

Equação da parábola.

Já sabemos que toda equação de segundo grau gera uma parábola, no entanto podemos agora saber que existe uma forma padrão da mesma ou simplesmente uma forma reduzida que poderemos ver a seguir.

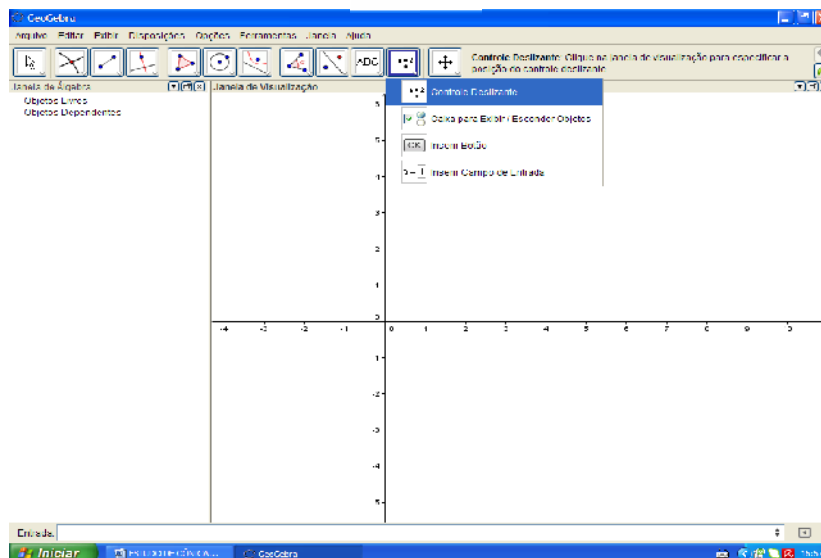
Abra um novo arquivo.

Nele:

Crie um seletor de nome p.

Digite na caixa de entrada “ $(x^2)/2p$ ”.

E perceba a parábola que é dada por: $y = \frac{x^2}{2p}$ que vem da forma reduzida $x^2 = 2py$



GeoGebra

Arquivo Editar Exibir Disposições Opções Ferramentas Janela Ajuda

Objetos Livres
Objetos Dependentes

Janela de Álgebra Janela de Visualização

Controle Deslizante: Clique na janela de visualização para especificar a posição do controle deslizante

Controle Deslizante

Número Nome

Ângulo F

Inteiro Aleatório (F9)

Intervalo Controle Deslizante Animação

min: -5 max: 5 incremento: 0.1

Aplicar Cancelar

Entrada:

ESTUDO DE CÔNICA... GeoGebra 16:58

GeoGebra

Arquivo Editar Exibir Disposições Opções Ferramentas Janela Ajuda

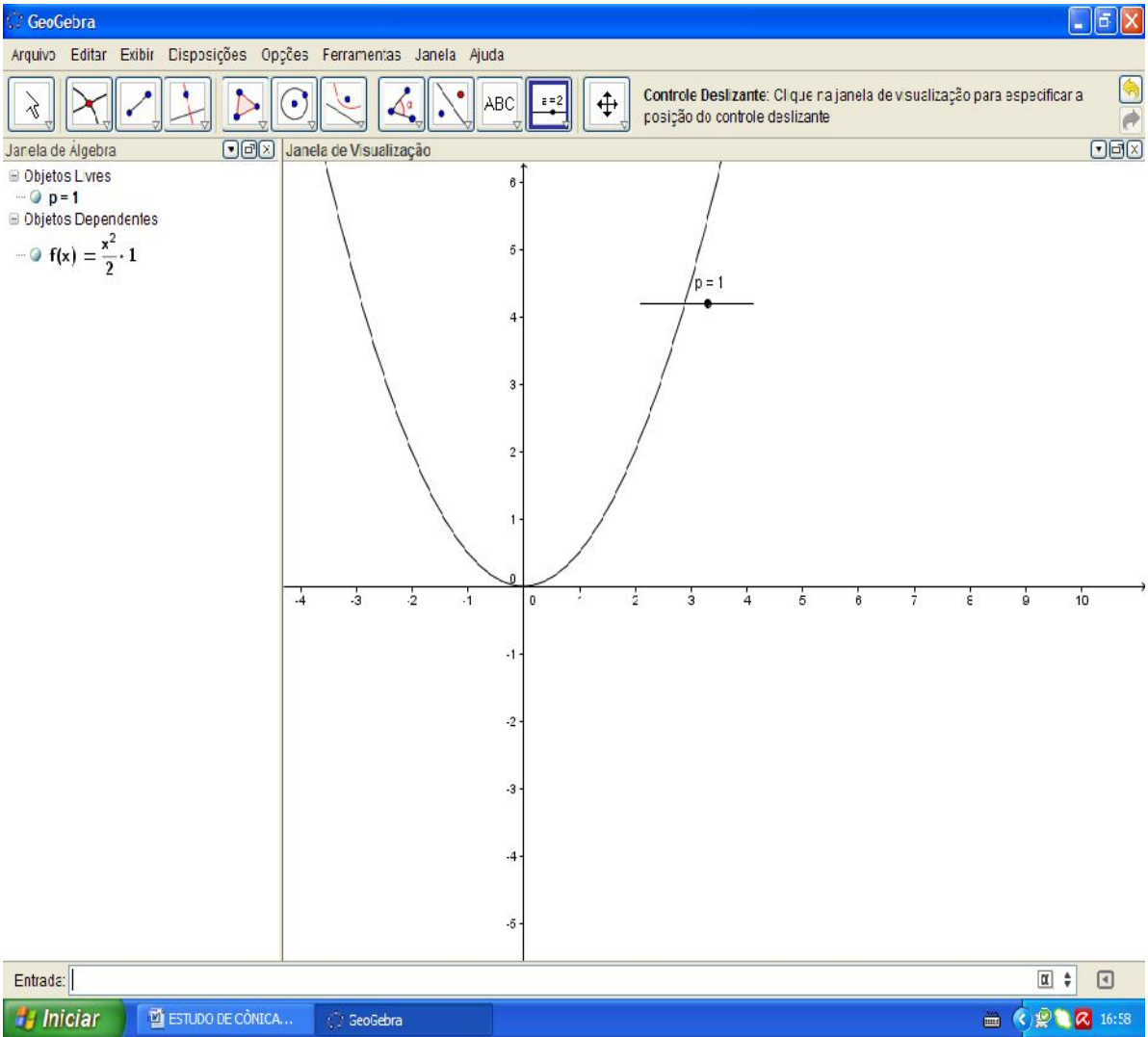
Controle Deslizante: Clique na janela de visualização para especificar a posição do controle deslizante

Janela de Álgebra Janela de Visualização

Objetos Livres
p = 1
Objetos Dependentes

Entrada:

Iniciar ESTUDO DE CÔNICA... GeoGebra 16:58



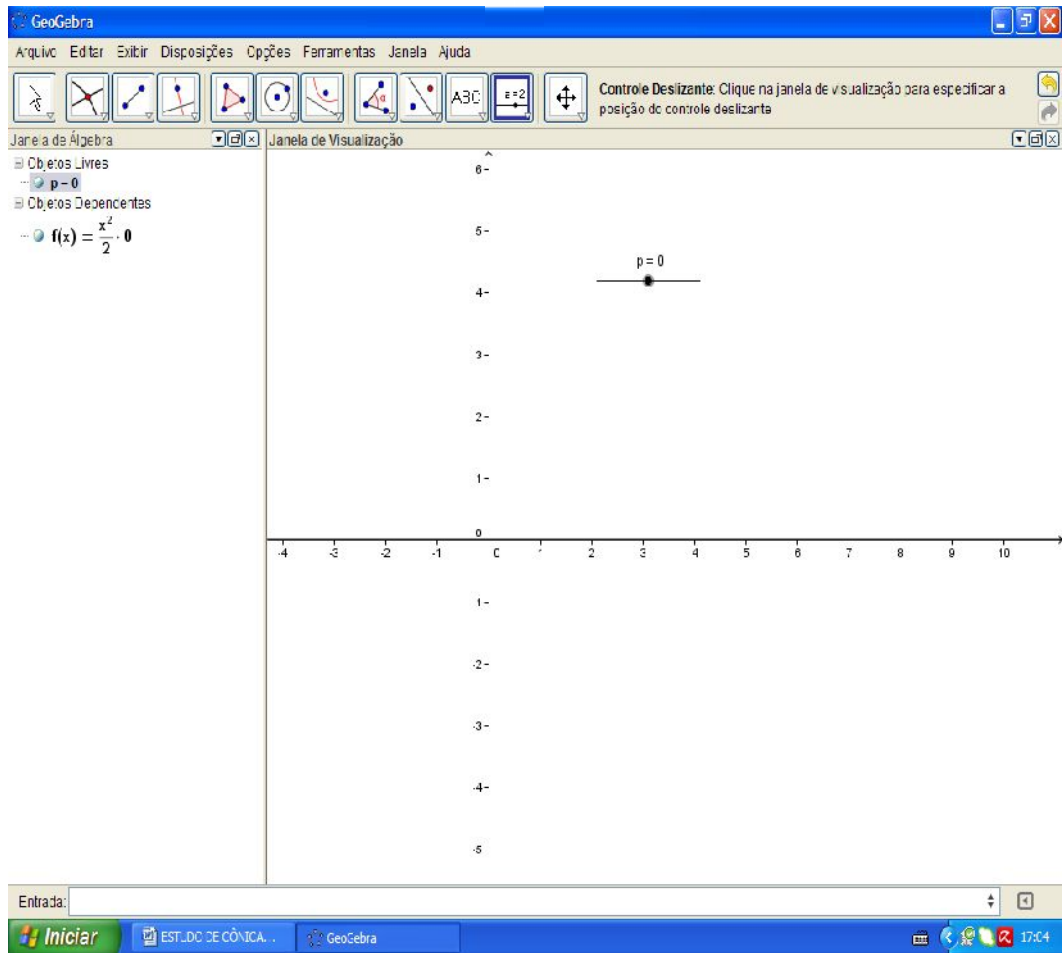
Ao seletor “p” que determina a variação de uma constante (tornando um valor manipulável) “p” damos o nome de parâmetro da parábola, e ela tem uma importância muito grande para o estudo da parábola, uma vez que a parábola abre ou fecha sua concavidade na medida em que “p” aumenta ou diminui de tamanho, ou seja:

Se $p=0$ então a parábola não existe e o que temos é uma reta;

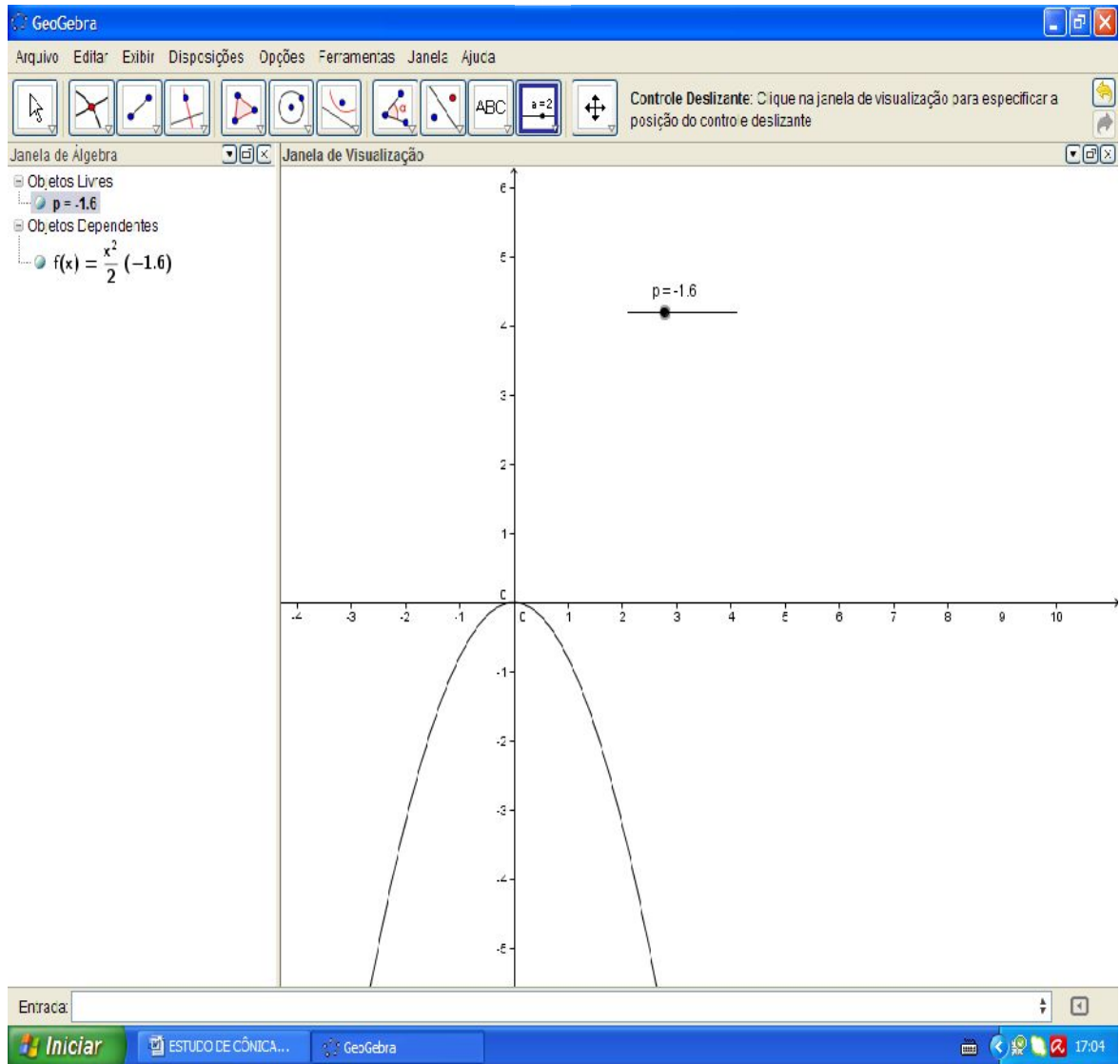
Se $p<0$ então a parábola terá sua concavidade voltada para baixo e do contrário para cima. É só perceber que quando fazemos $x^2 = 2py$ em função de y temos $y = \frac{x^2}{2p}$ onde “p” ou “p/2” passa a ser uma constante ou simplesmente o coeficiente angular da parábola, como na sua forma mais conhecida, $ax^2 + bx + c = 0$ onde $a = p/2$.

Mova o seletor e perceba o mesmo.

