

Гимназија "Исидора Секулић"

# КВАДРАТНА ЈЕДНАЧИНА

задачи ученика другог разреда

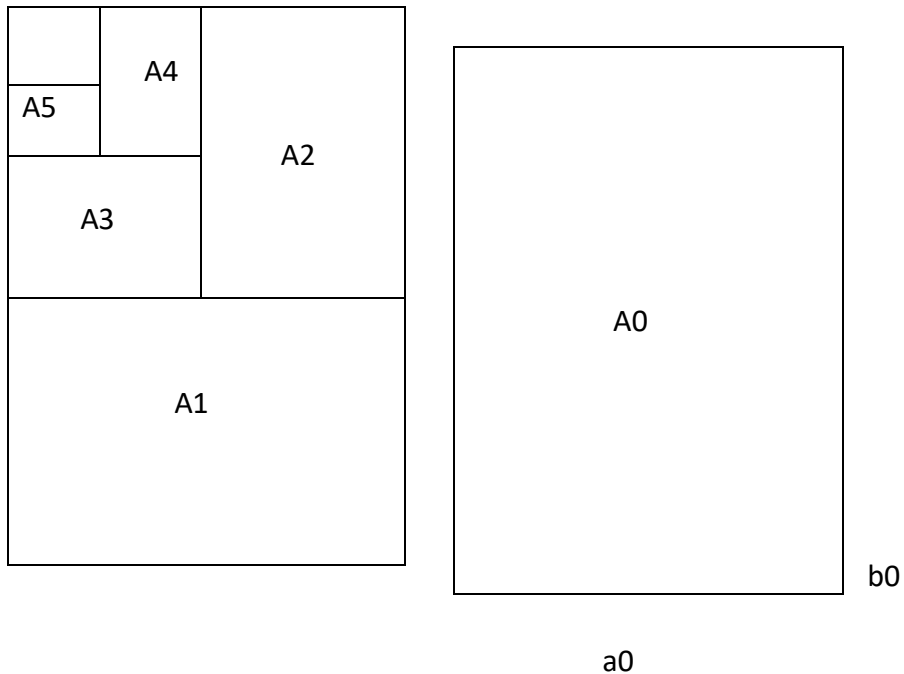
Мирјана Јовановић, наставник математике  
одељење II-3

2023/24.

## V ГРУПА

A-формати папира настају на следећи начин: A0 је правоугаоник површине  $1\text{m}^2$ , чије су странице у размери  $\sqrt{2}$ . Сваки следећи формат (A1, A2, ...) настаје дељењем претходног на два једнака дела. Питање је зашто су странице почетног A0 формата баш у тој размери.

- Одреди размеру страница (већа према мањој) формата A1, A2, ... A5
- Који се закључак намеће?
- Провери да ли постоје још неки правоугаоници са истом особином.



$$\begin{aligned}
 b_0 : a_0 &= \sqrt{2} : 1 \\
 a_0 \times b_0 &= 1\text{m}^2 \\
 a_0 \times a_0 \sqrt{2} &= 1 \\
 a_0^2 &= \frac{1}{\sqrt{2}} \\
 a_0 &= \frac{1}{\sqrt[4]{2}} \\
 b_0 &= 1 \div a_0 \\
 b_0 &= \sqrt[4]{2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 a_1 &= \frac{b_0}{2} \\
 b_1 &= a_0
 \end{aligned}$$

$$b_1 : a_1 = a_0 \div \frac{b_0}{2} = 2a_0 \div b_0 = \frac{2}{\sqrt[4]{2}} \div \sqrt[4]{2} = \frac{2}{\sqrt[4]{2}} \times \frac{1}{\sqrt[4]{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

$$a_2 = \frac{a_0}{2}$$

$$b_2 : a_2 = \frac{b_0}{2} \div \frac{a_0}{2} = b_0 \div a_0 = \sqrt[4]{2} \div \frac{1}{\sqrt[4]{2}} = \sqrt[4]{2} \times \sqrt[4]{2} = \sqrt{2}$$

$$b_2 = \frac{b_0}{2}$$

$$a_3 = \frac{b_2}{2} = \frac{b_0}{4}$$

$$b_3 : a_3 = \frac{a_0}{2} \div \frac{b_0}{4} = \frac{4a_0}{2b_0} = 2a_0 \div b_0 = \frac{2}{\sqrt[4]{2}} \div \sqrt[4]{2} = \frac{2}{\sqrt[4]{2}} \times \frac{1}{\sqrt[4]{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

