

LEIS DO SENO

Bom, como podemos ver, uma vez estudando o triângulo retângulo para as diferentes ângulos internos do mesmo no primeiro quadrante, podemos montar a tabela de senos cossenos e tangente de um ângulo que varie de 0° á 90° ou 0° á $\pi/2$ e a partir de sua simetria com relação ao eixo das ordenadas (OY) ou das abscissas (OX) e ainda a origem do plano cartesiano ponto (0,0), podemos encontrar os valores destas funções para o intervalo de 90° á 360° ou $\pi/2$ á 2π , estudando para isto o sinal de cada função em cada quadrante.

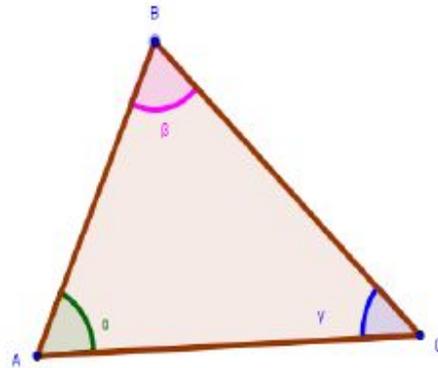
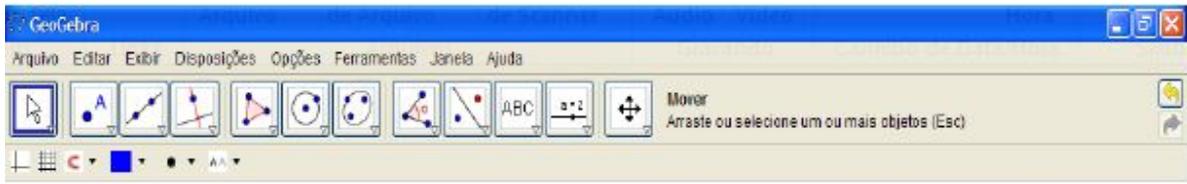
Desta forma, se a partir das relações entre os lados de um triângulo retângulo (ou de um ângulo) podem-se encontrar os valores de seno, cosseno e tangente do ângulo formado entre eles, então por que não fazer o contrário? Será que podemos a partir das medidas de seno ou cosseno de um ângulo encontrar as medidas dos lados?

É isto mesmo, e é desta maneira que poderemos perceber que a relação de seno e cosseno não existe apenas em triângulos retângulos e sim para um triângulo qualquer.

Que para isto percebemos alguns detalhes interessantes, vamos lá.

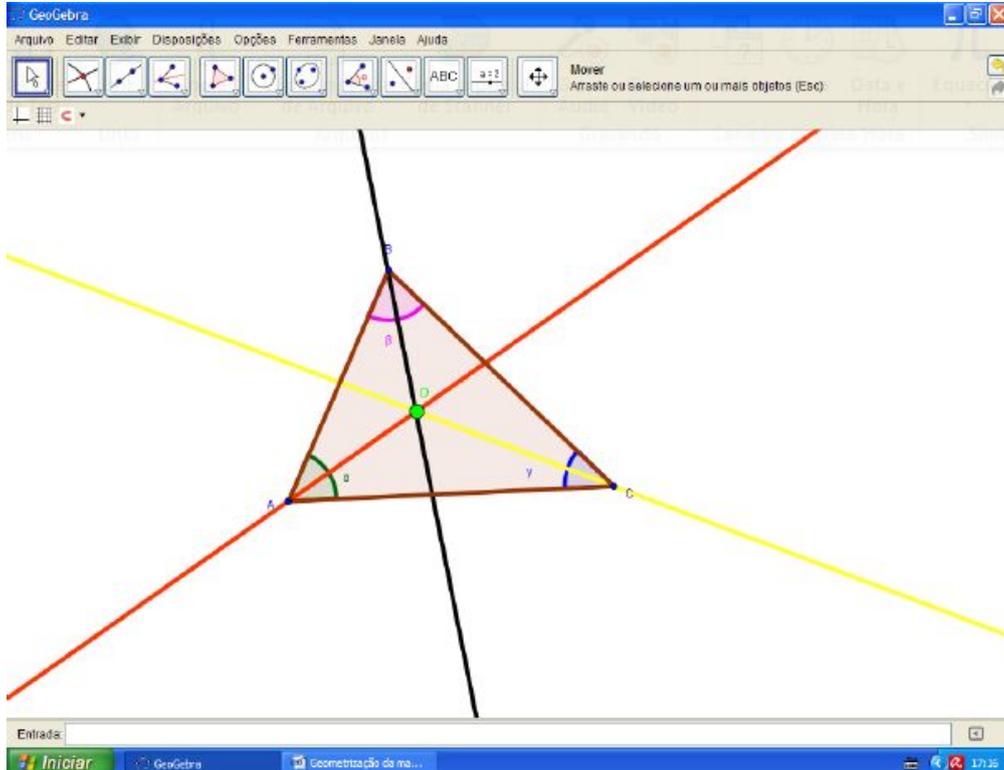
Com a ferramenta “polígono” desenhe um polígono de três lados ABC, (triângulo ABC), depois com a ferramenta “bissetriz” clique nos lados do triângulo dois a dois para encontrar o ponto comum entre estas retas (ponto D), sabe o que acabamos de encontrar? O baricentro do triângulo, (o leitor poderá estudar melhor a construção do baricentro de um triângulo no livro ESTUDO DE

