

Çözüm

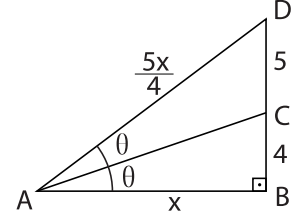
Merdivenin yere değdiği nokta A, binanın ve pencerelerin en alt noktaları sırasıyla B, C ve D olmak üzere iki durumu da içeren taslak çizim yandaki gibidir:

ABD üçgeninde [AC] iç açıortay, $|BC| = 4$ m ve $|CD| = 5$ m olduğundan $\frac{|BC|}{|CD|} = \frac{|AB|}{|AD|} = \frac{4}{5}$ olur ve $|AB| = x$, $|AD| = \frac{5x}{4}$ bulunur.

ABD üçgeninde Pisagor teoreminden

$$\left(\frac{5x}{4}\right)^2 = x^2 + 9^2 \Rightarrow \frac{25 \cdot x^2}{16} = x^2 + 81$$

$$\frac{9x^2}{16} = 81 \Rightarrow x^2 = 16 \cdot 9 \Rightarrow x = 12 \text{ metre bulunur.}$$



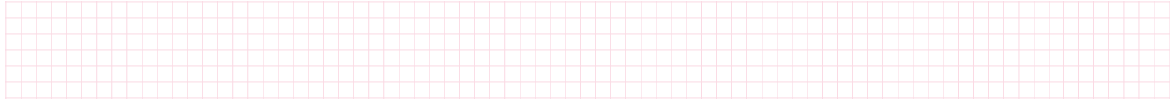
6. Sıra Sizde

Yandaki şekilde $m(\widehat{ABC}) = 90^\circ$ olan bir ABC dik üçgeni verilmiştir.

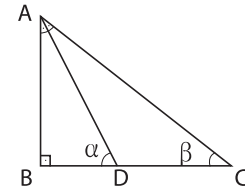
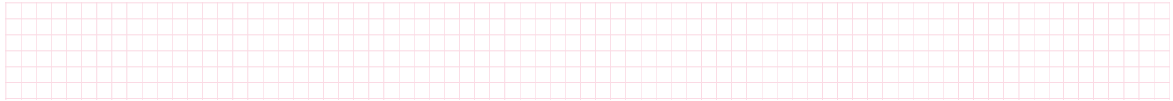
Bu üçgende [AD] açıortay ve $m(\widehat{ADB}) = \alpha$, $m(\widehat{ACB}) = \beta$ dir.

Buna göre

- a) $\frac{|AC|}{|DC|}$ oranının α değerinin hangi trigonometrik oranına karşılık geldiğini bulunuz.



- b) $\frac{|BD|}{|DC|}$ oranının β değerinin hangi trigonometrik oranına karşılık geldiğini bulunuz.



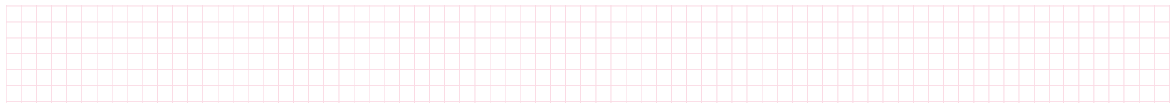
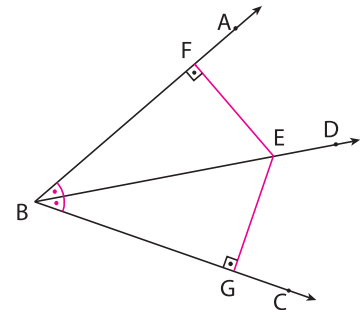
Konu ile ilgili
video

8. Uygulama

Açıortay Üzerindeki Bir Noktanın Açının Kollarına Olan Uzaklığı

Yanda verilen ABC açısında [BD] açıortayının üzerindeki E noktasından açıortayın kollarına [EF] ve [EG] dikmeleri çizilmiştir. Bu çizimden yararlanarak aşağıda istenenleri gerçekleştiriniz.

