

## Equação da parábola.

Já sabemos que toda equação de segundo grau gera uma parábola, no entanto podemos agora saber que existe uma forma padrão da mesma ou simplesmente uma forma reduzida que poderemos ver a seguir.

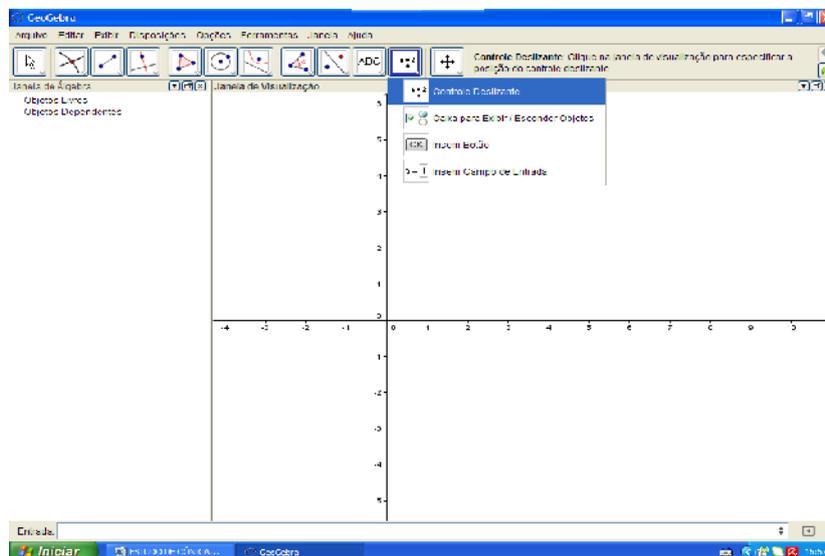
Abra um novo arquivo.

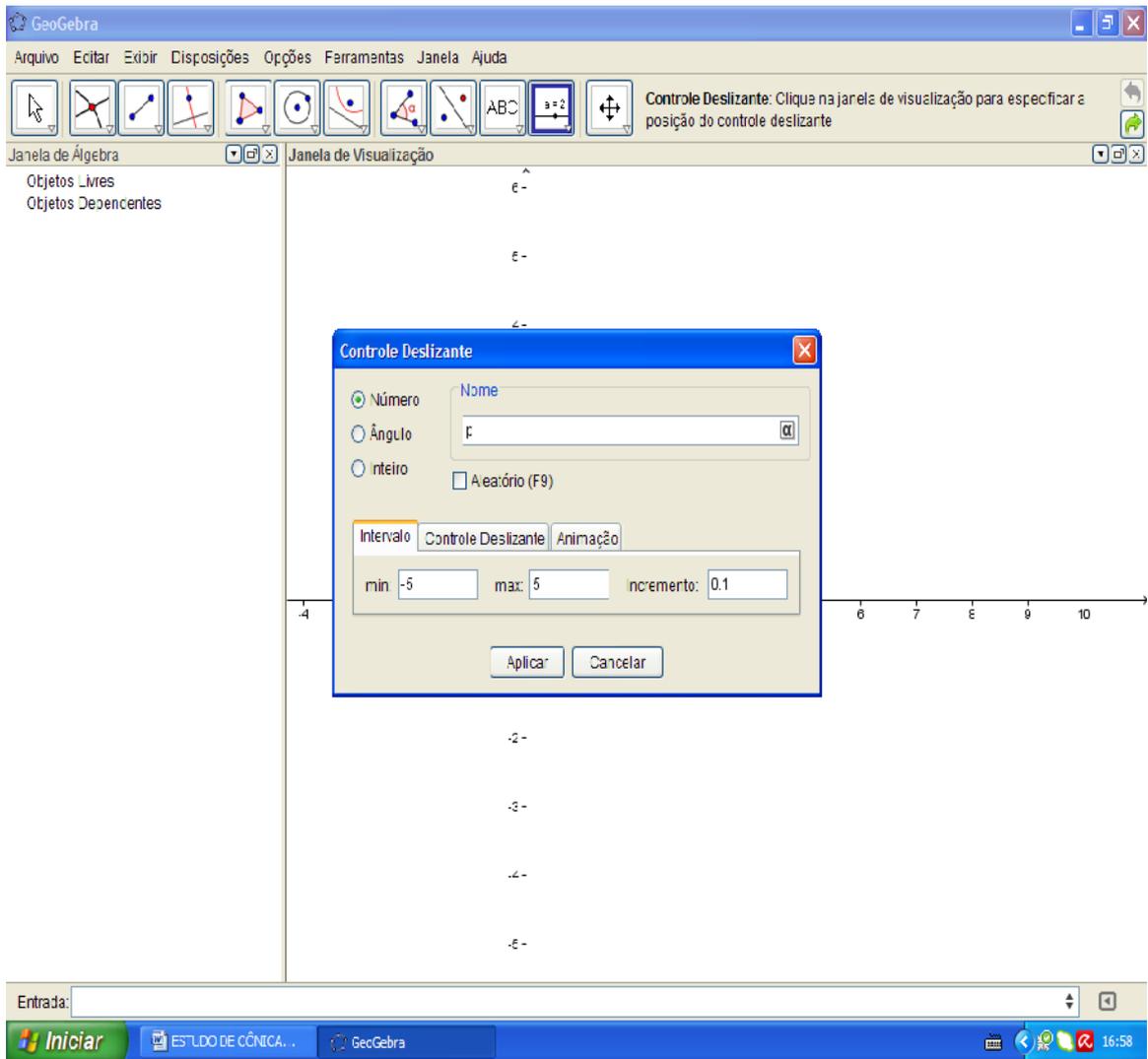
Nele:

Crie um seletor de nome p.

Digite na caixa de entrada “ $(x^2)/2p$ ”.

E perceba a parábola que é dada por:  $y = \frac{x^2}{2p}$  que vem da forma reduzida  $x^2 = 2py$





GeoGebra

Arquivo Editar Exibir Disposições Opções Ferramentas Janela Ajuda

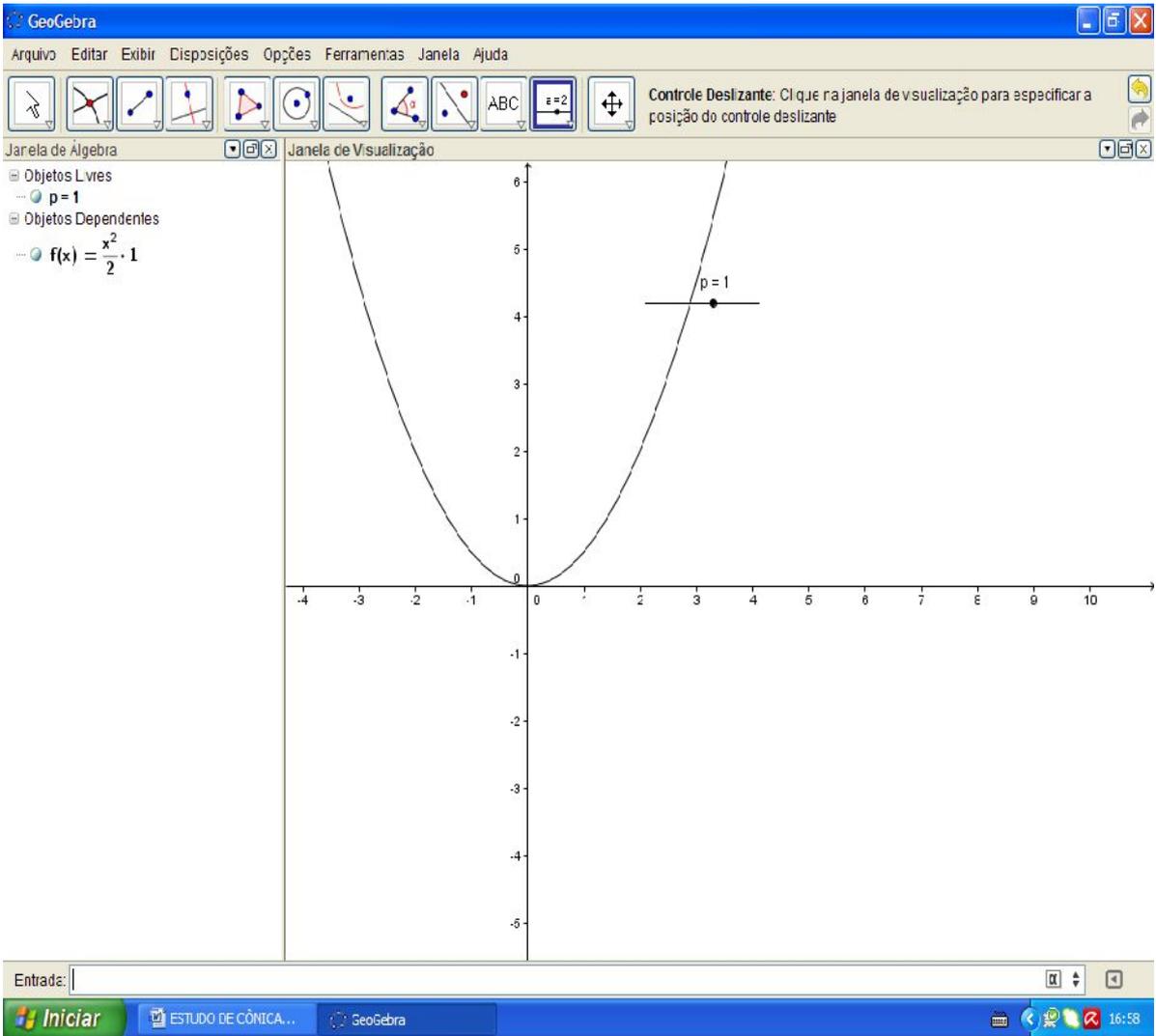
Controle Deslizante: Clique na janela de visualização para especificar a posição do controle deslizante

