Irrationale functies

www.karelappeltans.be

September 27, 2021

1 herhaling

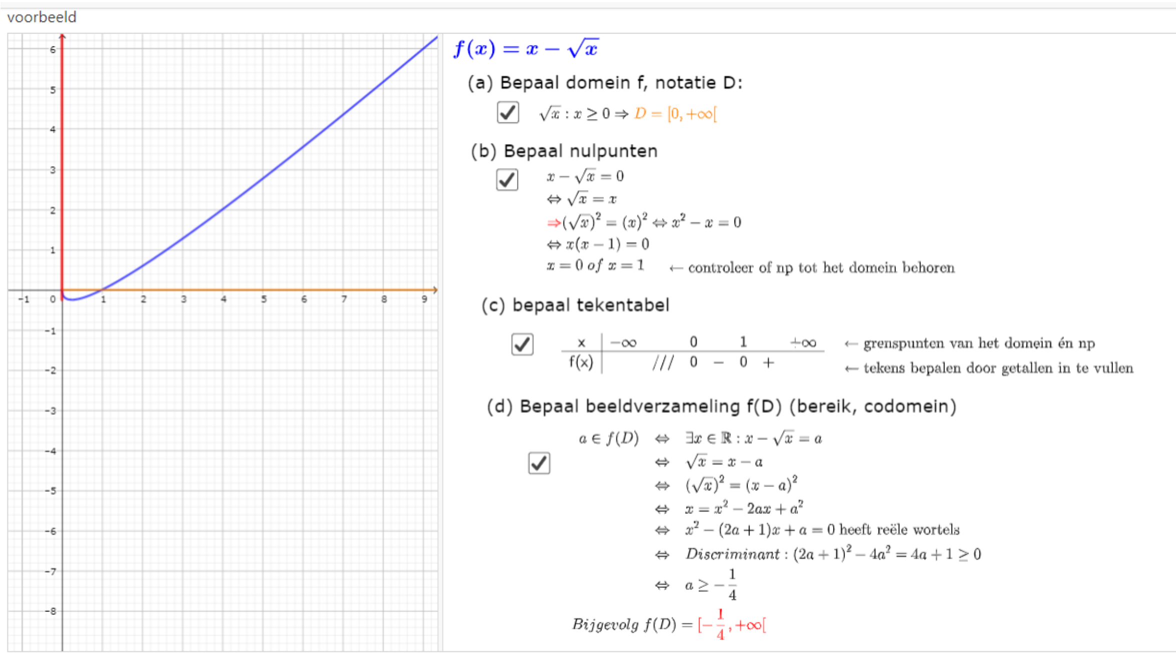


Figure 1: https://www.geogebra.org/m/yarbCjsw

2 asymptoten

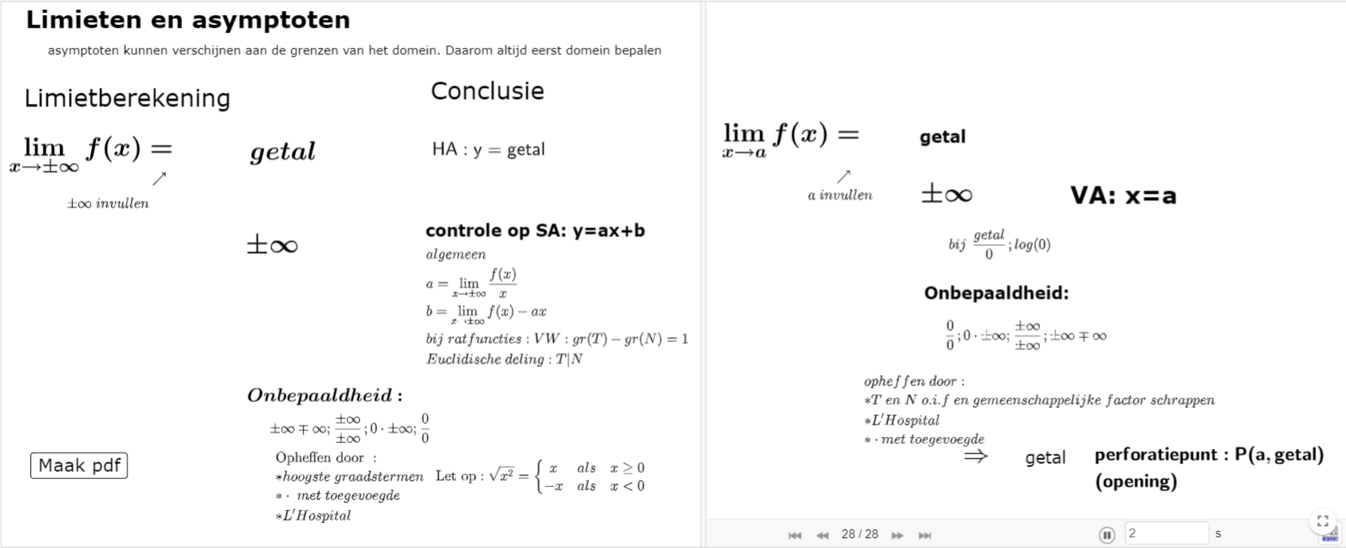