- Öğretmeniniz rehberliğinde 4 kişilik gruplara ayrılınız. Bir açının açıortay doğrusu üzerindeki bir noktadan açının kollarına indirilen dikmelerin uzunluklarının birbirleri ile ilişkisini grup arkadaşlarınızla birbirinizin düşüncelerini ve bakış açılarını anlamaya çalışarak tartışınız. Uzlaştığınız fikirlerden yola çıkarak varsayımlarda bulununuz.

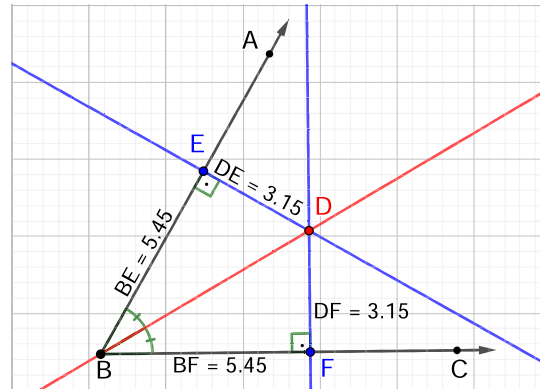


2. Bir açının açıortay doğrusu üzerindeki bir noktadan açının kollarına indirilen dikmelerin uzunluklarının birbirleri ile ilişkisine ulaşmak için yaptığınız varsayımlar hakkında grup arkadaşlarınızla tartışarak genellemelerinizi oluşturunuz.

3. Matematik yazılımları kullanarak aşağıda verilen adımları gerçekleştiriniz.
1. **adım:** Yazılımın **Işın** aracını kullanarak başlangıç noktaları B olan BA ve BC ışınlarını çiziniz.
 2. **adım:** Yazılımın **Açıortay** aracını kullanarak ABC açısına ait açıortayı çiziniz.
 3. **adım:** Yazılımın **Nokta** aracını kullanarak açıortay üzerinde bir nokta işaretleyiniz ve noktayı D olarak isimlendiriniz.
 4. **adım:** Yazılımın **Dik Doğru** aracını kullanarak D noktasından BA ve BC ışınlarına dik doğrular çiziniz.
 5. **adım:** Yazılımın **Kesiştir** aracını kullanarak çizdiğiniz dik doğruların BA ve BC ışınlarını kestiği noktaları belirleyin, ardından sırasıyla E ve F olarak isimlendiriniz.
 6. **adım:** Yazılımın **Uzaklık veya Uzunluk** ölçme aracını kullanarak aşağıdaki tabloda verilen uzunlukları hesaplayınız ve tabloyu doldurunuz.

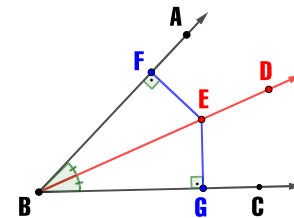
$ DE $	$ DF $	$ BE $	$ BF $

Yukarıda verilen etkinliğin matematik yazılımında yapılan benzer bir örneğinin ekran görüntüsü aşağıda verilmiştir:



4. D noktasını açığortay üzerinde sürükleyerek D noktasının farklı konumları için 3. maddedeki tabloda hesaplanan uzunlukların aldığı yeni değerleri inceleyiniz ve genellemelerinizi varsayımlarınızla karşılaştırınız.

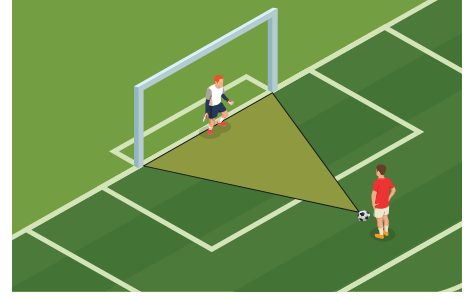
5. Oluşturduğunuz genellemeden hareketle bir açının açortay doğrusu üzerindeki bir noktadan açının kollarına indirilen dikmelerin uzunluklarının birbirleri ile ilişkisini üçgenlerin eşliği yardımıyla gösteriniz ve bir önerme olarak ifade ediniz. Bunun için yanda [BD açortayı üzerindeki E noktasından açortayın kollarına [EF] ve [EG] dikmeleri çizilmiş olan ABC açılarından yararlanınız.