$$b_3 = \frac{b_1}{2} = \frac{a_0}{2}$$

$$a_4 = \frac{b_3}{2} = \frac{a_0}{4}$$

$$b_4 : a_4 = \frac{b_0}{4} \div \frac{a_0}{4} = b_0 \div a_0 = \sqrt[4]{2} \div \frac{1}{\sqrt[4]{2}} = \sqrt[4]{2} \times \sqrt[4]{2} = \sqrt{2}$$

$$b_4 = \frac{b_2}{2} = \frac{b_0}{4}$$

$$a_5 = \frac{b_4}{2} = \frac{b_0}{8}$$

$$b_5 : a_5 = \frac{a_0}{4} \div \frac{b_0}{8} = 2a_0 \div b_0 = \frac{2}{\sqrt[4]{2}} \times \frac{1}{\sqrt[4]{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

$$b_5 = \frac{b_3}{2} = \frac{a_0}{4}$$

**ЗАКЉУЧАК:** Сви правоугаоници имају исту размеру , а то је  $\sqrt{2}:1$ .

## V GRUPA

Збир бројева свих страница једне сликовнице је 300. Колико страница има та сликовница?

n-број страница

број парова-  $\frac{n}{2}$

збир парова- n+1

$$\frac{(n + 1) \cdot n}{2} = 300$$

$$n^2 + n = 600$$

$$n^2 + n - 600 = 0$$

$$n_{1/2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 2400}}{2} = \frac{-1 \pm 49}{2}$$

$$n=24 \text{ ili } n=-25$$

Како број страница не може бити негативан, решење је 24.

## VI група

Радили: Лиа Ракић, Теодора Арбутина, Ана Марјановић, Васја Савановић

1. Пуж и корњача крећу се једно другом у сусрет. Пуж за 1 сат пређе 3 метра, док корњача у првом сату пређе 1 метар, а сваки следећи сат по метар више него за претходни сат. Колико је почетно растојање између пужа и корњаче, ако се сретну на средини пута?



$$1h \quad 3$$

$$2h \quad 3+3$$

$$3h \quad 3+3+3$$



$$3+3+3+\dots+3$$

**3n-укупан пређени пут**

$$1$$

$$1+2$$

$$1+2+3$$



$$1+2+3+\dots+n$$

$$\frac{n(1+n)}{2} \text{ -укупан пређени пут}$$

На овај начин се рачуна укупан збир узастопних бројева, нпр. ако има 4 броја збир ће бити  $1+2+3+4$  или  $(1+4)+(2+3)$  или као  $2*5$ , односно  $\frac{4 \times 5}{2}$ , зато што има 4 броја и када се они групишу биће дупло мање збирова, а зборови су увек међусобно једнаки.

Да би се срели на средини пута морају у једнаком времену да пређу једнаки пут.

$$3n = \frac{n(1+n)}{2}$$

$$6n = n(1+n)$$

$$n^2 + n - 6n = 0$$

$$n(n-5) = 0$$

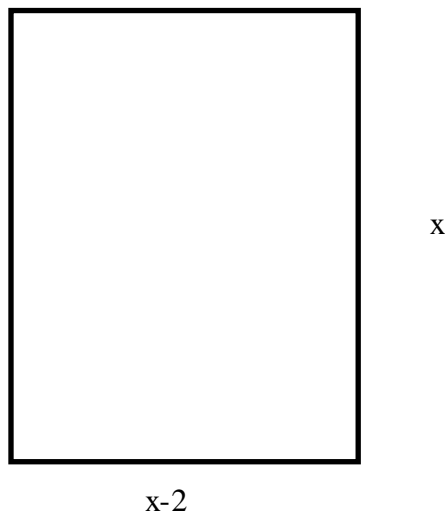
$$n = 0 \vee n - 5 = 0$$

$$n = 0 \vee n = 5$$

Да је 0 решење то би значило да се они већ налазе једно поред другог. Због тога решење је 5, пуж је за 5 сати прешао 15m, што представља половину пута зато је укупан пут 30m.

2. Мирко прави купатило правоугаоног облика. Има 48 плочица које треба да постави на под купатила, тако да краћа страница има за две мање плочице него дужа. Колико плочица треба да буде на краћој, а колико на дужој страни?