Figure 2: https://www.geogebra.org/m/gtpubtse

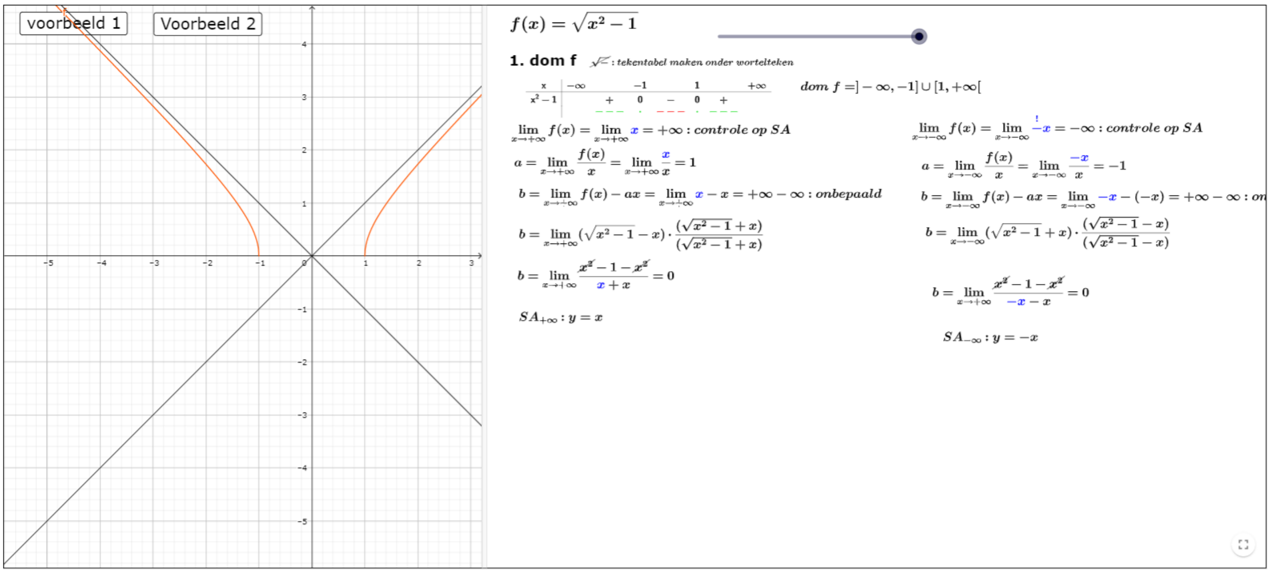


Figure 3: https://www.geogebra.org/m/zvndwefs

3 verloop

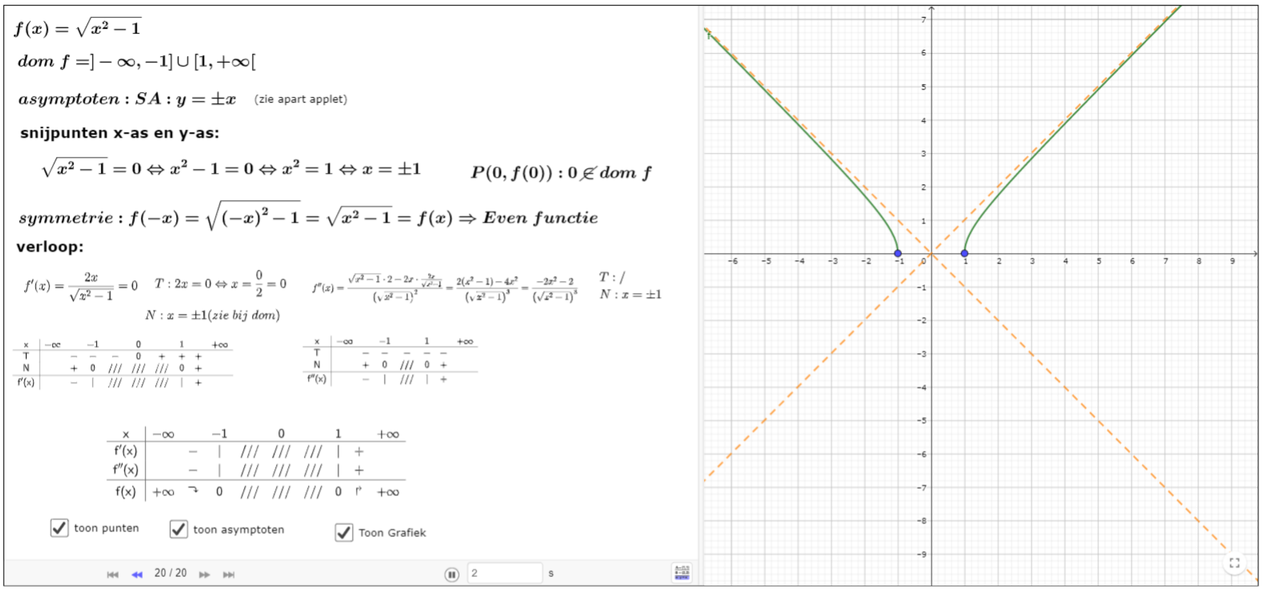


