

Modellieren mit linearen Funktionen

Wiederholungsaufgabe: Löse das LGS mit dem Einsetzungsverfahren.

$$\text{I: } 5.98 = 100a + b$$

$$\text{II: } 10.93 = 600a + b$$

1. **Schritt:** Löse die Gleichung I nach b auf.

$$\begin{aligned} 5.98 &= 100a + b && | - 100a \\ 5.98 - 100a &= b \\ b &= 5.98 - 100a \end{aligned}$$

2. **Schritt:** Setze den Term für b in II ein.

$$\text{II': } 10.93 = 600a + 5.98 - 100a$$

3. **Schritt:** Löse die Gleichung II' nach a auf.

$$\begin{aligned} 10.93 &= 600a + 5.98 - 100a \\ 10.93 &= 500a + 5.98 && | - 5.98 \\ 4.95 &= 500a && | \div 500 \\ a &= 0.0099 \end{aligned}$$

4. **Schritt:** Setze den Term für a in I ein und löse dann die Gleichung nach b auf.

$$\begin{aligned} 5.98 &= 100 \cdot 0.0099 + b \\ 5.98 &= 0.99 + b && | - 0.99 \\ b &= 4.99 \end{aligned}$$

5. **Lösungen des LGS:** (0.0099 | 4.99)

Modellierungsaufgabe: Til erzählt seinem Freund Lars von seinen Internetkosten. „Im letzten Monat war ich nur 100 min im Internet und habe dafür 5,98 € gezahlt. Davor musste ich für 10 h nur 10,93 € bezahlen.“ „Dann hast du aber eine hohe monatliche Grundgebühr“, stellt Lars fest.

Bestimme die Grundgebühr sowie die Kosten pro Online-Minute für Tils Internetanbieter.¹

Auftrag: Begründe, warum die o. g. Aufgabe mittels einer linearen Funktion gelöst werden kann. Suche entsprechende Textstellen.

¹ Quelle: Brandt, D. et al. (2006). Lambacher Schweizer, Band 4, S. 104, Beispiel 1. Deutschland: Ernst Klett Verlag GmbH, Stuttgart.

Lösungsweg A mit LGS

1. Textanalyse: Unterstreiche auf deiner Schreibfolie.

Til erzählt seinem Freund Lars von seinen Internetkosten. „Im letzten Monat war ich nur **100 min** im Internet und habe dafür **5,98 €** gezahlt. Davor musste ich für **10 h** nur **10,93 €** bezahlen.“ „Dann hast du aber eine hohe monatliche Grundgebühr“, stellt Lars fest. Bestimme die Grundgebühr sowie die Kosten pro Online-Minute für Tils Internetanbieter.

2. Allgemeine Funktionsgleichung notieren:

Vermutlich gilt ein linearer Zusammenhang:

$$y = m \cdot x + c.$$

y ... Gesamtkosten in €

x ... Anzahl der Online-Minuten

m ... Preis pro Online-Minute in €/min

(Änderungsrate, Steigung)

c ... monatliche Grundgebühr in €

Gesucht: c, m

3. Einsetzen der bekannten Größen und Aufstellen von Gleichungen:

Aus der Textanalyse gewinnen wir zwei Wertepaare der Form $(x|y)$: $(100|5.98)$ und $(600|10.93)$.

Lösungsansatz: $y = m \cdot x + c$

Es sind m, c gesucht.

Einsetzen der bekannten Größen erzeugt ein LGS:

$$\text{I: } 5.98 = m \cdot 100 + c$$

$$\text{II: } 10.93 = m \cdot 600 + c$$

4. Lösen des LGS bzw. umformen nach den gesuchten Größen:

Siehe Aufgabe 1

$$a \leftrightarrow m$$

$$b \leftrightarrow c$$

$$m = 0.0099$$

$$c = 4.99$$

5. Antwortsatz:

Die monatliche Grundgebühr ist 4,99 €. Pro Online-Minute zahlt Til 0,99 ct.

Lösungsweg B ohne LGS

1. Textanalyse: *Unterstreiche auf deiner Schreibfolie.*

Til erzählt seinem Freund Lars von seinen Internetkosten. „Im letzten Monat war ich nur **100 min** im Internet und habe dafür **5,98 €** gezahlt. Davor musste ich für **10 h** nur **10,93 €** bezahlen.“ „Dann hast du aber eine hohe monatliche Grundgebühr“, stellt Lars fest. Bestimme die Grundgebühr sowie die Kosten pro Online-Minute für Tils Internetanbieter.

2. Allgemeine Funktionsgleichung notieren:

Vermutlich gilt ein linearer Zusammenhang:

$$y = m \cdot x + c.$$

y ... Gesamtkosten in €

x ... Anzahl der Online-Minuten

m ... Preis pro Online-Minute in €/min
(Änderungsrate, Steigung)

c ... monatliche Grundgebühr in €

Gesucht: c, m

3. Aus zwei Wertepaaren berechnen wir die Änderungsrate m (Steigung):

Aus der Textanalyse gewinnen wir zwei Wertepaare der Form $(x|y)$: $(100|5.98)$ und $(600|10.93)$.

$$m = \frac{10.93 - 5.98}{600 - 100}$$

$$m = 0.0099$$

4. Einsetzen der bekannten Werte in den Lösungsansatz $y = m \cdot x + c$ und dann c berechnen:

$$(100|5.98), m = 0.0099$$

Einsetzen in den Lösungsansatz:

$$5.98 = 0.0099 \cdot 100 + c.$$

Gleichung vereinfachen und dann nach c auflösen:

$$5.98 = 0.99 + c \quad | - 0.99$$

$$c = 4.99$$

5. Antwortsatz:

Die monatliche Grundgebühr ist 4,99 €. Pro Online-Minute zahlt Til 0,99 ct.