Скица која одговара задатку:



**Решење задатка:**

Купатило је правоугаоног облика са дужином од  $X$  плочица и ширином од  $X-2$  плочица. Укупан број плочица представља производ броја плочица по ширини и дужини.

број плочица по дужини **ПУТА** број плочица по ширини = укупан број плочица

Уврштавањем непознате  $x$  и укупног броја плочица добијамо:

$$x \cdot (x - 2) = 48$$

Следећа једначина може да се реши на више начина, ми смо користили методу допуне до потпуног квадрата

$$x^2 - 2x - 48 = 0$$

$$x^2 - 2x + 1 - 1 - 48 = 0$$

$$(x - 1)^2 - 49 = 0$$

$$(x - 1 - 7) \cdot (x - 1 + 7) = 0$$

$$(x - 8) \cdot (x + 6) = 0$$

Постоје два могућа решења за број плочица по дужини 8 и -6 или математички записано:

$$x = 8 \vee x = -6$$

Број плочица по дужини не може бити негативан и због тога је једино могуће решење 8 плочица. Број плочица по ширини је  $x-2$  односно 6 плочица.

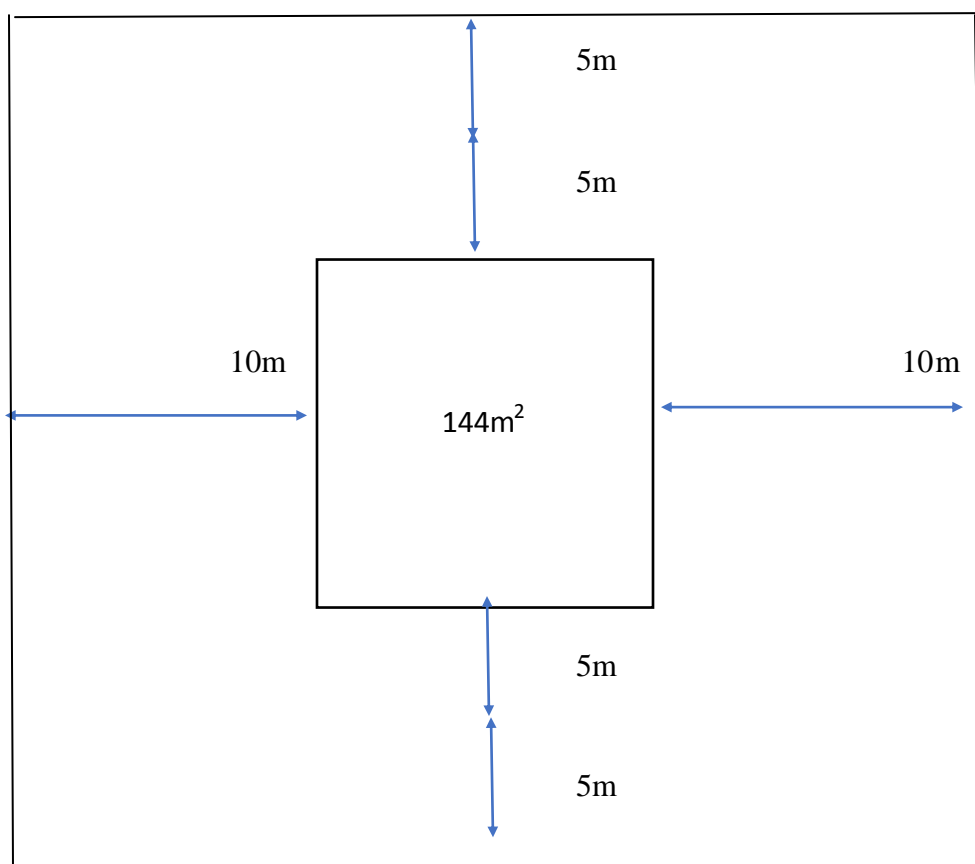
## VII група

1. Марко жели да купи плац квадратног облика и на њему сагради кућу. Градња није дозвољена на мање од 10 метара од источне и западне међе, нити на мање од 5 метара од северне и јужне међе. Колико најмање квадратних метара плаца Марко мора да купи, да би саградио кућу од  $144 \text{ m}^2$ .