Figure 4: https://www.geogebra.org/m/zvndwefs

4 niet altijd afleidbaar

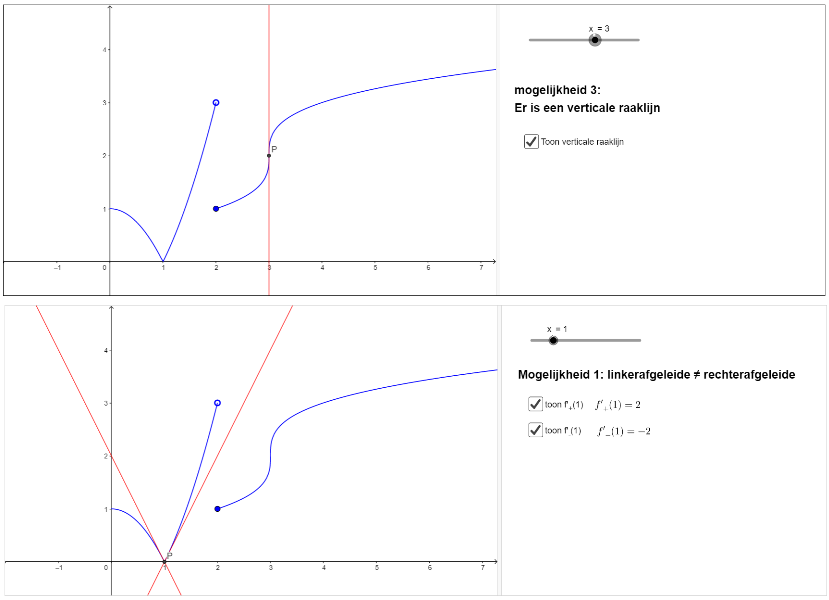


Figure 5: https://www.geogebra.org/m/qfSuH6rn]https://www.geogebra.org/m/qfSuH6rn