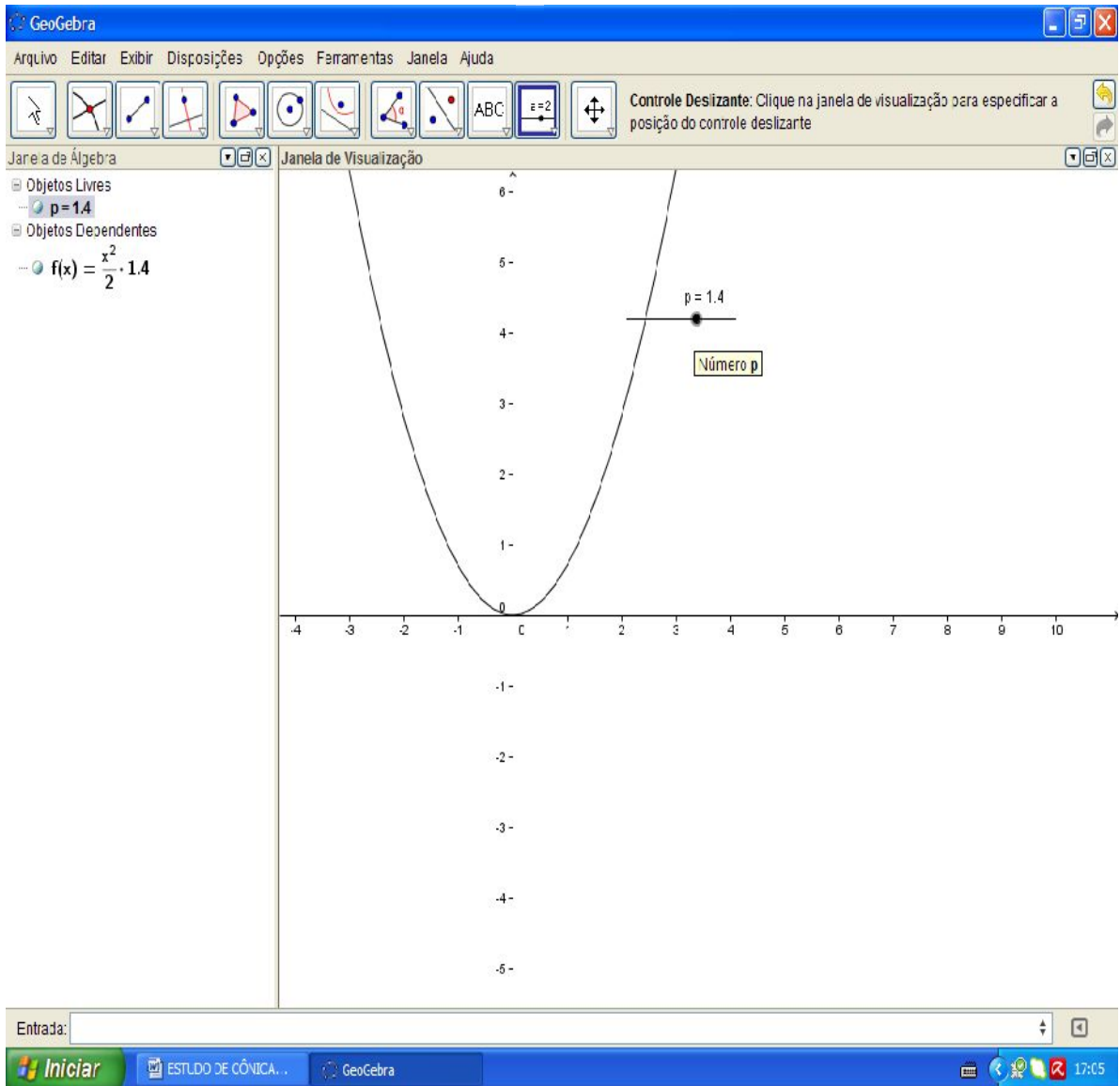
$$P = 0$$



$$P < 0$$

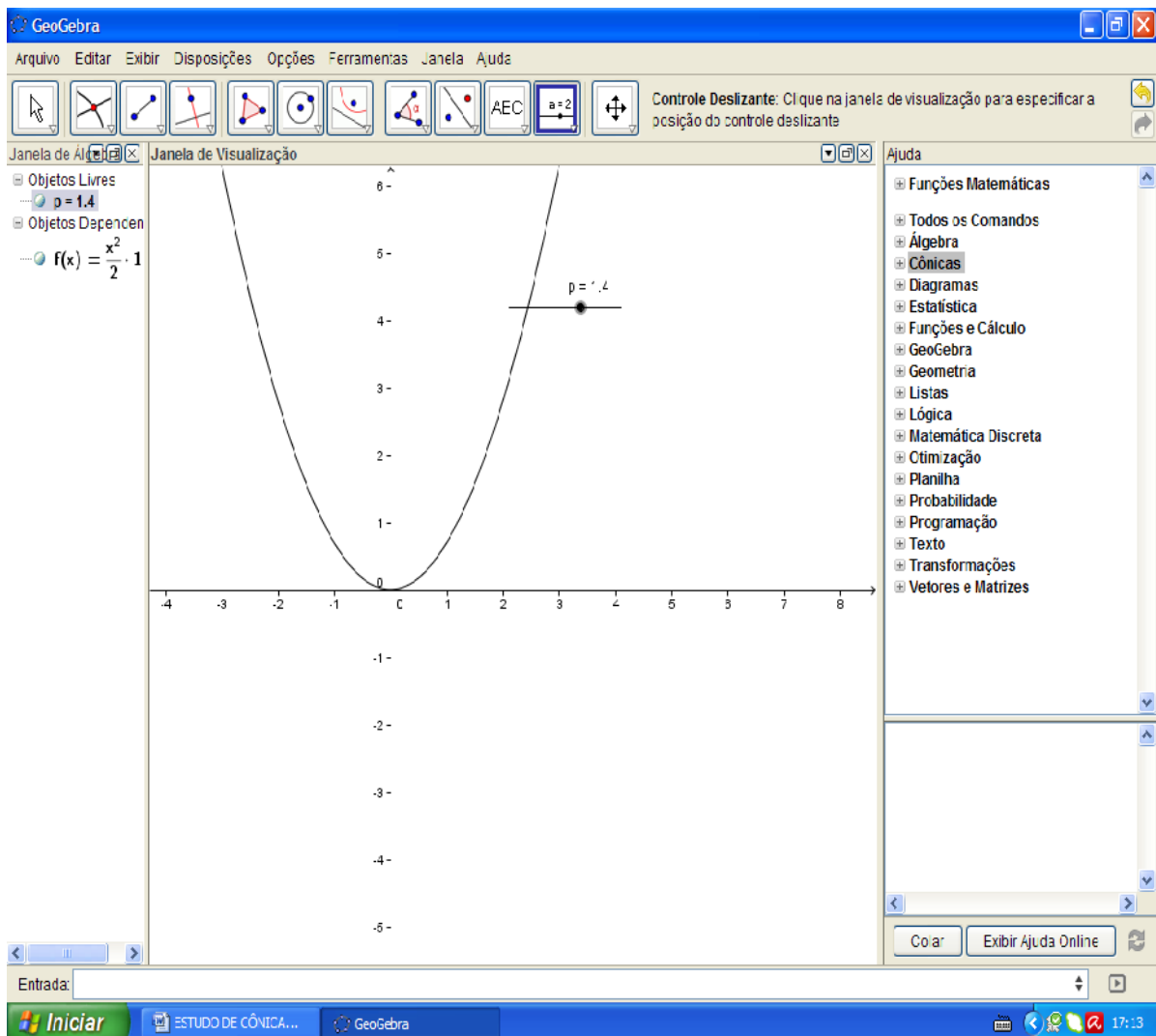


$$p > 0$$



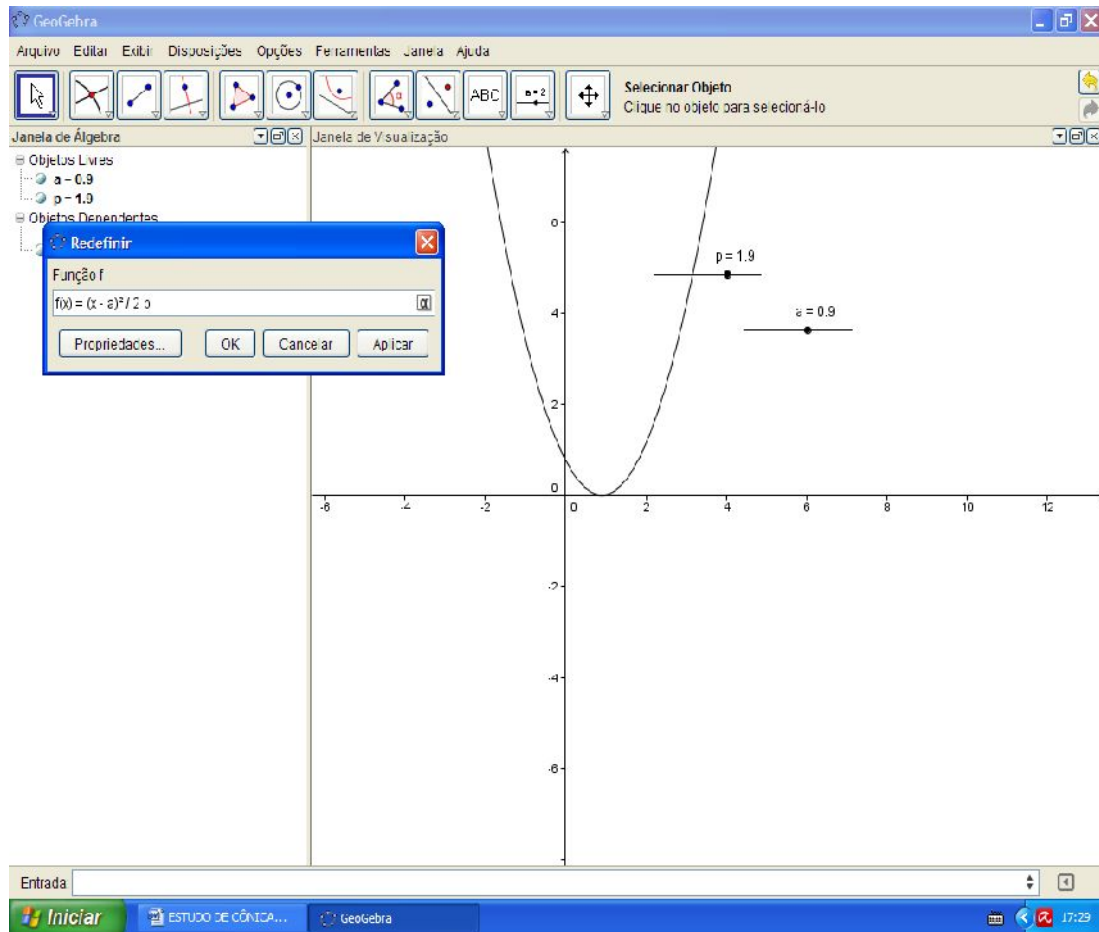
Estudemos um pouco mais esta figura com os recursos do software.