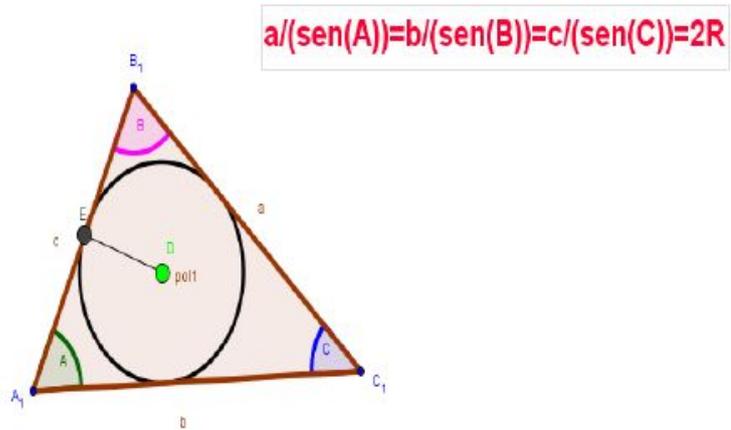
TRIÂNGULOS POR MEIO DO SOFTWARE GEOGEBRA), e para que sirva este ponto no centro do triângulo?



Por ele determinaremos o centro da circunferência circunscrita no triângulo em estudo, pois dela sairá à relação $2R$ da fórmula de leis de seno que será desenvolvida a seguir.

$$a/\text{sen}(A)=b/\text{sen}(B)=c/\text{sen}(C)=2R$$



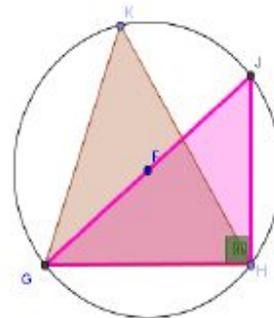
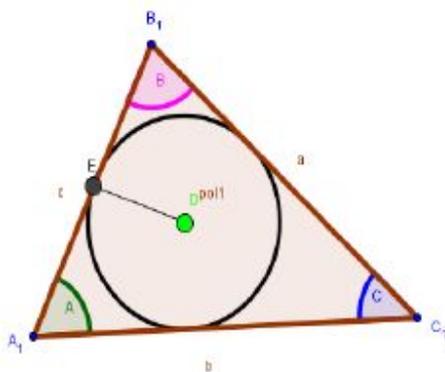


E então você se pergunta de onde veio o $2R$? Já lhe mostro.

Conforme passos já vistos neste livro, construa uma circunferência e dentro dela um triângulo reto e outro agudo, mas ambos com um lado comum e com todos os seus vértices pertencentes à circunferência. Conforme abaixo:



$$a/(\text{sen}(A))=b/(\text{sen}(B))=c/(\text{sen}(C))=2R$$



$$HJ/(\text{sen}(G))=GJ/(\text{sen}(H))=GH/(\text{sen}(J))=2R$$



Percebe agora? A expressão $c/\text{sen}(C)=2r$ é um caso particular do triângulo reto onde obteremos $\text{diagonal}/\text{sen}(90)=2r$ que implica $\text{diagonal} = \text{diagonal}/1$.

Percebe agora?

Perceba que esta lei trata destas relações da mesma maneira que podemos tratar das proporções, a medida do lado (a) está para seu seno assim como a medida do lado (b) está para seu seno assim como a medida do lado (c) está para seu seno assim como a diagonal da circunferência (hipotenusa do triângulo retângulo) está para seu seno ($\text{sen}(90) = 1$) ou está para $2R$ ou se preferir esta para a diagonal.

Outra maneira de percebê-la esta no seguinte desenvolvimento, tome

$$c/\text{sen}(C)=2r$$

Se multiplicarmos ambas as partes da expressão por $\text{sen}(C)$ teremos

$$\text{sen}(C) * c/\text{sen}(C)=2R * \text{sen}(C) \text{ ou}$$

$$c = 2R \text{sen}(C)$$

Mas se pensarmos $2R$ como um lado que é a hipotenusa de um triângulo reto então teremos $c = h \cdot \text{sen}(C)$ e como sabemos que c é o lado oposto do ângulo C da função

$\text{sen}(C)$ então dividimos agora ambos os lados da expressão por h e teremos $\frac{c}{h} = \text{sen}(C)$ isto te lembra algo das páginas anteriores?

Assim, pela lei dos senos podemos obter as medidas dos lados de um triângulo sempre que saibamos um de seus ângulos e dois de seus lados ou mesmo se soubermos que um de seus lados é a medida da diagonal de uma circunferência, podemos obter o ângulo se tivermos o outro lado que a forma com a diagonal ou obter o lado se tivermos a medida do ângulo.

$$\frac{c}{\text{sen}(C)} = 2R$$

Para o estudo mais aprofundado da lei dos senos é primordial que o aluno perceba os casos para quando o triângulo é retângulo, obtusângulo ou acutângulo, para tanto já adianto que os caminhos serão o mesmo e, portanto não iremos detalhar, ficando assim a disposição do leitor em abrir um bom livro de geometria e aprofundar em seus estudos, pois se lembrem de sempre de que este material nada mais é do que uma possível e simples utilização do software GeoGebra para o estudo de trigonometria, a noção básica para o uso do software.

Prossiga sempre com seus estudos.

Exercícios:

Construa um triângulo qualquer, com as ferramentas do software encontre seus ângulos e seus lados, depois confira usando a relação que está escrita na página anterior, a leis dos senos. Importante, talvez os valores vão diferenciar por algumas casas decimais, mas é devido à quantidade de casa decimais configurada no software ou na sua calculadora, não se preocupe.