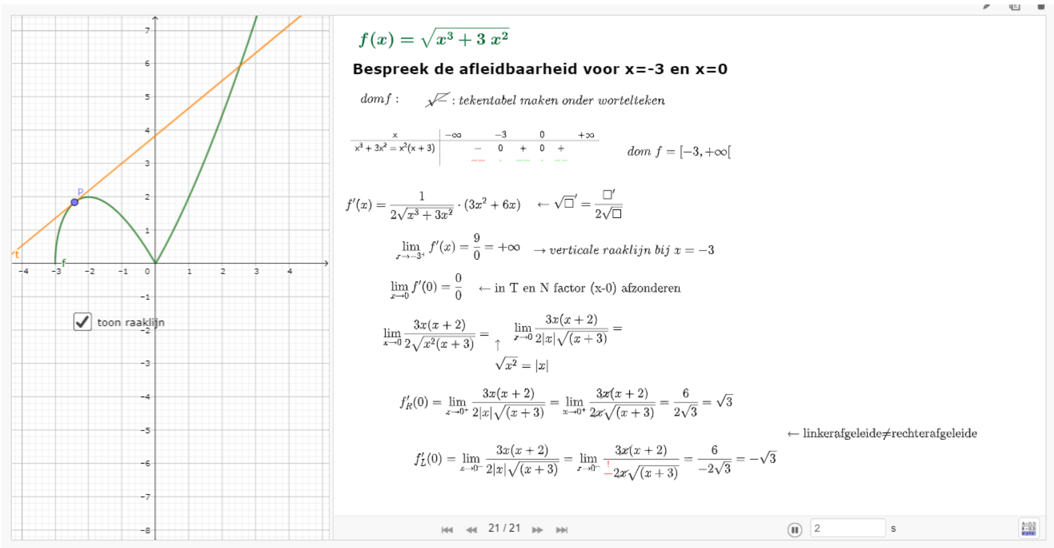


Figure 6: https://www.geogebra.org/m/zvndwefs

5 toepassingen

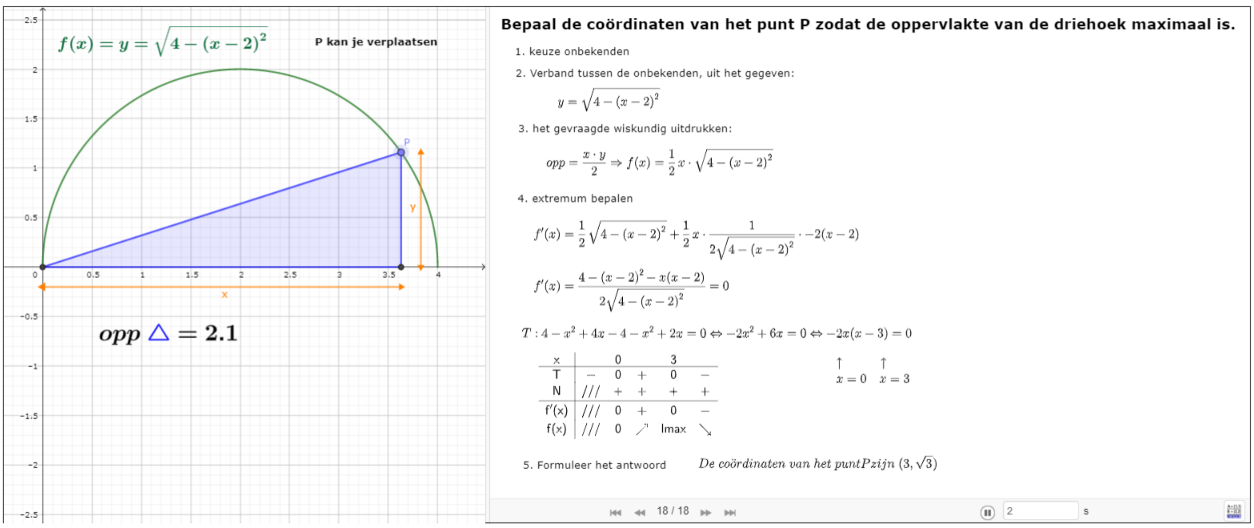


Figure 7: https://www.geogebra.org/m/gceq8KGM

6 oefeningen

6.1 verloop

1. Welke bewering is juist voor $f(x) = \frac{\sqrt{1+2x^2}}{2+x}$?
   (a) f heeft minstens drie asymptoten
   (b) de grafiek van f heeft een buigpunt voor $x = 1$
   (c) bld f$=]-\infty, -\sqrt{2}[\cup]0, +\infty[$
2. Bepaal de eventuele asymptoten van de grafiek van $f(x) = \sqrt[3]{x^3 - 4x^2}$
3. Bepaal domein en eventuele asymptoten van de grafiek van $f(x) = \sqrt{9x^2 + 12x}$
4. Bepaal domein en eventuele asymptoten van de grafiek van $f(x) = \sqrt{x^2 + 4x + 1} + 2x$

5. Bepaal domein en eventuele asymptoten van de grafiek van $f(x) = \sqrt{4x^2 - 6x + 2} - 2x$