Com a janela “ajuda” no canto direito e abaixo na tela, escolha a opção “cônica”.



Crie agora outro seletor de nome "a" e depois dê duplo clique na função da parábola na caixa de entrada para digitar no lugar da expressão

$$f(x) = \frac{(x - a)^2}{2p}$$



GeoGebra

Arquivo Editar Exibir Disposições Opções Ferramentas Janela Ajuda

Selecionar Objeto
Clique no objeto para selecioná-lo

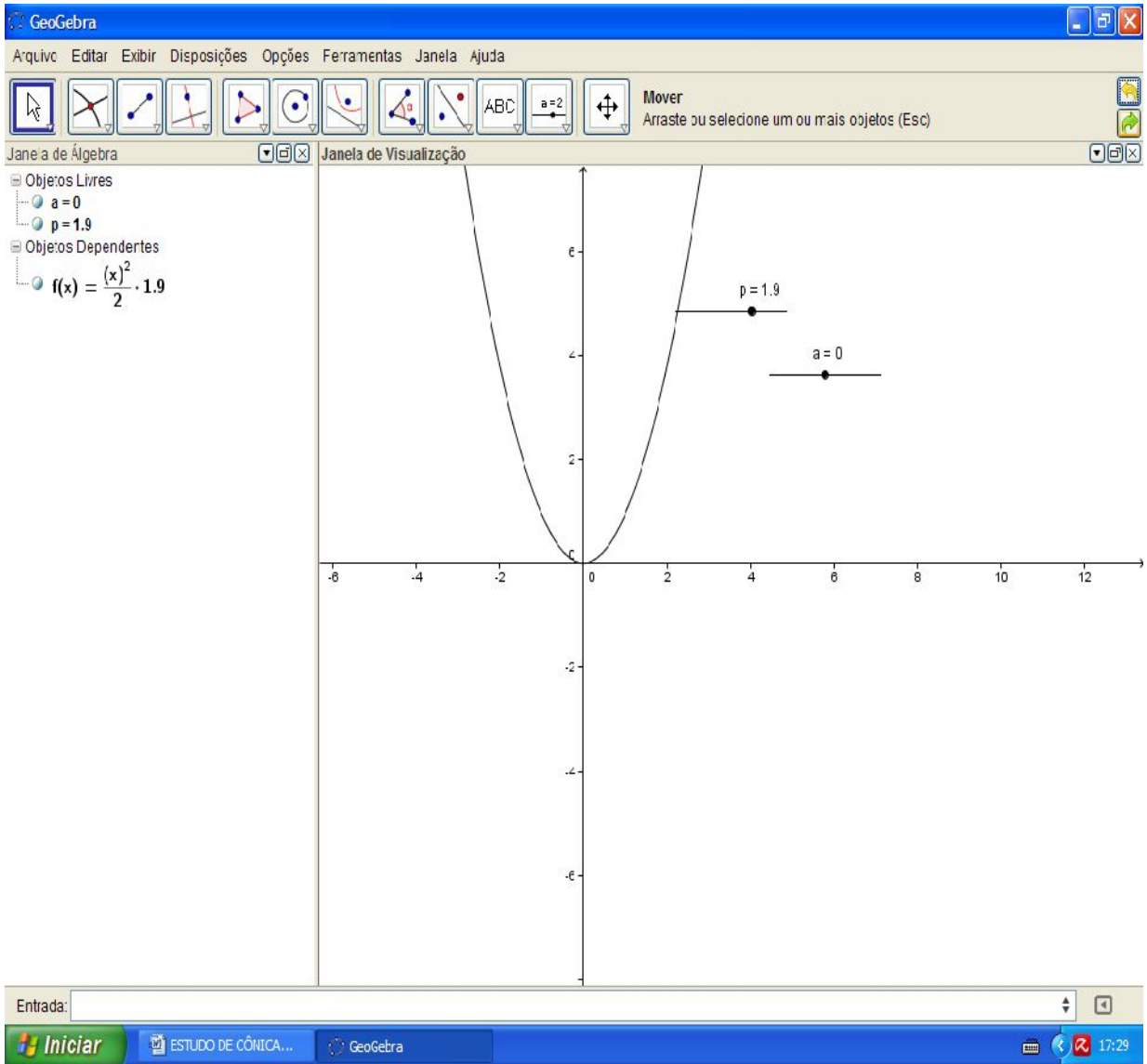
Janela de Álgebra Janela de Visualização

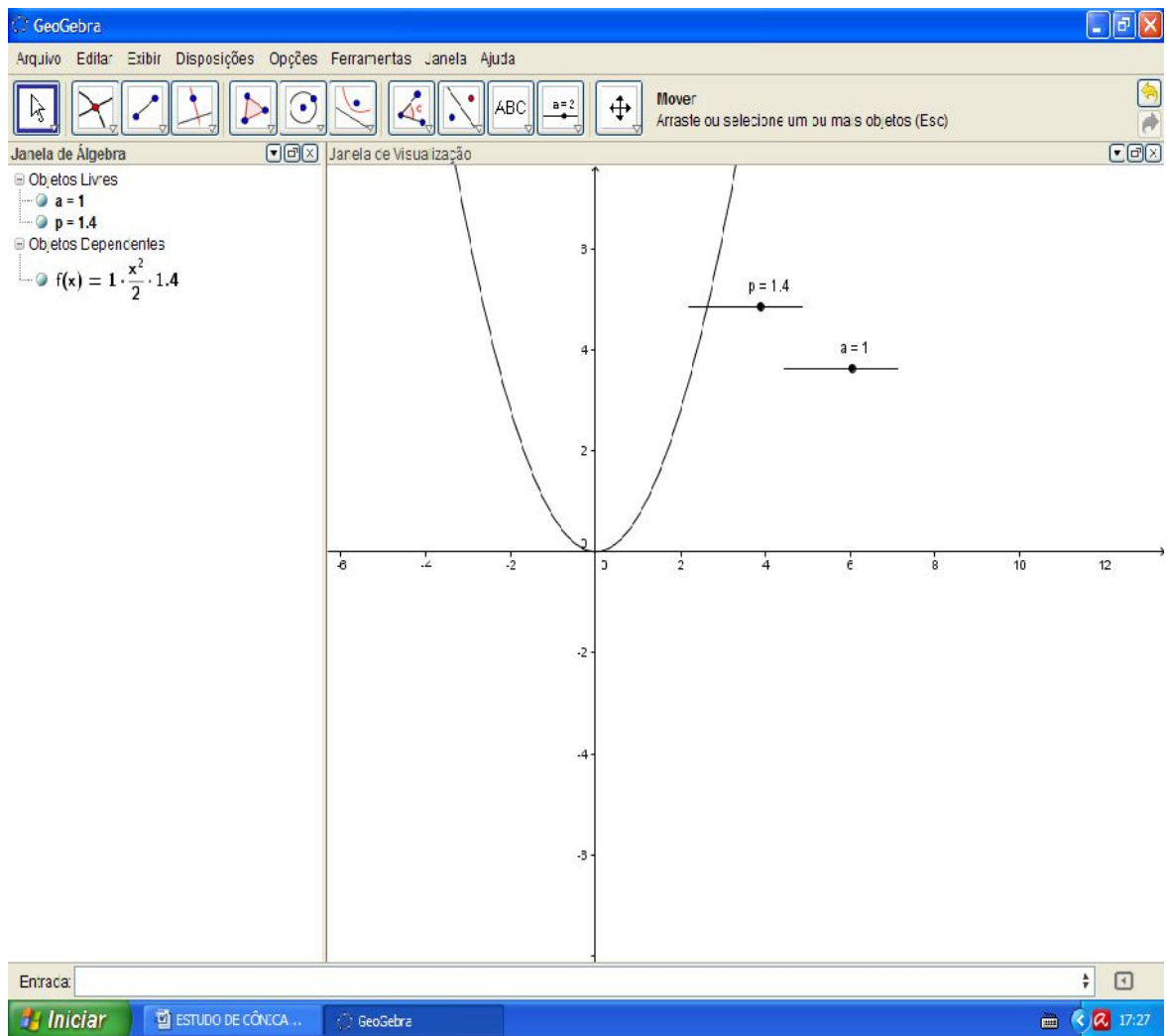
Objetos Livres
• $a = 1$
• $p = 1.4$
Objetos Dependentes
• $f(x) = \frac{x^2}{2} \cdot 1.4$

