

Proposta de resolução

1.

a)

A soma dos 10 primeiros termos da progressão geométrica (w_n) é dada por:

$$S_{10} = w_1 \times \frac{1 - r^{10}}{1 - r} = -1 \times \frac{1 - 2^{10}}{1 - 2} = 1 - 2^{10} = -1023$$

Resposta correta: -1023

b)

A soma $w_5 + w_6 + \dots + w_{13}$ tem 9 parcelas ($13 - 5 + 1 = 9$) e $w_5 = w_1 \times 2^4 = -16$.

Assim, esta soma é dada por:

$$w_5 \times \frac{1 - r^9}{1 - r} = -16 \times \frac{1 - 2^9}{1 - 2} = -8176$$

Resposta correta: -8176

2.

A sucessão das áreas dos quadrados (a_n) é uma progressão geométrica de razão $\frac{1}{4}$, em que $a_1 = 4^2 = 16$.

A soma dos primeiros 8 termos de (a_n) é dada por:

$$S_8 = 16 \times \frac{1 - \left(\frac{1}{4}\right)^8}{1 - \frac{1}{4}} = 16 \times \frac{65535}{65536} = \frac{21845}{1024}$$

Resposta correta: $\frac{21845}{1024}$

3.

Seja (u_n) a progressão geométrica.

Tendo em conta que se trata de uma progressão geométrica tem-se:

$$\frac{a+6}{a} = \frac{a+18}{a+6} \Leftrightarrow \underbrace{(a+6)^2 = a^2 + 18a}_{\substack{a \neq 0 \\ a \neq -6}} \Leftrightarrow a^2 + 12a + 36 = a^2 + 18a \Leftrightarrow a = 6$$

Então, a razão da progressão, r , é igual a:

$$r = \frac{a+6}{a} = \frac{6+6}{6} = 2$$

Como a soma dos 7 primeiros termos da progressão é igual a 381, tem-se:

$$u_1 \times \frac{1-2^7}{1-2} = 381 \Leftrightarrow u_1 \times 127 = 381 \Leftrightarrow u_1 = \frac{381}{127} = 3$$

Resposta correta: $u_1 = 3$