6. Bepaal domein en eventuele asymptoten van de grafiek van $f(x) = \sqrt{\frac{x^2-4}{x^2-1}}$

7. Bepaal de eventuele buigpunten van $f(x) = \sqrt{\frac{x}{x-4}}$

8. Bepaal het verloop van $f(x) = x + \sqrt{x^2 + 16}$

9. Beschouw de functie $f(x) = \frac{2x}{\sqrt{9+x^2}}$

   (a) Bepaal het domein van f

   (b) Bepaal de afgeleide van f

   (c) Bepaal het bereik van f

   (d) Beredeneer dat f inverteerbaar is en dit zonder de inverse te berekenen

   (e) Bepaal het domein van f^{-1}

6.2 altijd afleidbaar?

1. Onderzoek de afleidbaarheid van $f(x) = \sqrt{x^3 - 3x + 2}$

2. Bepaal de afleidbaarheid van $f(x) = x \cdot \sqrt{4x - x^2}$ in de randpunten van haar domein

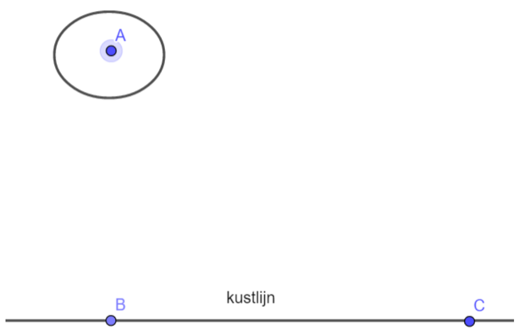
3. Onderzoek de afleidbaarheid van $f(x) = \sqrt[3]{x^2 - 4}$