The image shows the GeoGebra software interface. At the top, there is a menu bar with options: Arquivo, Editar, Exibir, Disposições, Opções, Ferramentas, Janela, and Ajuda. Below the menu is a toolbar with various geometric tools. The main workspace is a coordinate plane with x and y axes ranging from -6 to 12. A parabola is plotted, opening upwards. Two horizontal line segments are drawn: one at y = 1.4 labeled 'p = 1.4' and another at y = 1 labeled 'a = 1'. A dialog box titled 'Redefinir' is open in the center, with the text 'Função f' and the formula $f(x) = a \cdot x^2 / 2 p$ entered. The dialog has buttons for 'Propriedades...', 'OK', 'Cancelar', and 'Aplicar'. At the bottom, there is an 'Entrada:' field and a taskbar with the Windows logo, 'Iniciar', and open windows for 'ESTUDO DE CÔNICA...' and 'GeoGebra'. The system clock shows 17:26.

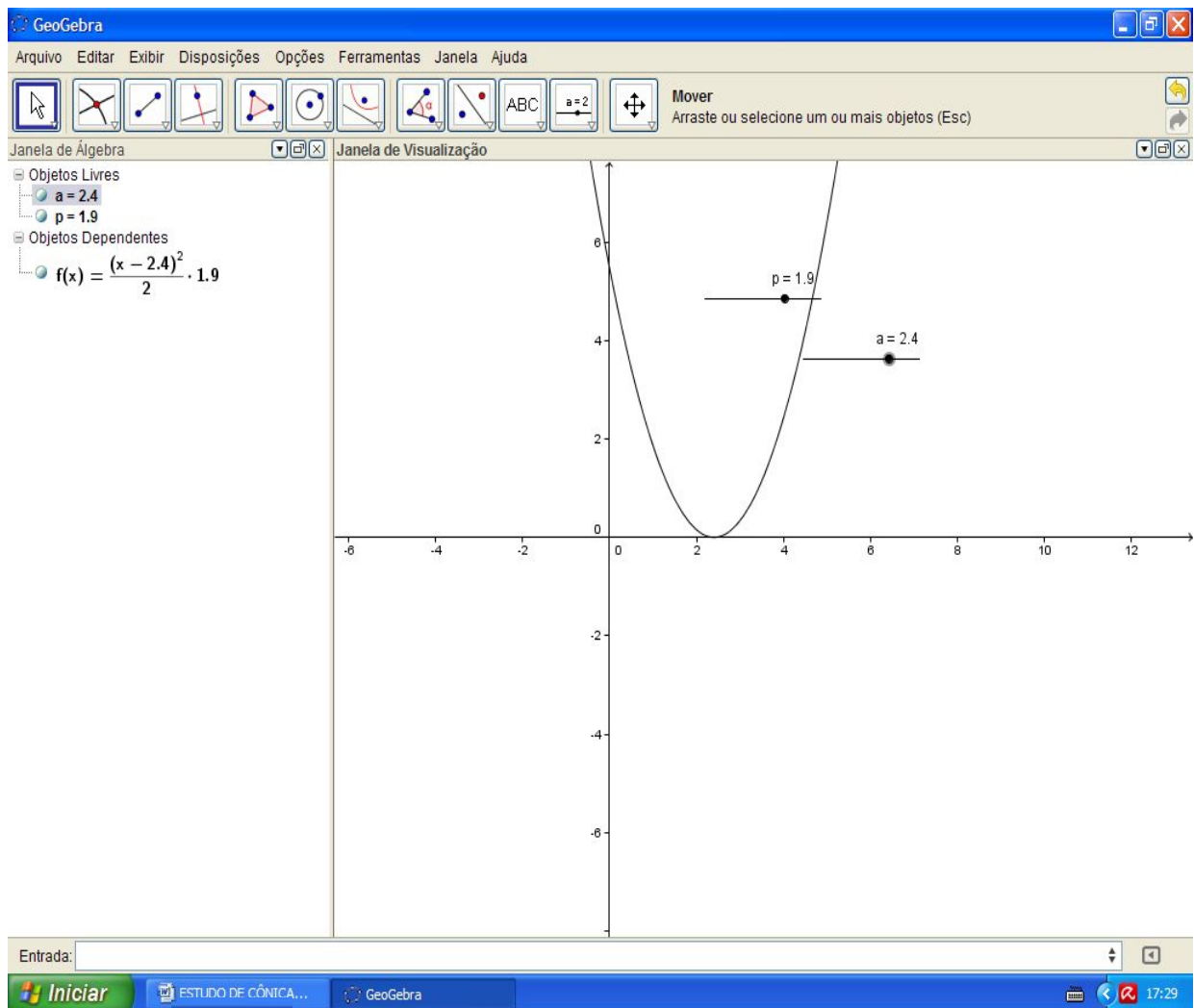
Entrada:

ESTUDO DE CÔNICA... GeoGebra 17:26





Agora movimente o seletor “a”.



Crie agora um seletor “b” e ainda na expressão da parábola digite após a expressão

“-b” ficando $f(x) = \frac{(x - a)^2}{2 p - b}$

GeoGebra

Arquivo Editar Exibir Disposições Opções Ferramentas Janela Ajuda

Controle Deslizante: Clique na janela de visualização para especificar a posição do controle deslizante

Janela de Álgebra

- Objetos Livres
 - $a = 0$
 - $p = 1.9$
- Objetos Dependentes
 - $f(x) = \frac{(x)^2}{2} \cdot 1.9$

Janela de Visualização

The image shows the GeoGebra software interface. The main window displays a coordinate system with a parabola. The vertex of the parabola is at the origin (0,0). A point on the x-axis is labeled 'p = 1.9'. A slider control dialog box is open, titled 'Controle Deslizante'. The dialog has three radio buttons: 'Número' (selected), 'Ângulo', and 'Inteiro'. The 'Número' option has a text field containing '0'. There is a checkbox for 'Aleatório (F9)'. Below these are three tabs: 'Intervalo', 'Controle Deslizante', and 'Animação'. The 'Intervalo' tab is active, showing 'min: -5', 'max: 5', and 'Incremento: 0.1'. At the bottom of the dialog are 'Aplicar' and 'Cancelar' buttons. The background shows a coordinate system with a parabola. The x-axis has tick marks at 6, 8, 10, and 12. The y-axis has tick marks at 6, -4, and -6. A point on the x-axis is labeled 'p = 1.9'. A slider control is positioned at the origin (0,0).

Controle Deslizante

Número Ângulo Inteiro

Nome

Aleatório (F9)

Intervalo Controle Deslizante Animação

min: -5 max: 5 Incremento: 0.1

Aplicar Cancelar

Entrada:

ESTUDO DE CÔNICA... GeoGebra 17:30

GeoGebra

Arquivo Editar Exibir Disposições Opções Ferramentas Janela Ajuda

Selecionar Objeto
Clique no objeto para selecioná-lo

Janela de Álgebra Janela de Visualização

Objetos Livres
a = 0
b = 1
p = 1.9

Objetos Dependentes
 $f(x) = \frac{(x)^2}{2} \cdot 1.9$

Redefinir

Função f
 $f(x) = (x - a)^2 / 2 p - b$

Propriedades... OK Cancelar Aplicar

Entrada:

ESTUDO DE CÔNICA... GeoGebra 17:34

The image shows the GeoGebra interface. On the left, the 'Janela de Álgebra' (Algebra Window) lists free objects: $a = 0$, $b = 1$, and $p = 1.9$. It also shows a dependent object: a parabola $f(x) = \frac{(x)^2}{2} \cdot 1.9$. The main 'Janela de Visualização' (View Window) displays a coordinate system with a parabola opening upwards. The vertex of the parabola is at $(0, 0)$. Three points are marked on the x-axis: $a = 0$ at $x = 0$, $b = 1$ at $x = 1$, and $p = 1.9$ at $x = 1.9$. A dialog box titled 'Redefinir' (Rename) is open, showing the function $f(x) = (x - a)^2 / 2 p - b$ in the input field. The dialog has buttons for 'Propriedades...', 'OK', 'Cancelar', and 'Aplicar'. The Windows taskbar at the bottom shows the 'Iniciar' button, the active window 'ESTUDO DE CÔNICA...', the GeoGebra application, and the system tray with the time 17:34.