Janela de Álgebra Janela de Visualização

Objetos Livres  
p = 1  
Objetos Dependentes

Entrada:

Iniciar ESTUDO DE CÔNICA... GeoGebra 16:58



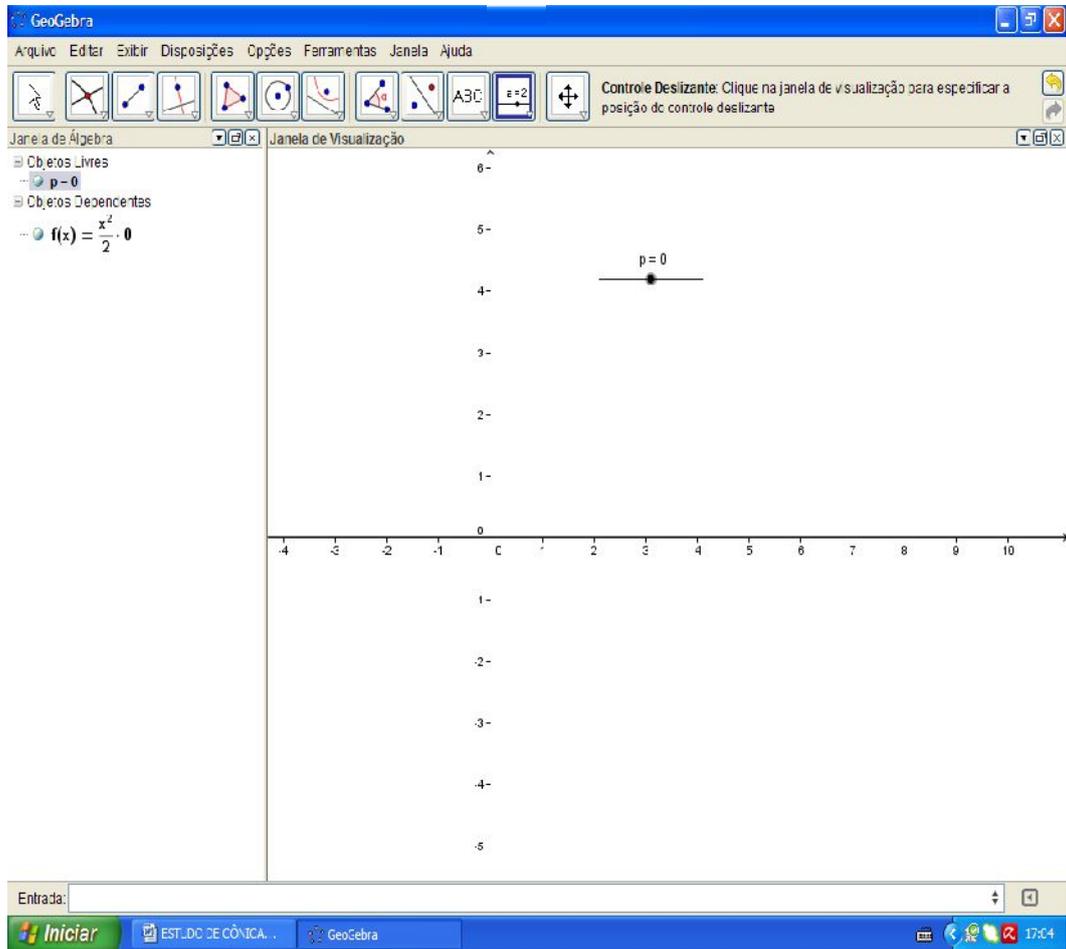
Ao seletor “p” que determina a variação de uma constante (tornando um valor manipulável) “p” damos o nome de parâmetro da parábola, e ela tem uma importância muito grande para o estudo da parábola, uma vez que a parábola abre ou fecha sua concavidade na medida em que “p” aumenta ou diminui de tamanho, ou seja:

Se  $p=0$  então a parábola não existe e o que temos é uma reta;

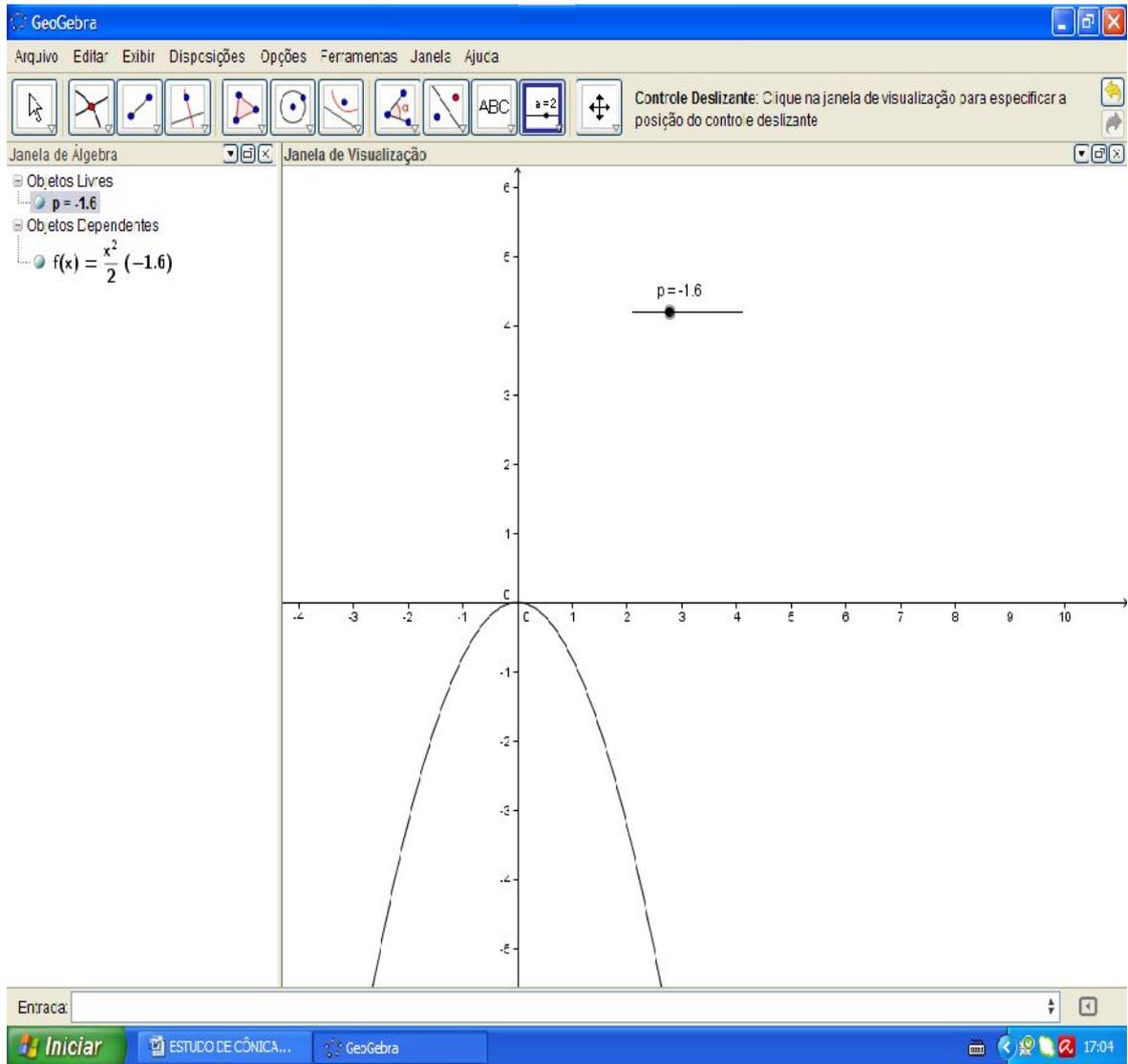
Se  $p<0$  então a parábola terá sua concavidade voltada para baixo e do contrário para cima. É só perceber que quando fazemos  $x^2 = 2py$  em função de  $y$  temos  $y = \frac{x^2}{2p}$  onde “p” ou “p/2” passa a ser uma constante ou simplesmente o coeficiente angular da parábola, como na sua forma mais conhecida,  $ax^2 + bx + c = 0$  onde  $a = p/2$ .

Mova o seletor e perceba o mesmo.