а) нацртај одговарајућу скицу

б) на основу скице, постави једначину која одговара датом проблему

с) реши једначину

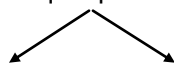


$$\text{b) } P=(20+a)*(20+a)$$

$$\text{c) } P=(20+a)*(20+a)=32*32=1024 \text{ m}^2$$

$$1024=(20+a)^2 \quad /\sqrt{\quad}$$

$$|1024| = |20 + a|$$



$$32=20+a$$

$$a=12$$

$$-32=20+a$$

$$a=-56$$

2. У једном селу налази се школа и у њој школска библиотека. Свако дете до краја свог основног школовања је узело и прочитало сваку књигу из библиотеке. Укупан број књига у библиотеци износи 435 књига. Одредити укупан број деце који похађа ту школу.

**n-број деце који похађа школу**

$$\frac{n \times (n - 1)}{2} = 435$$

$$\frac{n^2 - n}{2} = 435$$

$$\frac{2}{1} \times \frac{n^2 - n}{2} = 2 \times 435$$

$$n^2 - n = 870$$

$$n^2 - n - 870 = 0, a = 1 \quad b = -1 \quad c = -870$$

$$n = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{1 \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \times 1 \times (-870)}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{3481}}{2} = \frac{1 \pm 59}{2}$$

$$n_1 = \frac{1+59}{2} \quad n_2 = \frac{1-59}{2}$$

$$n_1 = \frac{60}{2} \quad n_2 = \frac{-58}{2}$$

$$\underline{n_1 = 30} \quad \underline{n_2 = -29}$$

**ОДГОВОР:** Ову школу похађа 30 деце.



### VIII група

Александар Сикора, Ирина Козић, НИколина Пејић, Никола Форкапић

1. У једном вртићу се одржавала радионица. У оквиру ње је свако дете морало да нацрта некакав цртеж свим другарима из одељења. Колико је ученика у том одељењу ако је израђено укупно 30 честитки?

**Поставка:**

30 – укупан број честитки

$x$  – број ученика у одељењу

$(x - 1)$  – колико је један ученик послао честитки

**Израда:**

$$x \cdot (x - 1) = 30$$

$$x^2 - x = 30$$

$$x^2 - 6x + 5x - 30 = 0$$

$$x(x - 6) + 5(x - 6) = 0$$

$$(x - 6) \cdot (x + 5) = 0$$

$$x - 6 = 0$$

$$x = 6$$

$$x + 5 = 0$$

$$x = -5$$

2. Ако две чесме напуне базен водом за  $1\frac{7}{8}$  часа, а једна чесма тај исти базен напуни за време које је за два часа дуже од времена пуњења са првом чесмом. Одредити колико времена треба првој а колико другој чесми да напуни базен.

**Поставка задатка:**

$x$  – време за које прва чесма напуни базен (у сатима)

$y$  – време за које друга чесма напуни базен (у сатима)

$$x_{1,2} = ? \quad y = ? \quad y = x + 2$$

Ако јој треба два сата дуже онда на време које треба првој чесми додамо 2 h

$$x + y = 1\frac{7}{8}$$

Оне заједно напуне базен за  $1\frac{7}{8}$  часа, тако да је њихов збир једнак  $1\frac{7}{8}$  часа

Заменимо податке из текста  $x + x + 2 = 1\frac{7}{8}$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+2} = \frac{1}{1\frac{7}{8}}$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+2} = \frac{1}{\frac{15}{8}}$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+2} = \frac{8}{15}$$

$$15 \cdot (x + 2) + x \cdot 15 = 8x \cdot (x + 2) \quad \rightarrow \quad 15x + 30 + 15x = 8x^2 + 11x$$

$$4x^2 - 7x - 15 = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$a = 4, \quad b = -7, \quad c = -15$$

$$x_{1,2} = \frac{-(-7) \pm \sqrt{(-7)^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-15)}}{2 \cdot 4}$$

$$x_{1,2} = \frac{7 \pm \sqrt{49 + 240}}{8}$$

$$x_{1,2} = \frac{7 \pm \sqrt{289}}{8}$$

$$x_{1,2} = \frac{7 \pm 17}{8}$$

$$x_1 = \frac{24}{8}$$

$$x_2 = \frac{-10}{8}$$

$$x_1 = 3$$

$$x_2 = -\frac{5}{4}$$

## 2. начин решавања

$$4x^2 - 7x - 15 = 0$$

$$4x^2 - 12x + 5x - 15 = 0$$

$$4x \cdot (x - 3) + 5 \cdot (x - 3) = 0$$

$$(x - 3) \cdot (4x + 5) = 0$$

$$x = 3$$

$$x = -\frac{5}{4}$$