GeoGebra

Arquivo Editar Exibir Disposições Opções Ferramentas Janela Ajuda

Mover
Arraste ou selecione um ou mais objetos (Esc)

Janela de Álgebra

- Objetos Livres
 - $a = 0$
 - $b = 0$
 - $p = 1.9$
- Objetos Dependentes
 - $f(x) = \frac{(x)^2}{2} \cdot 1.9$

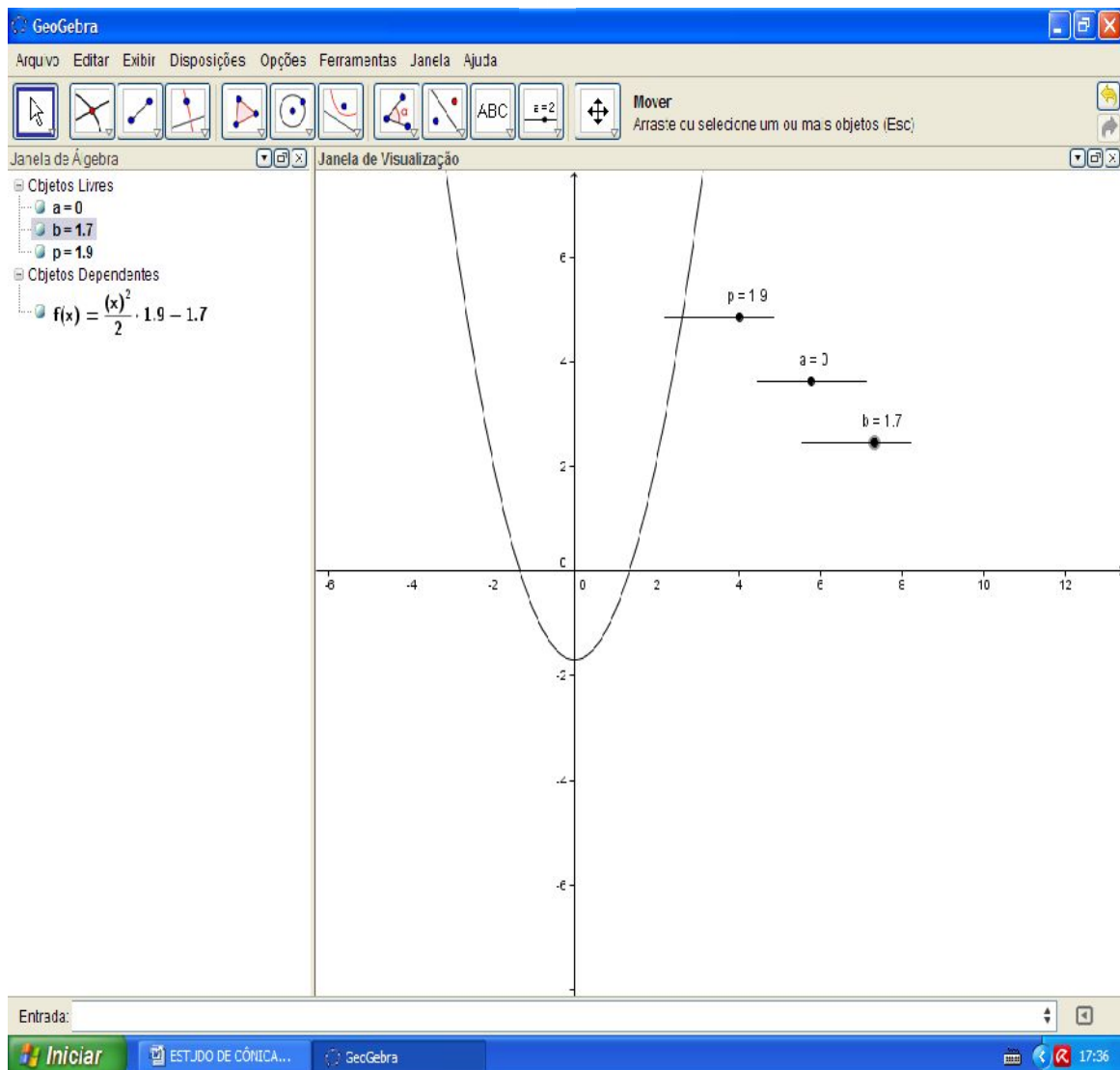
Janela de Visualização

Entrada:

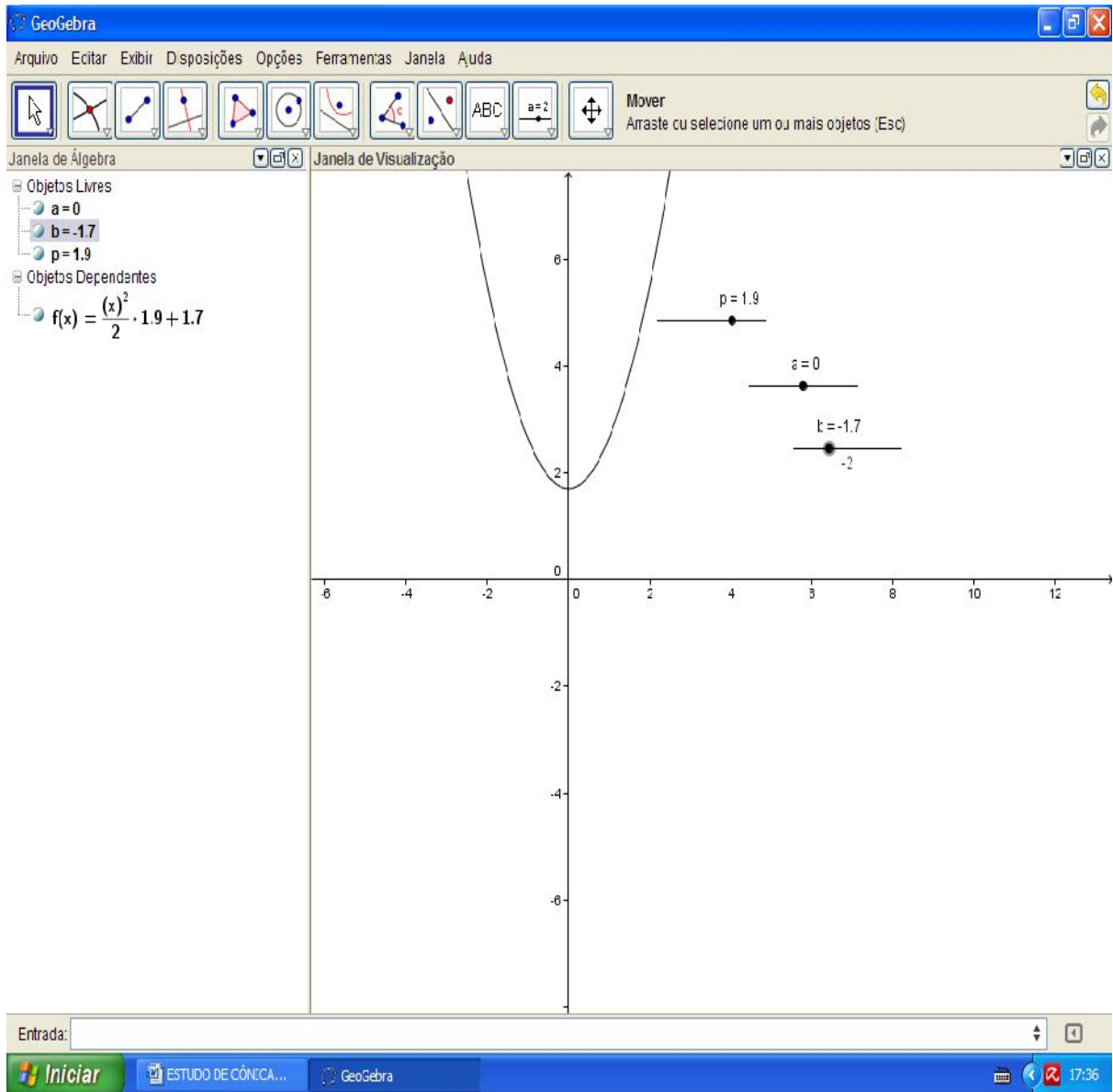
Iniciar ESTUDO DE CÔNICA... GeoGebra 17:35

Movimente agora o seletor “b”.