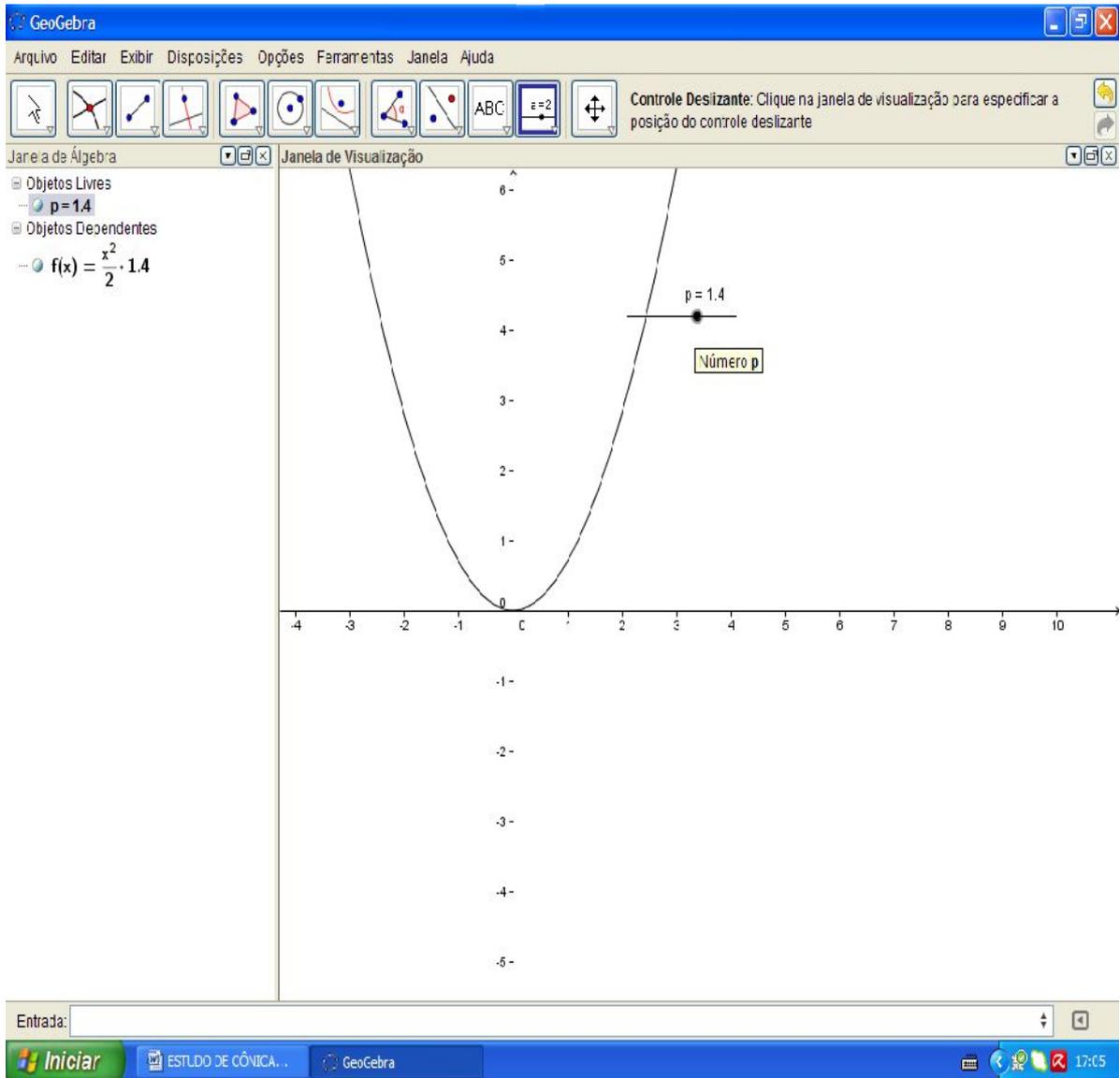
$$P = 0$$



$$P < 0$$

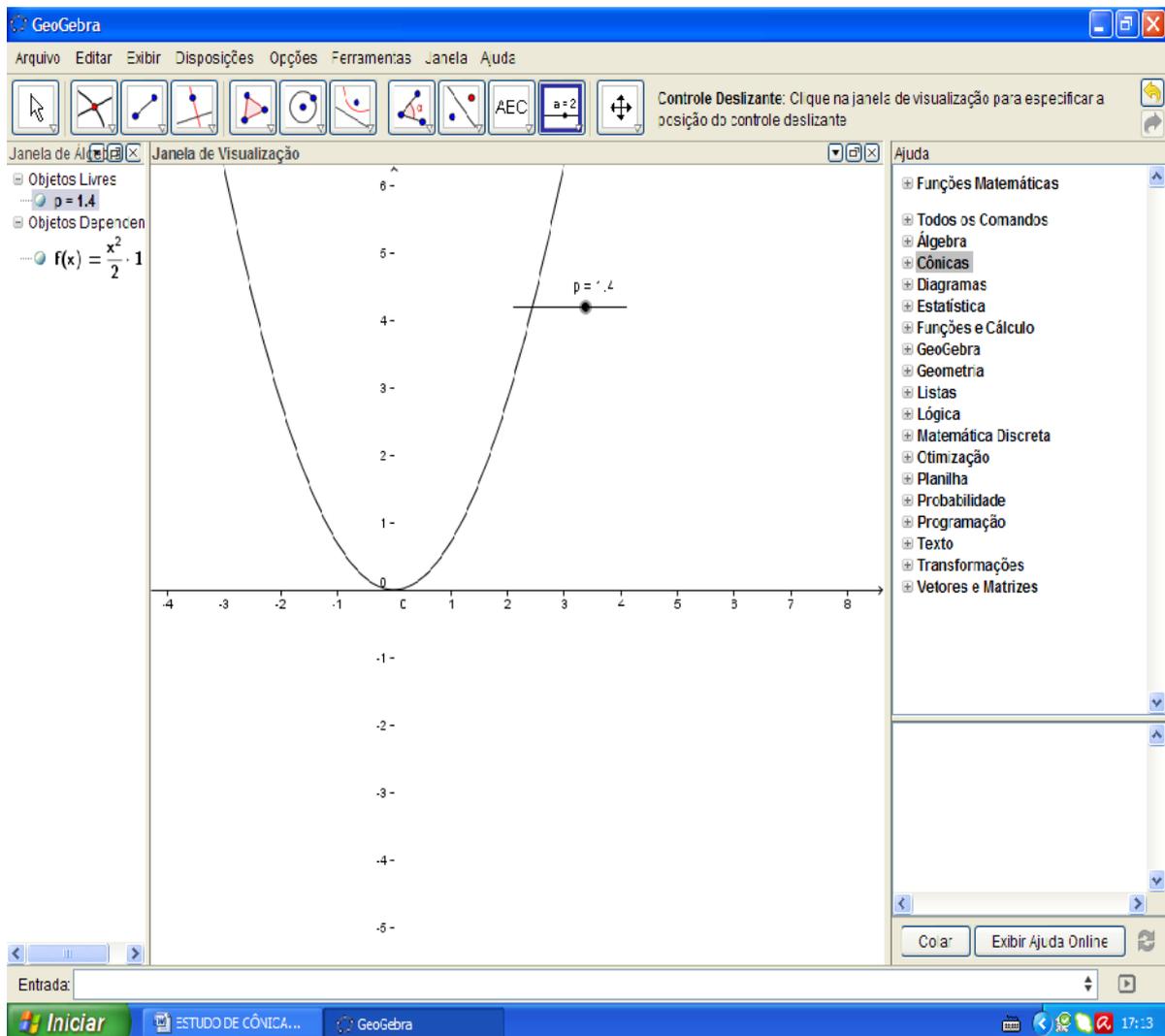


$$p > 0$$



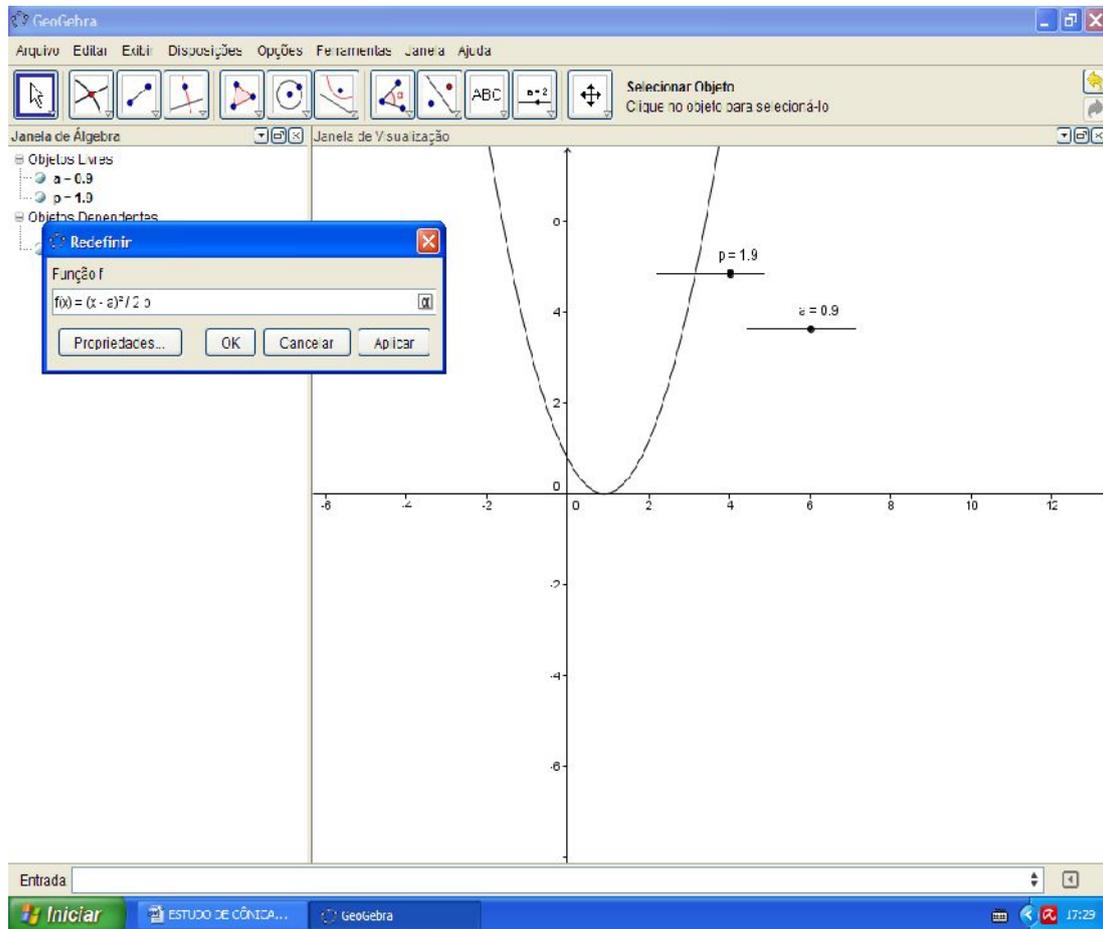
Estudemos um pouco mais esta figura com os recursos do software.

