

Problemas – Tema 8

Problemas resueltos - 7 - adjunto y cálculo de determinantes - regla de Chio

1. Obtener el determinante de la siguiente matriz de orden cuatro: $C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & -2 \\ -2 & -4 & -4 & 3 \\ 1 & 2 & 10 & 11 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

Vamos a desarrollar el determinante de C por los adjuntos de una línea. Para ello, vamos dejar la fila 4 con un único término distinto de cero.

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & -2 \\ -2 & -4 & -4 & 3 \\ 1 & 2 & 10 & 11 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow C'_3 = C_3 - C_2 \rightarrow C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & -2 \\ -2 & -4 & 0 & 3 \\ 1 & 2 & 8 & 11 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Desarrollando por la fila 4:

$$|C| = 0 \cdot A_{41} + 1 \cdot A_{42} + 0 \cdot A_{43} + 0 \cdot A_{44} = A_{42} = (-1)^6 \cdot |\alpha_{42}| = |\alpha_{42}|$$

El determinante de C se reduce al cálculo de un menor de orden 3.

$$|\alpha_{42}| = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -2 \\ -2 & 0 & 3 \\ 1 & 8 & 11 \end{vmatrix} = 0 + 3 + 32 - (0 + 24 - 22) = 35 - 2 = 33$$

2. Calcula sin aplicar la regla de Sarrus (usa propiedades de los determinantes) el valor del

determinante siguiente:

$$\begin{vmatrix} yz & \frac{1}{x} & x \\ xz & \frac{1}{y} & y \\ xy & \frac{1}{z} & z \end{vmatrix}$$

Desarrollaremos el determinante por la fila $i=2$, sabiendo que el determinante de una matriz es igual a la suma de los productos de los elementos de una línea por sus respectivos adjuntos.

$$|A| = \begin{vmatrix} yz & \frac{1}{x} & x \\ xz & \frac{1}{y} & y \\ xy & \frac{1}{z} & z \end{vmatrix} = (xz) \cdot A_{21} + \frac{1}{y} \cdot A_{22} + y \cdot A_{23} = -(xz) \cdot \begin{vmatrix} \frac{1}{x} & x \\ \frac{1}{z} & z \end{vmatrix} + \frac{1}{y} \cdot \begin{vmatrix} yz & x \\ xy & z \end{vmatrix} - y \cdot \begin{vmatrix} yz & \frac{1}{x} \\ xy & \frac{1}{z} \end{vmatrix}$$

$$|A| = -xz \left(\frac{z}{x} - \frac{x}{z} \right) + \frac{1}{y} (yz^2 - x^2y) - y(y - y) = -(z^2 - x^2) + (z^2 - x^2) - 0 = 0$$