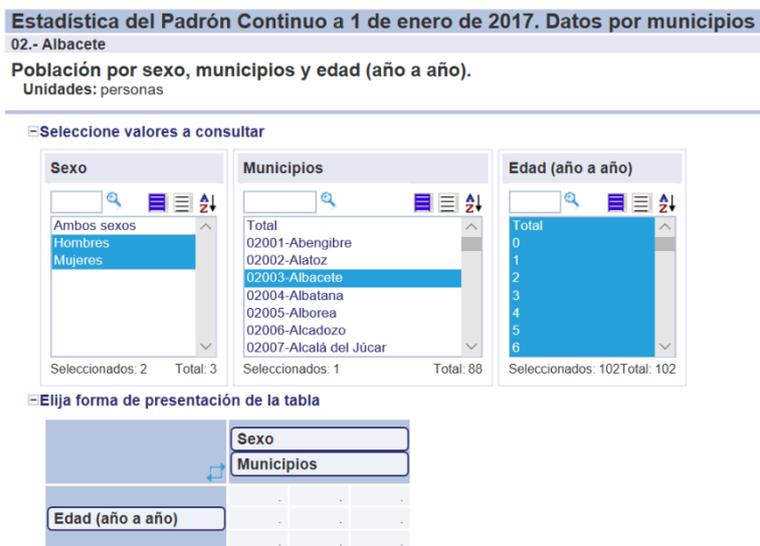


Gráfico 14. Generación de resultados de población por sexo, municipios y edad (año a año) con datos del INE.

- De forma manual, o a través de la hoja de cálculo de Geogebra, organiza los datos en una tabla con los siguientes grupos de población:

INTERVALOS	HOMBRES	MUJERES
[0,4]		
[5,9]		
[10,14]		
[15,19]		
[20,24]		
[25,29]		
[30,34]		
[35,39]		



[40,44]		
[45,49]		
[50,54]		
[55,59]		
[60,64]		
[65,69]		
[70,74]		
[75,79]		
[80,84]		
[85,89]		
[90,94]		
[95,99]		
100 Y MÁS		

Gráfico 15. Tabla para agrupar datos por intervalos. Elaboración propia.

8. Seguidamente, abre Geogebra, con la vista Hoja de Cálculo e introduce los datos anteriores en las tres columnas A, B y C. La columna **A** contendrá los intervalos que nos serán útiles para estudiar la pirámide obtenida.
9. La columna B contendrá los datos relativos a hombres. La columna C los datos relativos a mujeres. Añade una columna auxiliar D escribiendo $= -C2$ en la casilla correspondiente, y estira hacia abajo. **Como los datos son valores bastante bajos, no hace falta calcular porcentajes.**
10. Crea dos listas l1 y l2 con los datos de hombres (B) y mujeres con signo negativo (D).
11. En la barra de entrada, sabiendo que hay 22 intervalos, creamos dos diagramas de barras con el comando **Barras(valor inicial, valor final, lista de alturas)**:



12. Modifica los ejes para que se visualicen los dos diagramas enfrentados, colorea los diagramas de barras y añade textos correspondientes. La altura de la pirámide debería ser 2/3 de la base (más ancha que alta). La idea es obtener un diagrama así:

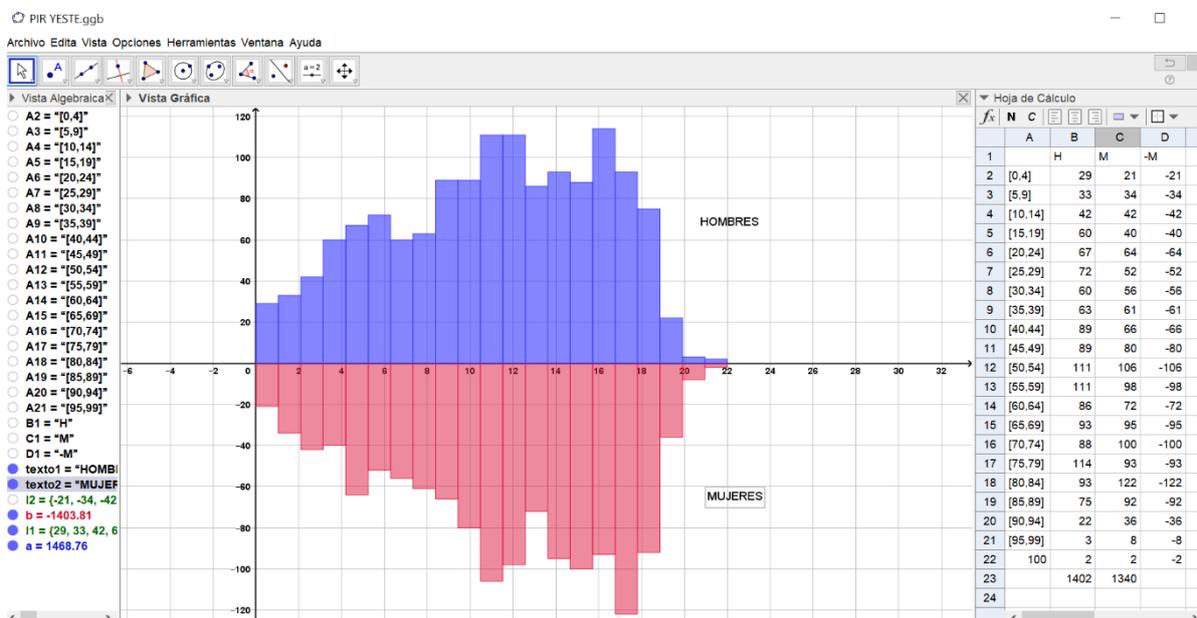


Gráfico 16. Pirámide de población de Yeste en 2017 con Geogebra. Elaboración propia.

13. Responde a las siguientes preguntas:
 - a. ¿Qué forma tiene tu pirámide de población?
 - b. Señala en qué intervalos aparecen muescas. ¿A qué crees que pueden deberse?
 - c. ¿Hay señales de migraciones? ¿Por qué?
14. Una vez se han obtenido todas las pirámides de los pueblos estudiados, analiza las de los pueblos con menos peligro de despoblación y ofrece, si puedes, sugerencias para el resto de las poblaciones.