Com a janela “ajuda” no canto direito e abaixo na tela, escolha a opção “cônica”.



Crie agora outro seletor de nome “a” e depois dê duplo clique na função da parábola na caixa de entrada para digitar no lugar da expressão

$$f(x) = \frac{(x - a)^2}{2p}$$



GeoGebra

Arquivo Editar Exibir Disposições Opções Ferramentas Janela Ajuda

Selecionar Objeto  
Clique no objeto para selecioná-lo

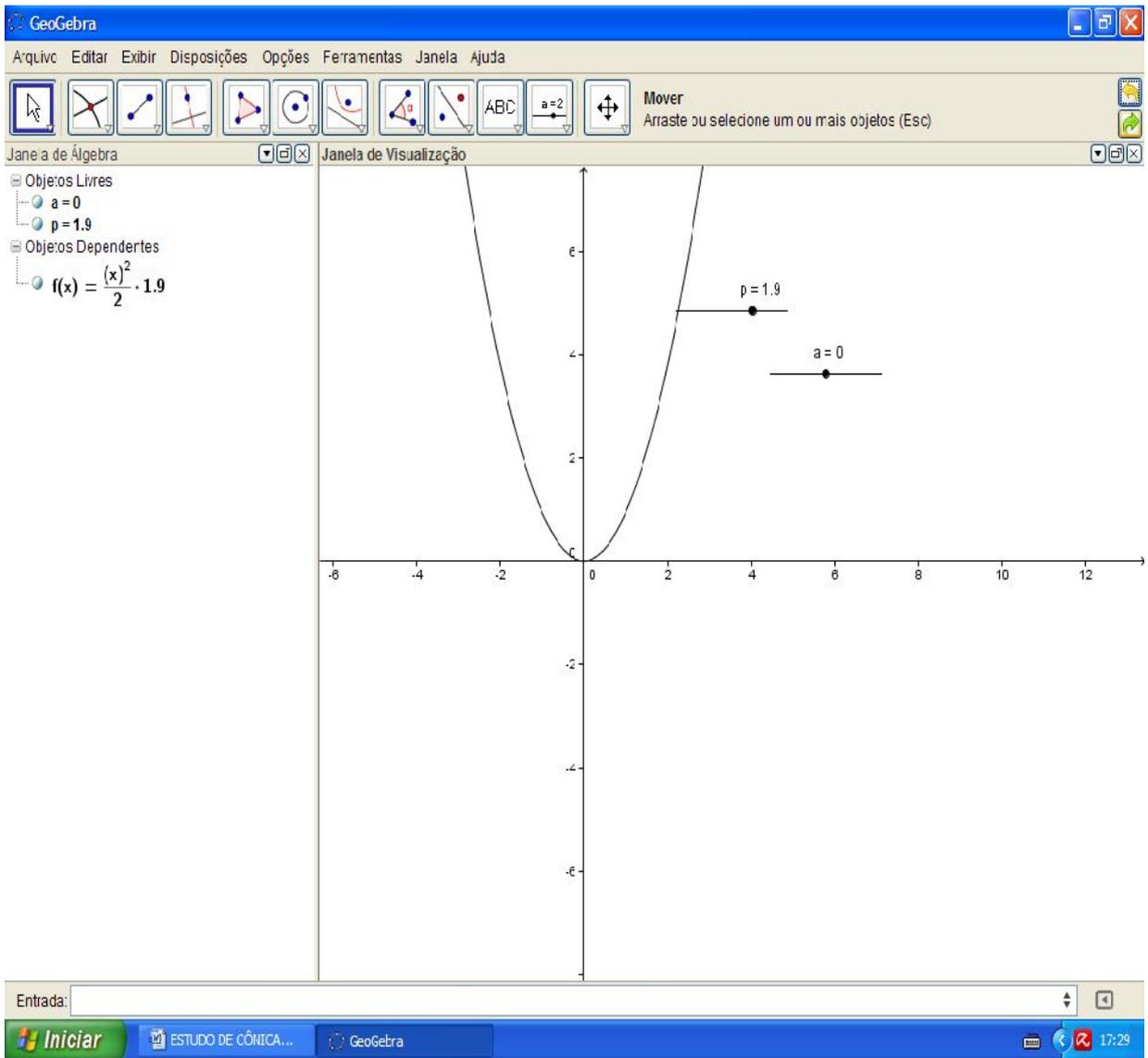
Janela de Álgebra Janela de Visualização

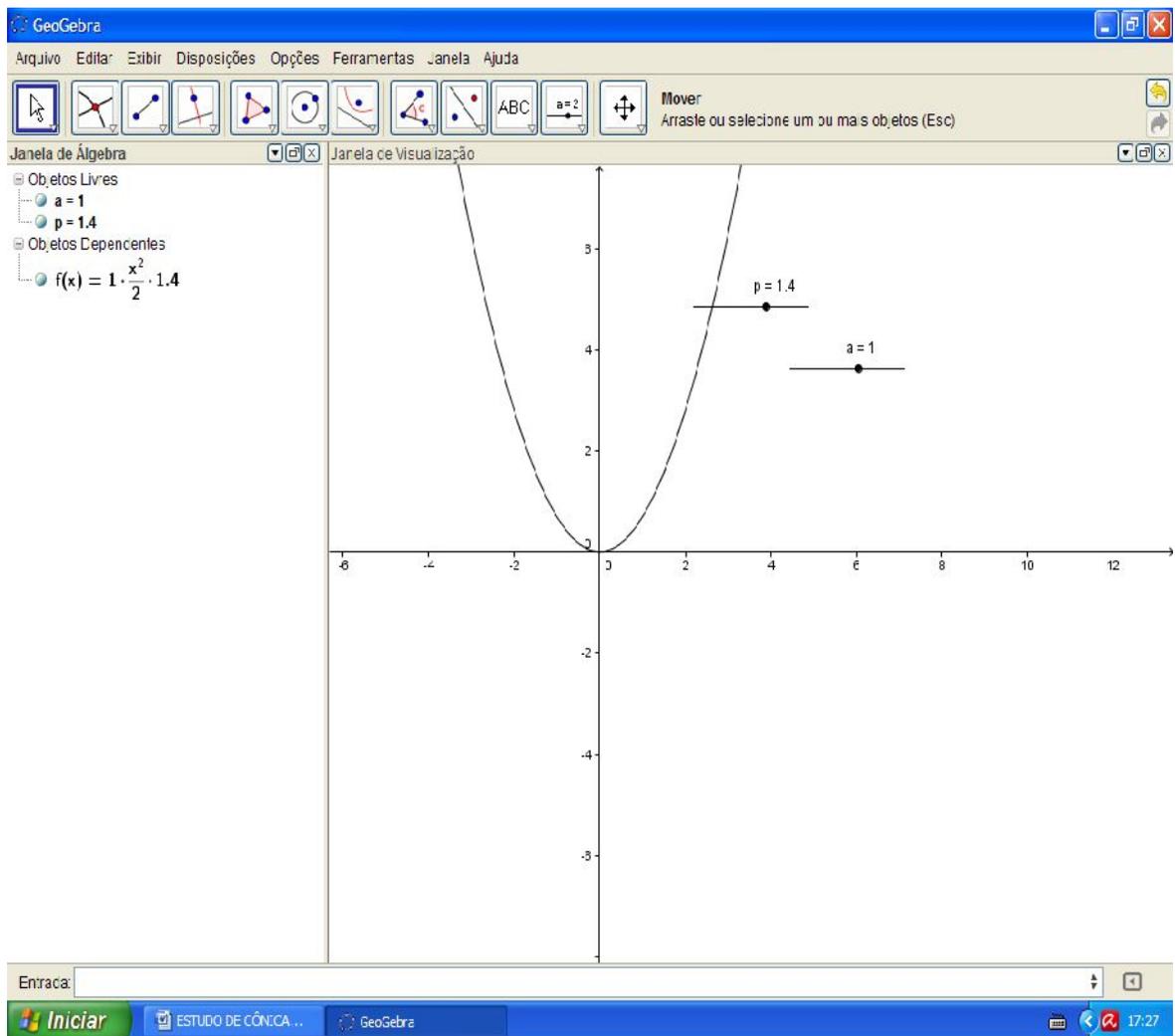
Objetos Livres  
•  $a = 1$   
•  $p = 1.4$   
Objetos Dependentes  
•  $f(x) = \frac{x^2}{2} \cdot 1.4$