6. Oluşturduğunuz önerme yardımı ile aşağıda verilen problemi çözünüz.

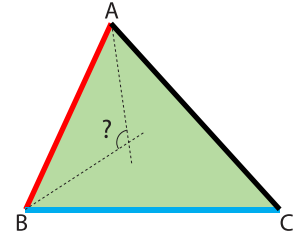
Yanda bir futbol maçında yapılacak olan penaltı atışının görseli verilmiştir. Kalecinin penaltı atışında kaleye gelen topu kurtarabilme ihtimalini artırması için kalecinin topa ve kale direklerine göre konumunun nasıl olması gerektiğini belirleyiniz.



6. Örnek

Doruk ve Burcu; kırmızı, mavi ve siyah boyalı yolların arasında bulunan ve yanda görseli verilen üçgen biçimindeki bir parkta yürüyeceklerdir. Parkın A köşesinde bulunan Doruk, kırmızı ve siyah yollara uzaklığı daima eşit olacak biçimde belirli bir yönde yürürken parkın B köşesinde bulunan Burcu, kırmızı ve mavi yollara uzaklığı daima eşit olacak biçimde belirli bir yönde yürümektedir.

Doruk ve Burcu'nun yürüyüş yönleri arasında oluşan geniş açının ölçüsü ile siyah ve mavi boyalı yolların oluşturduğu açının ölçüsü arasındaki ilişkiyi bulunuz.



Çözüm

Bir açının iç bölgesinde alınan bir nokta açının kollarına eşit uzaklıkta ise bu nokta o açının açıortayı üzerinde bulunur.

Buna göre Doruk ve Burcu'nun yürüdüğü yollar yandaki şekilde verilen ABC üçgeninde sırasıyla $\widehat{BAC}$ ile $\widehat{ABC}$ nin açıortaylarıdır.

Açıortayların kesim noktası K olarak isimlendirildiğinde

$$ABK \text{ üçgeninde } m(\widehat{AKB}) + \frac{m(\widehat{A})}{2} + \frac{m(\widehat{B})}{2} = 180^\circ \text{ dir.}$$

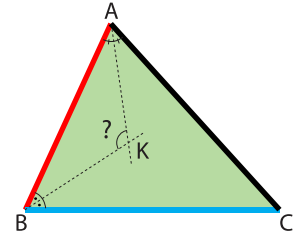
$$\text{Buradan } 2 \cdot m(\widehat{AKB}) + m(\widehat{A}) + m(\widehat{B}) = 360^\circ \text{ olur.}$$

$$ABC \text{ üçgeninde } m(\widehat{A}) + m(\widehat{B}) + m(\widehat{C}) = 180^\circ \text{ dir.}$$

$$\text{Buradan } m(\widehat{A}) + m(\widehat{B}) = 180^\circ - m(\widehat{C}) \text{ olur.}$$

$$\text{Bu iki eşitlikten } 2 \cdot m(\widehat{AKB}) + 180^\circ - m(\widehat{C}) = 360^\circ \text{ olur.}$$

$$\text{Buradan } m(\widehat{AKB}) = 90^\circ + \frac{m(\widehat{C})}{2} \text{ bulunur.}$$



9. Uygulama



Üçgenin İç Açıortaylarının Kesim Noktası

Öğretmeninizin rehberliğinde 4 kişilik gruplara ayrılınız ve 8. uygulamada ulaştığınız sonuçlardan yararlanarak aşağıdaki işlem basamaklarını gerçekleştiriniz.

1. Bir üçgenin iç açıortaylarının tek noktada kesişip kesişmediğini, kesişiyorsa bu noktanın özelliğini grup arkadaşlarınızla birbirinizin düşüncelerini ve bakış açılarını anlamaya çalışarak tartışınız. Uzlaştığınız fikirlerden yola çıkarak varsayımlarda bulununuz.