4. Bepaal de relatieve extrema van $f(x) = \sqrt[3]{(x+1)^2} \cdot x^2$

6.3 extremumproblemen

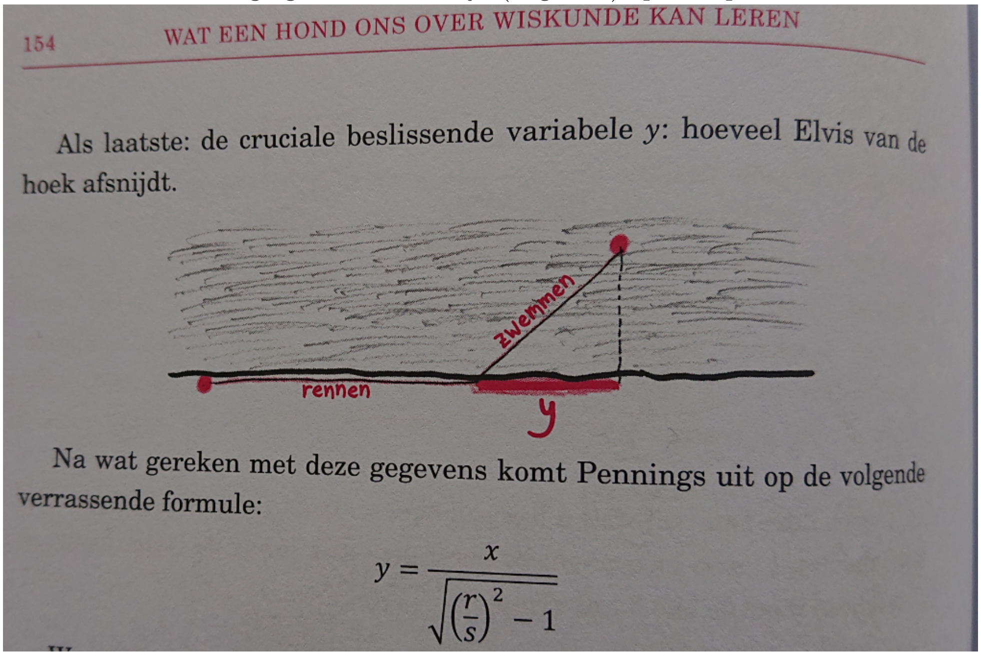
1. In Egypte is in het graf van de farao Retneip V een serie gouden, kleine, rechte piramides met vierkant grondvlak gevonden. Elke piramide is eigenlijk een draadfiguur gemaakt van dunne gouden staafjes die samen een vaste lengte hebben van 12 dm. Er is iets bijzonders aan de hand met de inhoud van de piramides. Van alle piramides die we kunnen maken met 12 dm goudstaafjes, zijn de gevonden piramides degene met de grootste inhoud. Bereken algebraïsch de lengte van de zijde van het grondvlak van die piramide waarvoor de inhoud maximaal is.

2. Liesbet zit gezellig te babbelen met haar vrienden op een eilandje (punt A) op een afstand van 1 km van de rechte kustlijn (punt B). Plots merkt ze dat ze binnen de 42 minuten moet gaan volleyballen op een terrein (punt C) dat 5 km verder ligt langs de kustlijn. Om zo snel mogelijk op het terrein te zijn zal ze naar een punt P op de kustlijn [BC] zwemmen en dan verder lopen naar het terrein. Lopen kan ze tegen 12km/h en zwemmen tegen 3 km/h. Naar welk punt P op de kustlijn moet ze zwemmen opdat ze in de kortst mogelijke tijd op haar afspraak komt? Is dat mogelijk binnen de 42 minuten?



3. Bepaal de grootst mogelijke oppervlakte van een trapezium dat ingeschreven wordt in een halve cirkel met straal r

4. In het boek 'Wat een hond ons over wiskunde kan leren' moet Elvis, de hond van de schrijver zo snel mogelijk een bal oppikken in (stilstaand) water. Hiervoor loopt hij eerst een gedeelte langs de waterlijn en zwemt vervolgens naar de bal toe.
   Toon aan dat $y = \frac{x}{\sqrt{\left(\frac{r}{s}\right)^2 - 1}}$ met r zijn loopsnelheid en s zijn zwemsnelheid.
   Wat bleek nu? Elvis ging inderdaad altijd (ongeveer) op deze positie het water in.


154 WAT EEN HOND ONS OVER WISKUNDE KAN LEREN

Als laatste: de cruciale beslissende variabele y: hoeveel Elvis van de hoek afsnijdt.

Na wat gereken met deze gegevens komt Pennings uit op de volgende verrassende formule:

$$y = \frac{x}{\sqrt{\left(\frac{r}{s}\right)^2 - 1}}$$

6.4 continuïteit

1. Bepaal de waarde(n) van reële parameter m zodat onderstaande functie continu is

$$f(x) = \begin{cases} \frac{mx-1}{x^2+2} & x \leq 2 \\ \frac{\sqrt{x^2-5x+10}-2}{2-x} & x > 2 \end{cases}$$

7 taken

1. irrationale functies: verloop en toepassingen