The image shows the GeoGebra software interface. At the top, there is a menu bar with options: Arquivo, Editar, Exibir, Disposições, Opções, Ferramentas, Janela, and Ajuda. Below the menu is a toolbar with various geometric tools. A 'Selecionar Objeto' button is highlighted with the text 'Clique no objeto para selecioná-lo'. The main workspace is divided into two panes: 'Janela de Álgebra' on the left and 'Janela de Visualização' on the right. The 'Janela de Álgebra' pane shows a list of objects: 'Objetos Livres' (Free Objects) containing  $a = 1$  and  $p = 1.4$ , and 'Objetos Dependentes' (Dependent Objects) containing the function  $f(x) = \frac{x^2}{2} \cdot 1.4$ . The 'Janela de Visualização' pane shows a coordinate plane with a parabola opening upwards. The vertex of the parabola is at the origin (0,0). Two horizontal lines are drawn: one at  $y = 1.4$  labeled 'p = 1.4' and another at  $y = 1$  labeled 'a = 1'. A 'Redefinir' (Redefine) dialog box is open in the center of the workspace. The dialog box has a title bar with a close button. Inside, it says 'Função f' and shows the formula  $f(x) = a \cdot x^2 / 2 p$  in a text input field. Below the input field are four buttons: 'Propriedades...', 'OK', 'Cancelar', and 'Aplicar'. The coordinate plane has x and y axes with tick marks at -6, -2, 2, 4, 6, 8, 10, and 12. The bottom of the screen shows the Windows taskbar with the 'Iniciar' button, a taskbar showing 'ESTUDO DE CÔNICA...' and 'GeoGebra', and a system tray with the time '17:26'.

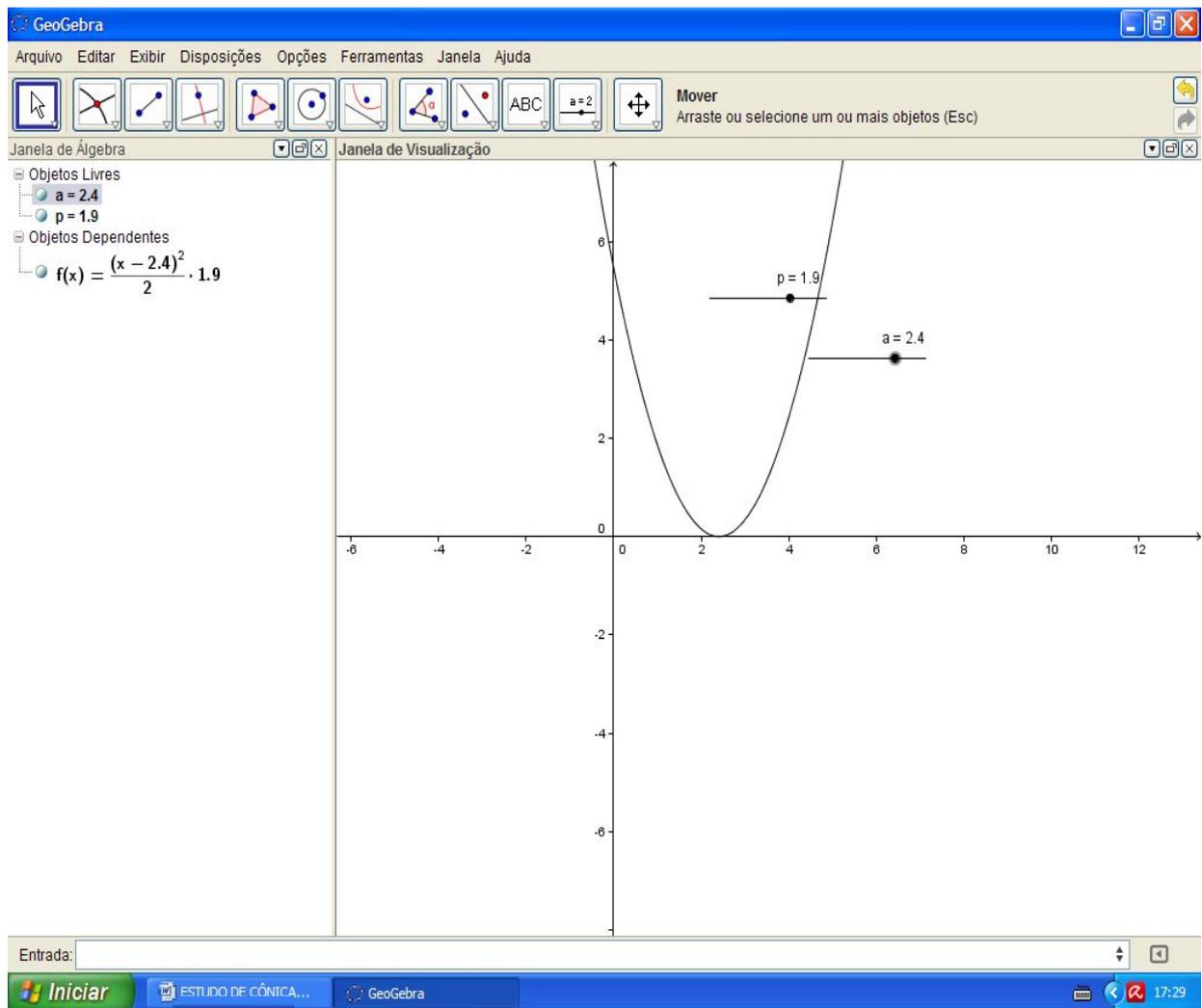
Entrada:

Iniciar ESTUDO DE CÔNICA... GeoGebra 17:26





Agora movimente o seletor “a”.



Crie agora um seletor “b” e ainda na expressão da parábola digite após a expressão

“-b” ficando  $f(x) = \frac{(x - a)^2}{2 p - b}$

GeoGebra

Arquivo Editar Exibir Disposições Opções Ferramentas Janela Ajuda

Controle Deslizante: Clique na janela de visualização para especificar a posição do controle deslizante

Janela de Álgebra

- Objetos Livres
  - $a = 0$
  - $p = 1.9$
- Objetos Dependentes
  - $f(x) = \frac{(x)^2}{2} \cdot 1.9$

Janela de Visualização

The image shows the GeoGebra software interface. The main window displays a coordinate system with a parabola. The vertex of the parabola is at the origin (0,0). A point 'p' is marked on the x-axis at x = 1.9. A slider control dialog box is open, allowing the user to adjust the value of 'p'. The dialog box has three radio buttons: 'Número' (selected), 'Ângulo', and 'Inteiro'. The 'Número' option is selected, and the 'Nome' field contains 'p'. The 'Intervalo' tab is active, showing a range from -5 to 5 with an increment of 0.1. The 'Aplicar' button is highlighted. The background shows a coordinate system with a parabola and a point 'p' on the x-axis at x = 1.9. The y-axis has labels at 6, -4, and -6. The x-axis has labels at 6, 8, 10, and 12.

Controle Deslizante

Número  Ângulo  Inteiro

Nome:

Aleatório (F9)

Intervalo:   Incremento:

Entrada:

Windows Taskbar: Iniciar | ESTUDO DE CÔNICA... | GeoGebra | 17:30

GeoGebra

Arquivo Editar Exibir Disposições Opções Ferramentas Janela Ajuda

Selecionar Objeto  
Clique no objeto para selecioná-lo

Janela de Álgebra Janela de Visualização

Objetos Livres  
a = 0  
b = 1  
p = 1.9

Objetos Dependentes  
 $f(x) = \frac{(x)^2}{2} \cdot 1.9$

Redefinir

Função f  
 $f(x) = (x - a)^2 / 2 p - b$

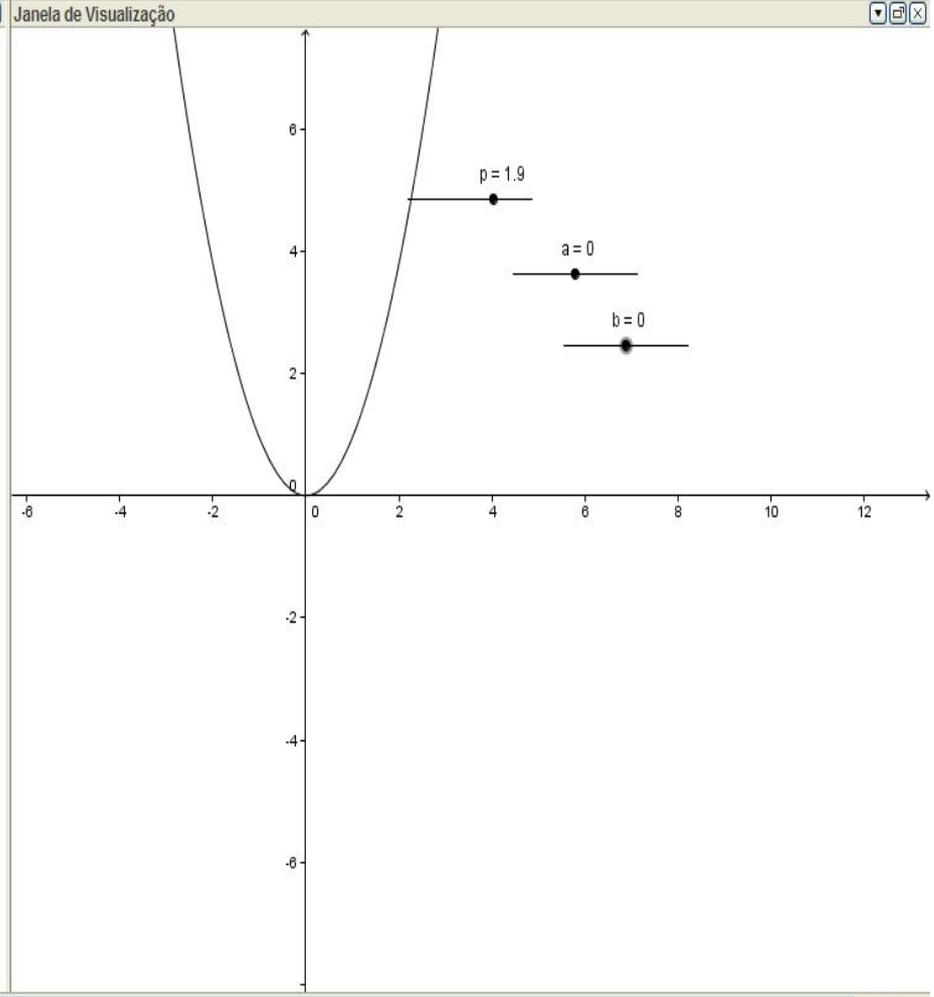
Propriedades... OK Cancelar Aplicar

Entrada:

ESTUDO DE CÔNICA... GeoGebra 17:34

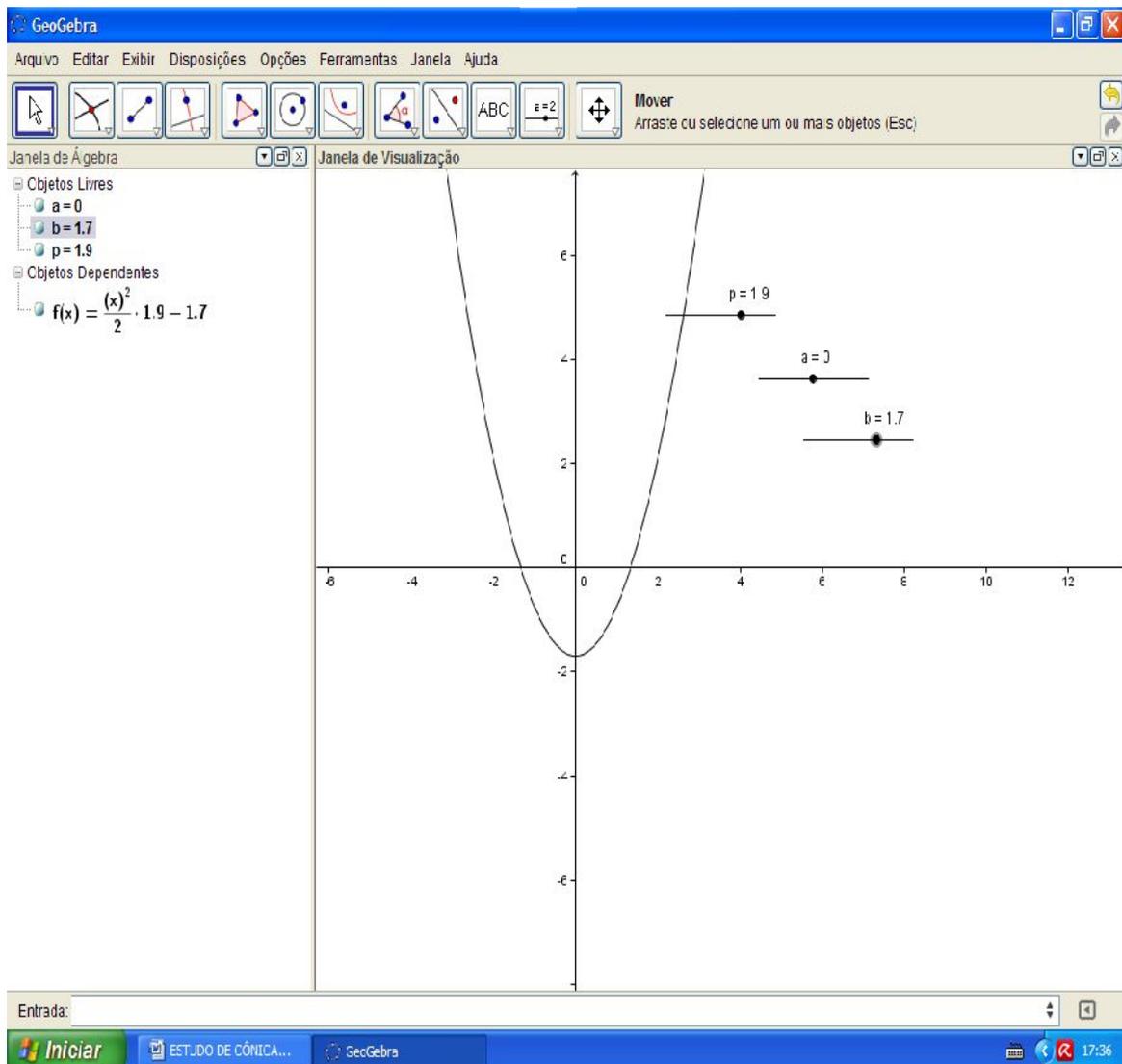
The image shows the GeoGebra interface. At the top, there is a menu bar with options: Arquivo, Editar, Exibir, Disposições, Opções, Ferramentas, Janela, and Ajuda. Below the menu is a toolbar with various geometric tools. The main workspace is divided into two panes: 'Janela de Álgebra' on the left and 'Janela de Visualização' on the right. The 'Janela de Álgebra' pane shows a list of objects: 'Objetos Livres' (Free Objects) including 'a = 0', 'b = 1', and 'p = 1.9'; and 'Objetos Dependentes' (Dependent Objects) including the function  $f(x) = \frac{(x)^2}{2} \cdot 1.9$ . The 'Janela de Visualização' pane shows a coordinate system with a parabola opening upwards. The vertex of the parabola is at (0, 0). Three points are marked on the x-axis: 'a = 0' at x=0, 'b = 1' at x=1, and 'p = 1.9' at x=1.9. A dialog box titled 'Redefinir' (Redefine) is open in the center, showing the function  $f(x) = (x - a)^2 / 2 p - b$  in the input field. The dialog box has buttons for 'Propriedades...', 'OK', 'Cancelar', and 'Aplicar'. The Windows taskbar at the bottom shows the 'Iniciar' button, the active window 'ESTUDO DE CÔNICA...', and the system tray with the time '17:34'.

- Objetos Livres
  - a = 0
  - b = 0
  - p = 1.9
- Objetos Dependentes
  - $f(x) = \frac{(x)^2}{2} \cdot 1.9$