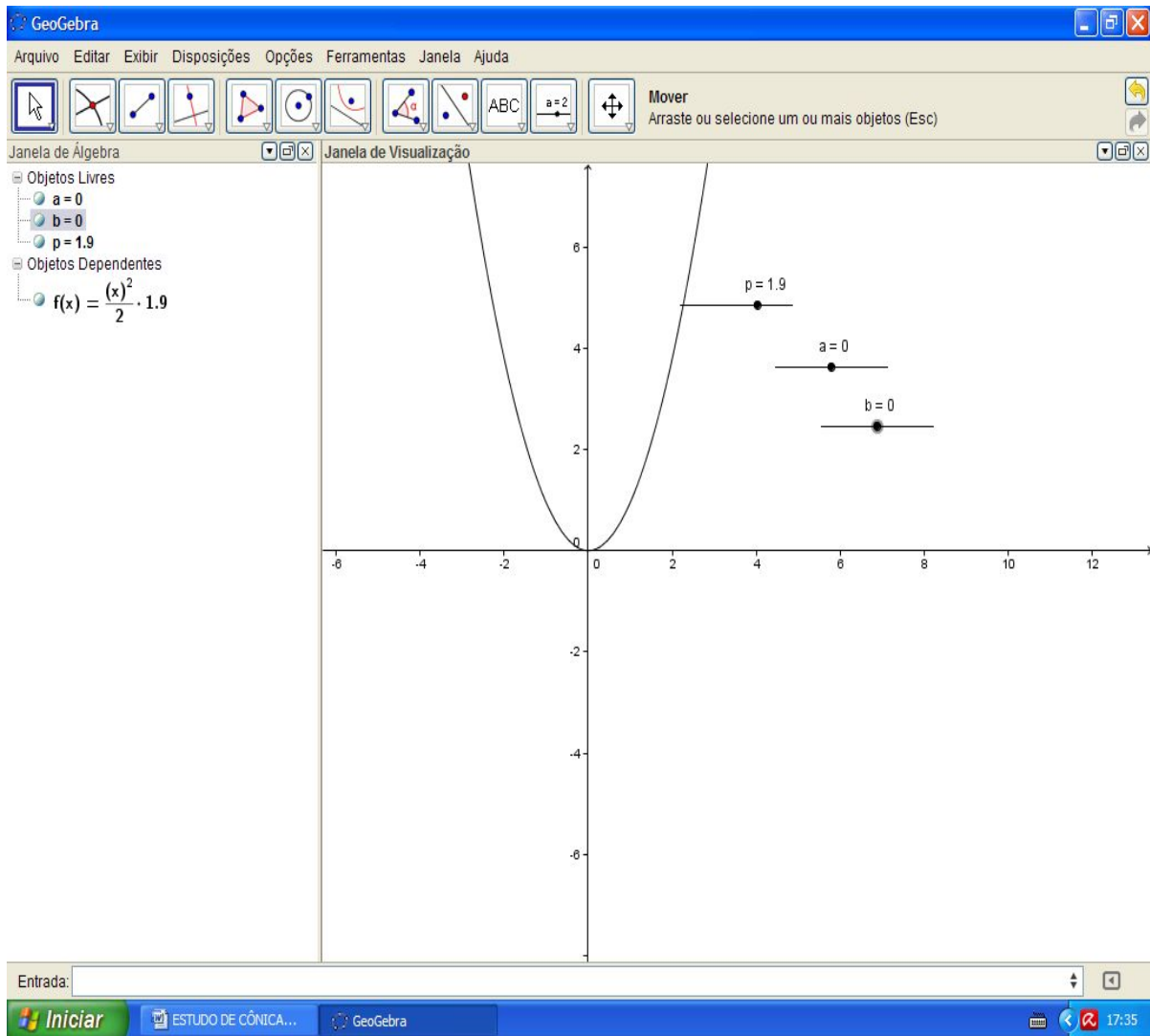
$$b > 0$$



$$b < 0$$



$$e b = 0$$



Este movimento da parábola no sentido horizontal positivo ocorre porque a expressão correta seria.

$f(x) = \frac{(x-a)^2}{2p(y-b)}$, mas o software não aceita "y", pois para ele a função é definida da forma como nós a mais estudamos, $y = ax^2 + bx + c$ e na medida em que colocamos $(x-a)^2$ ou $(x+a)^2$ estamos na verdade deslocando no eixo "x" o centro da parábola, e quando aumentamos ou diminuimos o valor de "b" estamos na verdade com $2p(y-(+b)), 2p(y-(-b))$, alterando seu deslocamento no eixo "y".

$$f(x) = \frac{(x-a)^2}{2p-y}$$

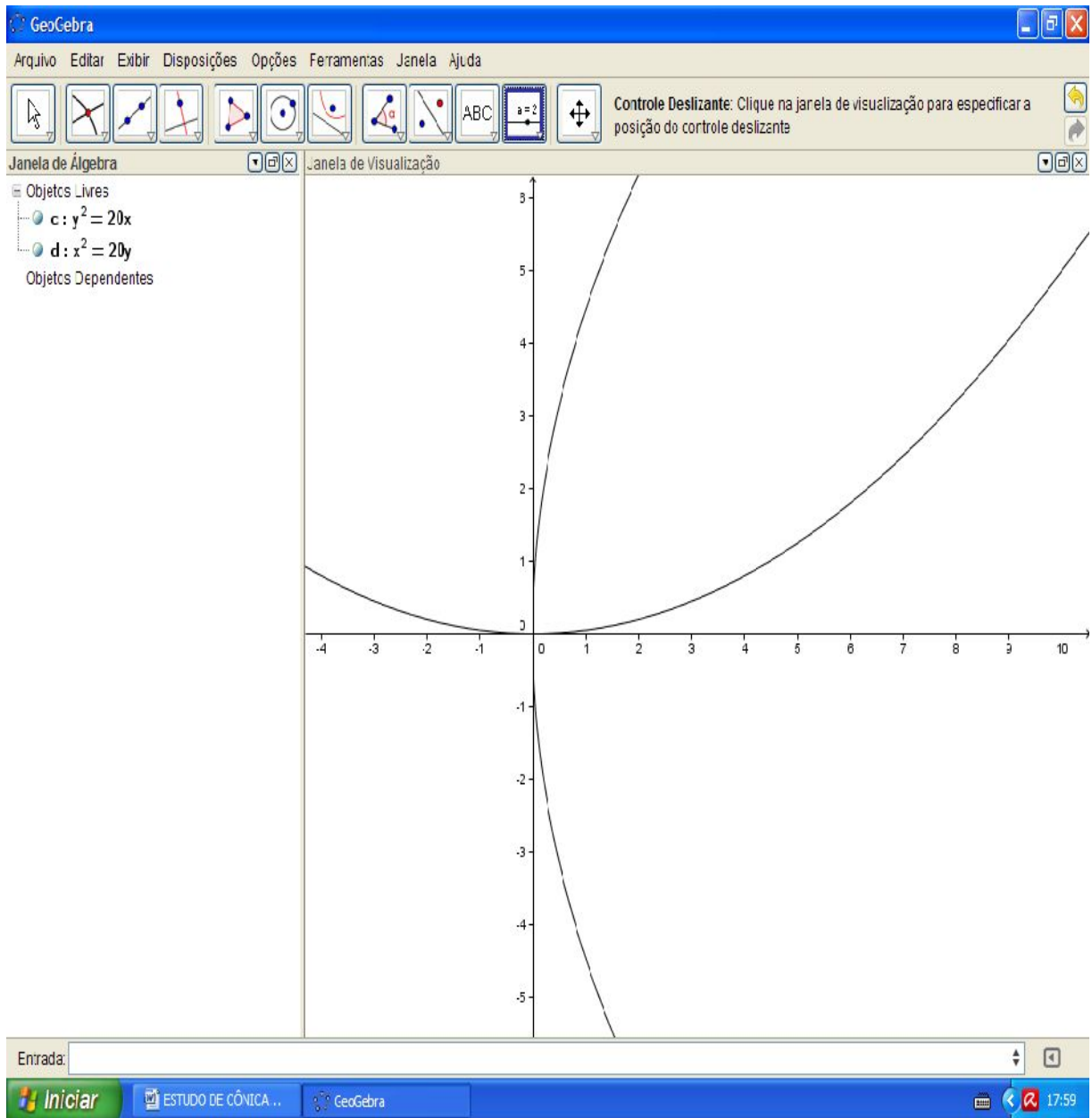
Esta dificuldade nos faz agir na seguinte maneira:

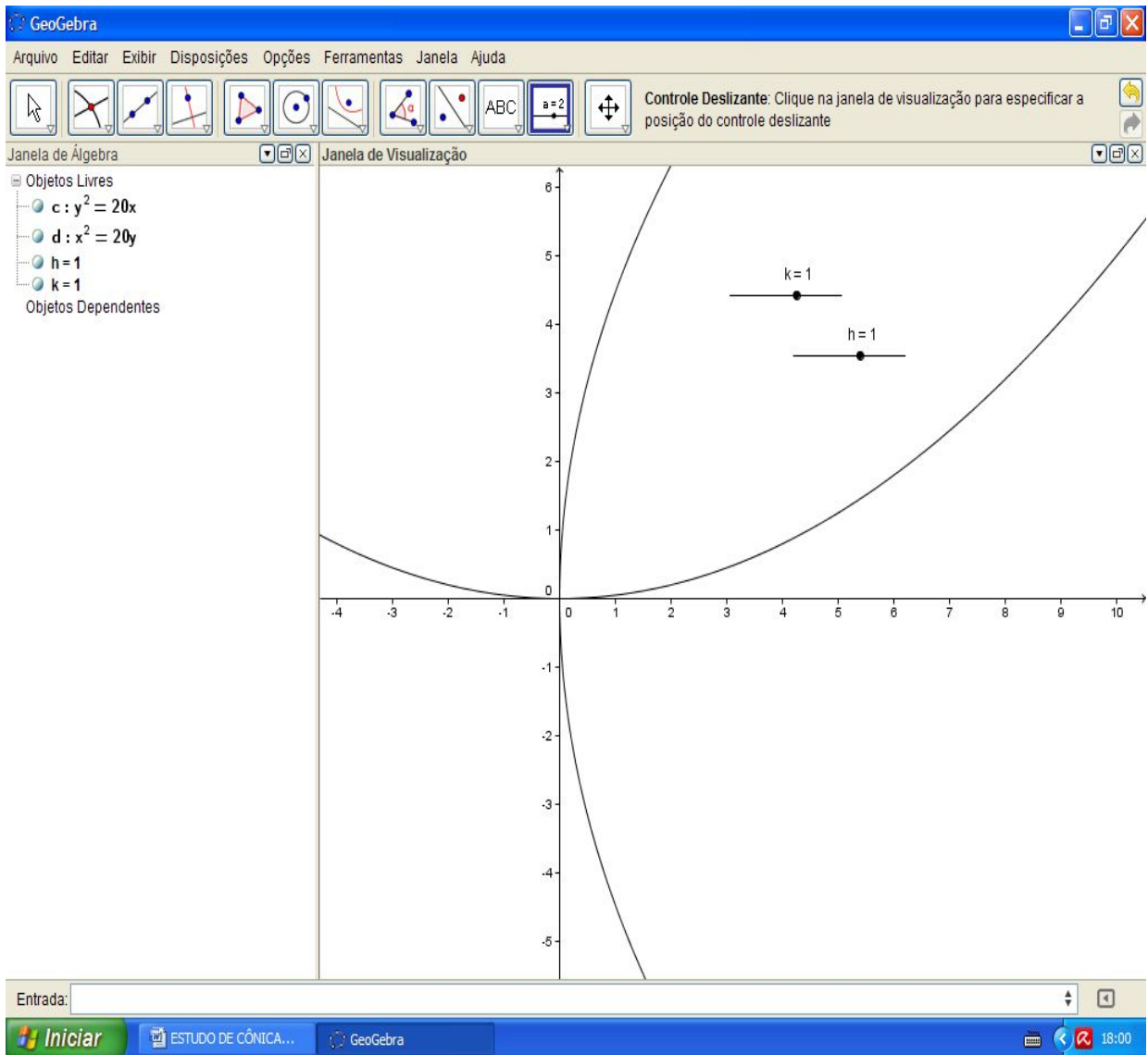
Plote " $x^2 = 20 * y$ " e depois " $y^2 = 20 * x$ " que são as formas convencionais que conhecemos.

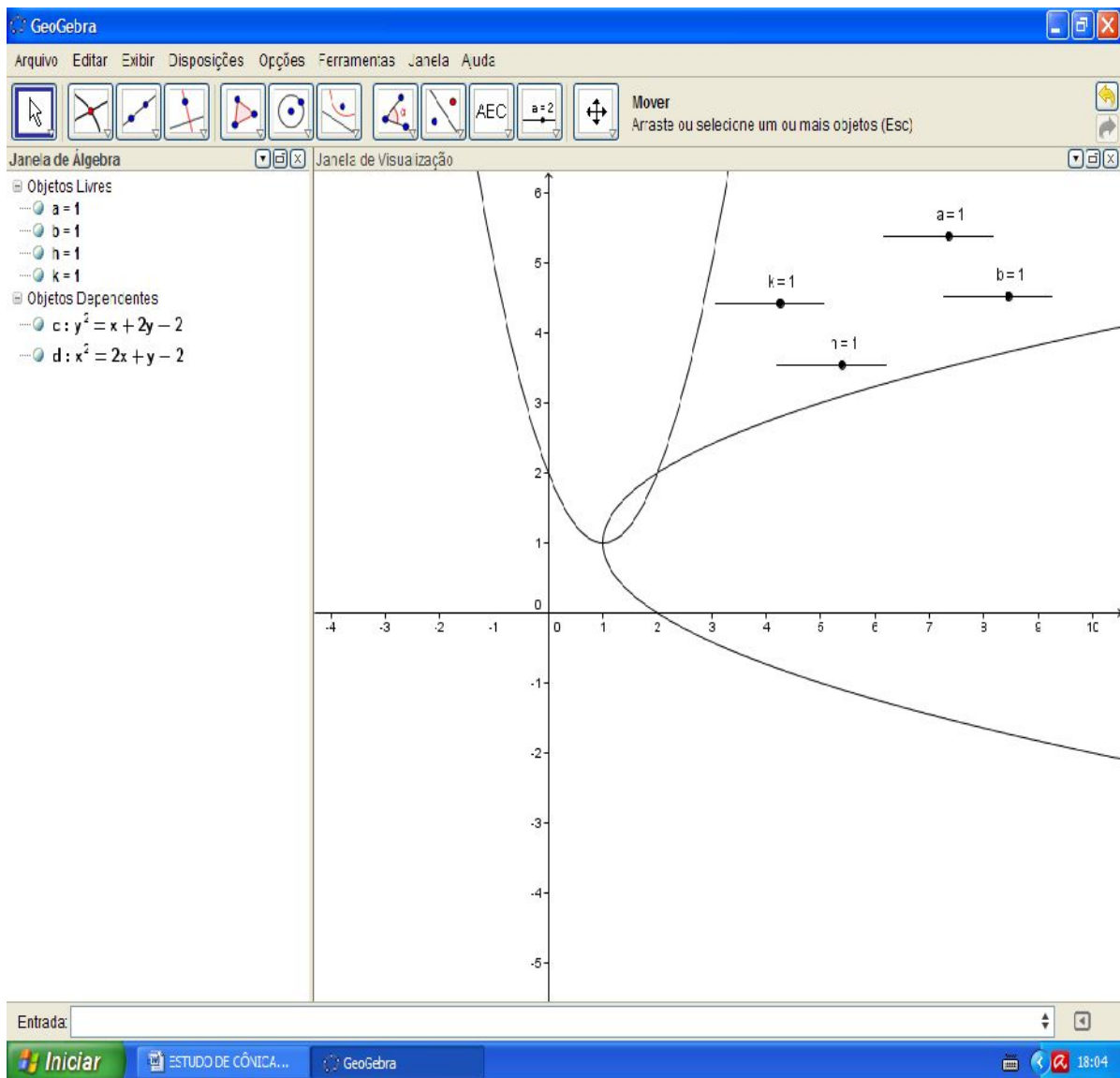
Crie dois seletores "k" e "h" variando de -5 a 5. Clique duas vezes nas expressões das parábolas e troque 20 por "k*" em um e "h*" em outro, agora varie os seletores para mudar a abertura da concavidade.

Depois insira os seletores "a" e "b" para trocar nas expressões "x" por (x-a) e "y" por (y-b) ficando $(y-b)^2 = k(x-a)$ e $(x-a)^2 = h(y-b)$

Bom, agora é só pensar em "k" e em "h" como "2p" da expressão padrão no estudo de cônicas. $K = 2p$ e $h = 2p$.







Movimente os seletores para melhor realizar as observações.