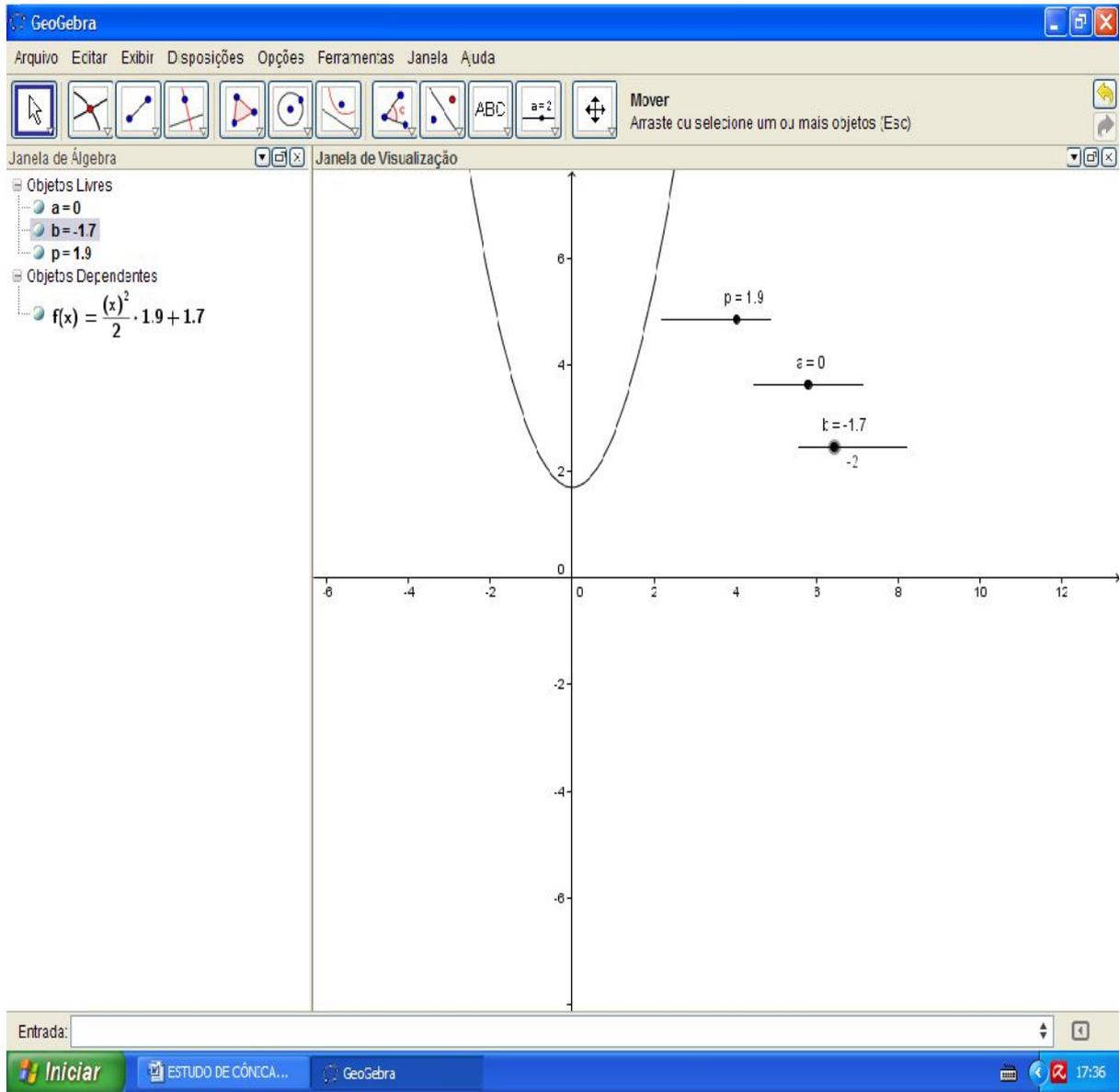


Movimente agora o seletor “b”.

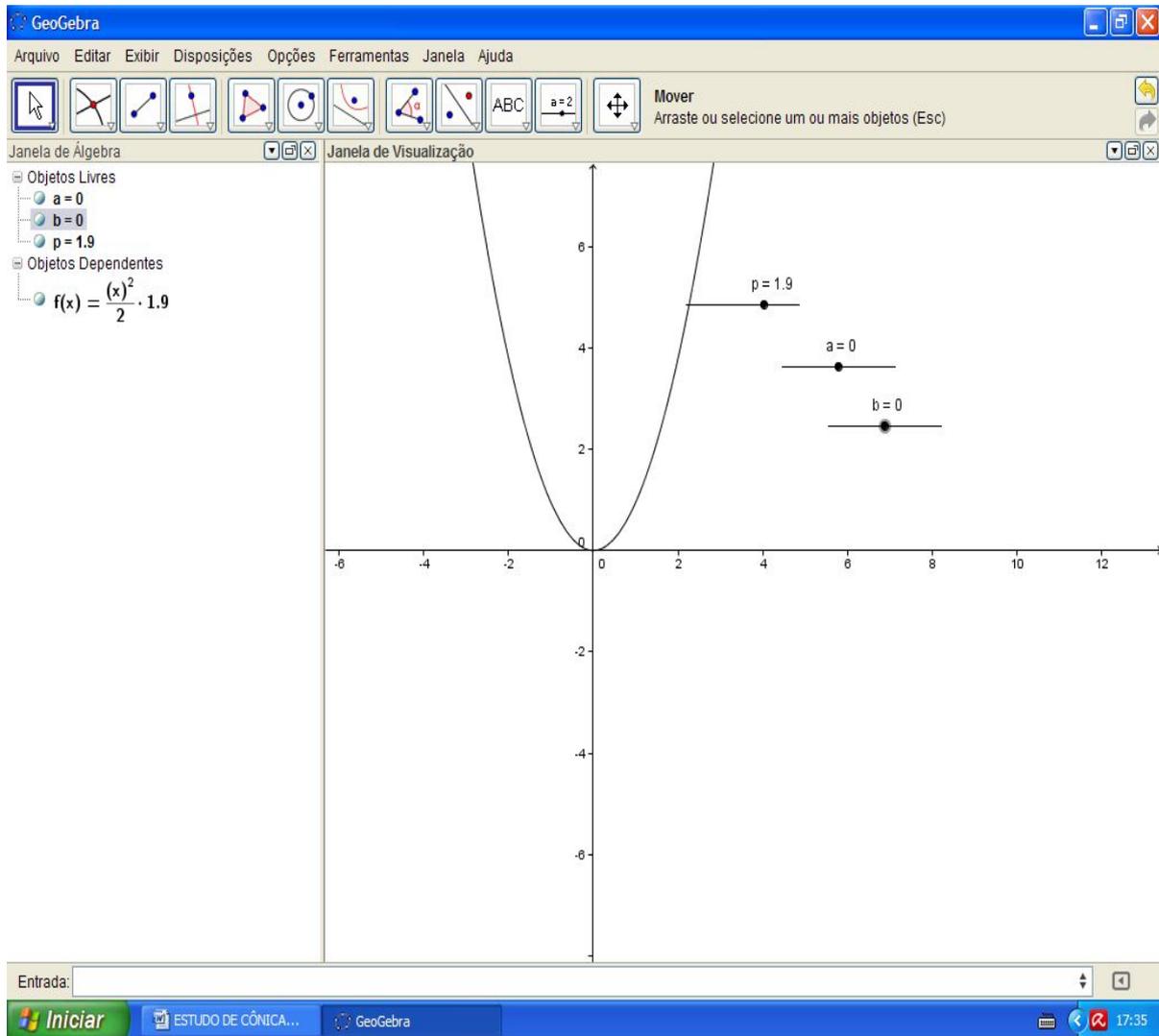
$$b > 0$$



$$b < 0$$



$$e b = 0$$



Este movimento da parábola no sentido horizontal positivo ocorre porque a expressão correta seria.

$f(x) = \frac{(x-a)^2}{2p(y-b)}$ , mas o software não aceita “y”, pois para ele a função é definida da forma como nós a mais estudamos,  $y = ax^2 + bx + c$  e na medida em que colocamos  $(x - a)^2$  ou  $(x + a)^2$  estamos na verdade deslocando no eixo “x” o centro da parábola, e quando aumentamos ou diminuimos o valor de “b” estamos na verdade com  $2p(y - (+b)), 2p(y - (-b))$ , alterando seu deslocamento no eixo “y”.

$$f(x) = \frac{(x-a)^2}{2p - b}$$

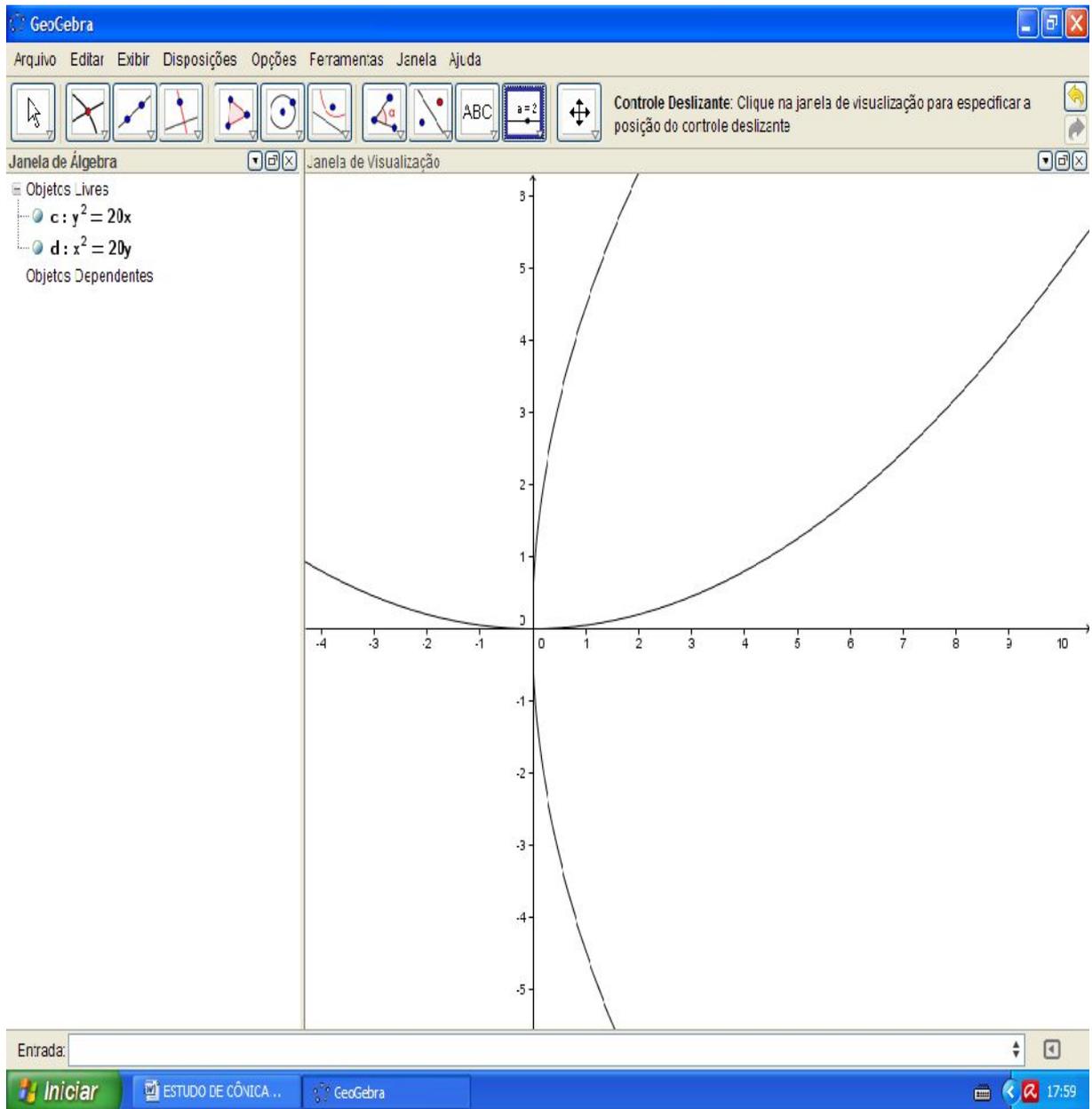
Esta dificuldade nos faz agir na seguinte maneira:

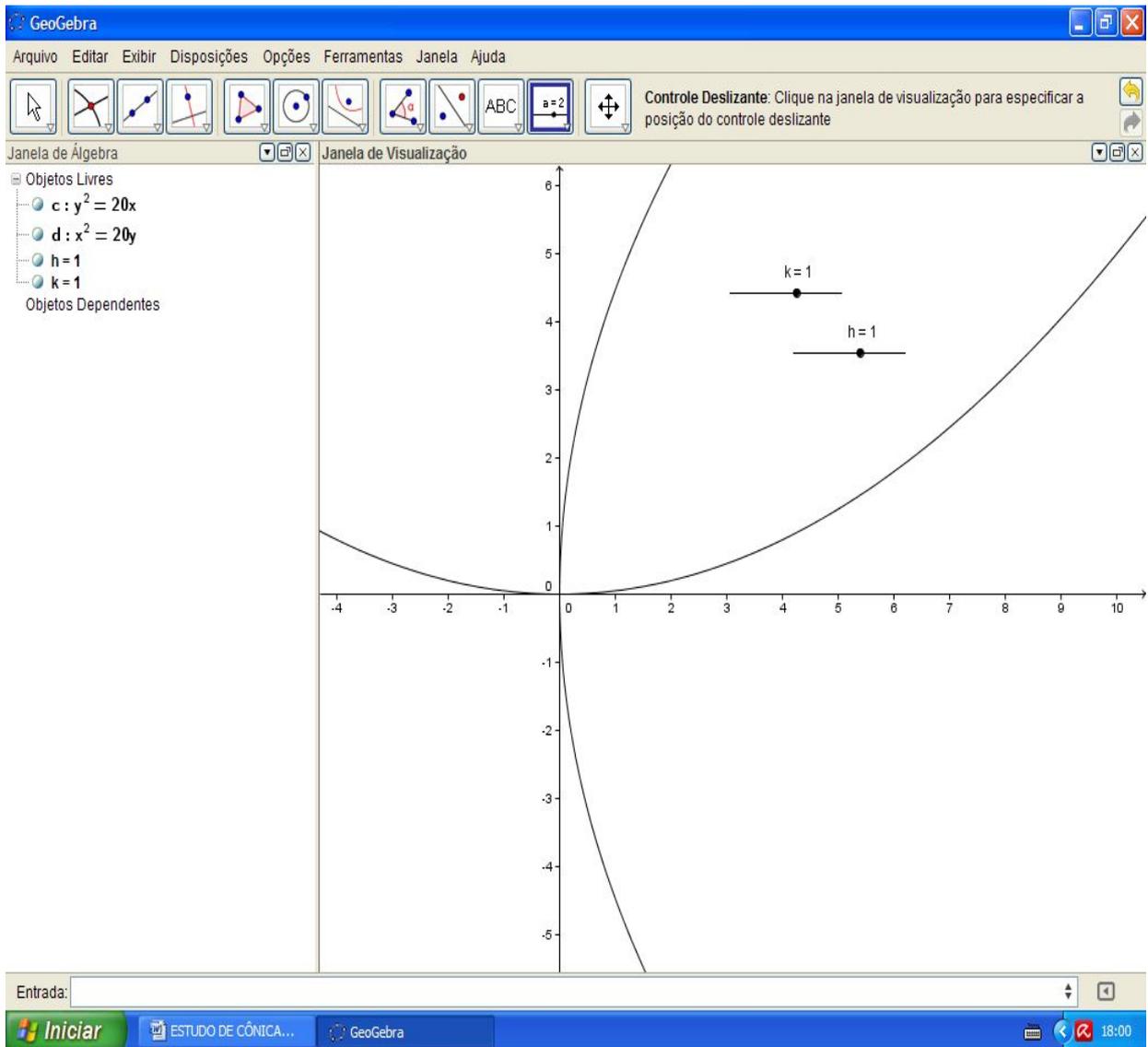
Plote “ $x^2 = 20 * y$ ” e depois “ $y^2 = 20 * x$ ” que são as formas convencionais que conhecemos.

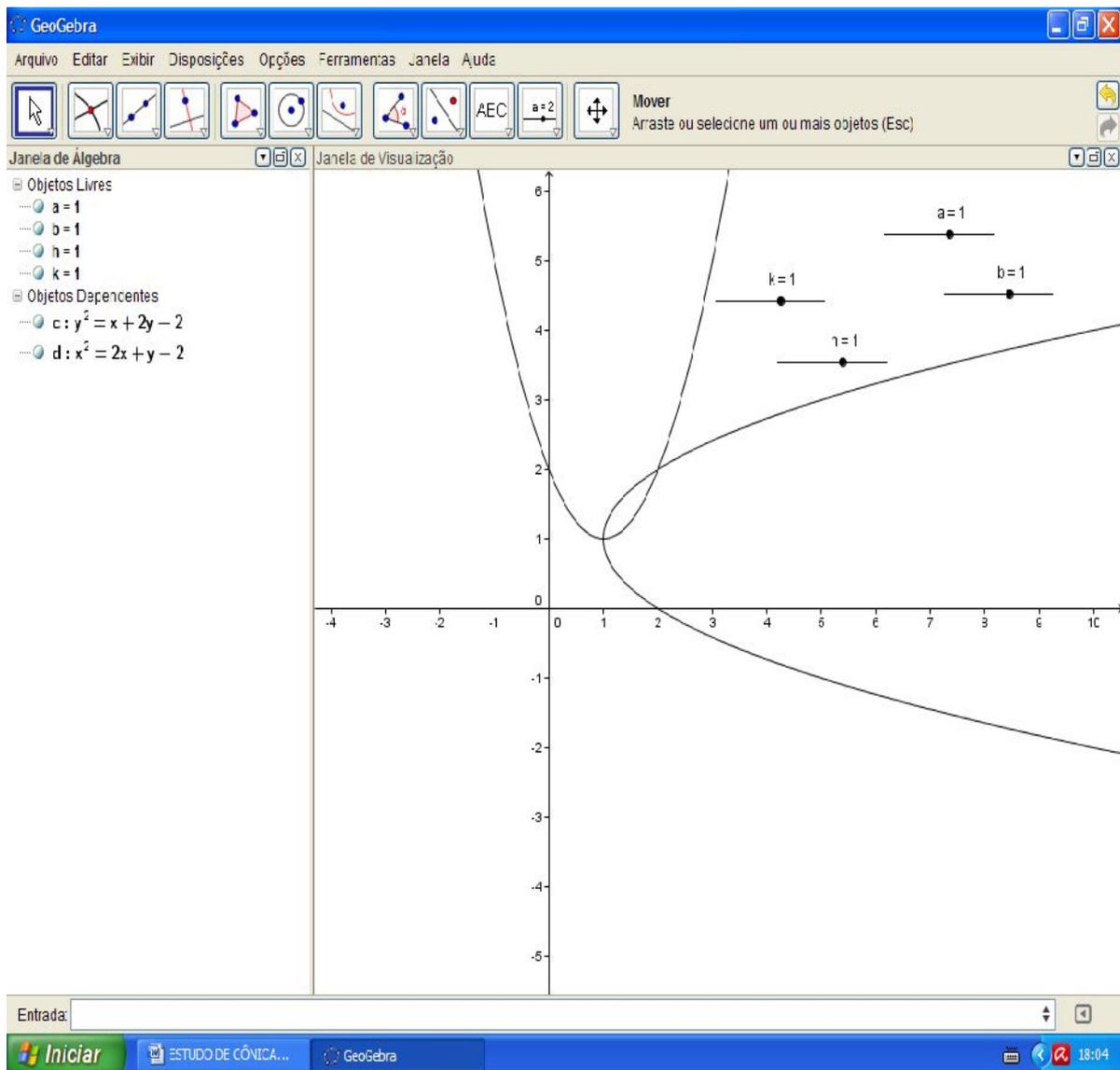
Crie dois seletores “k” e “h” variando de -5 a 5. Clique duas vezes nas expressões das parábolas e troque 20 por “k \* ” em um e “h \* ” em outro, agora varie os seletores para mudar a abertura da concavidade.

Depois insira os seletores “a” e “b” para trocar nas expressões “x” por (x-a) e “y” por (y-b) ficando  $(y - b)^2 = k(x - a)$  e  $(x - a)^2 = h(y - b)$

Bom, agora é só pensar em “k” e em “h” como “2p” da expressão padrão no estudo de cônicas.  $K = 2p$  e  $h = 2p$ .







Movimente os seletores para melhor realizar as observações.

