Equação da parábola.

Já sabemos que toda equação de segundo grau gera uma parábola, no entanto podemos agora saber que existe uma forma padrão da mesma ou simplesmente uma forma reduzida que poderemos ver a seguir.

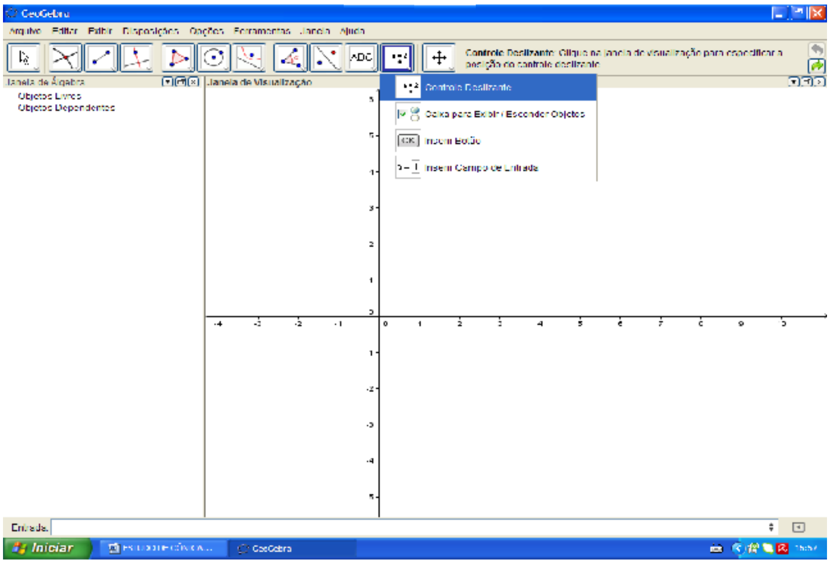
Abra um novo arquivo.

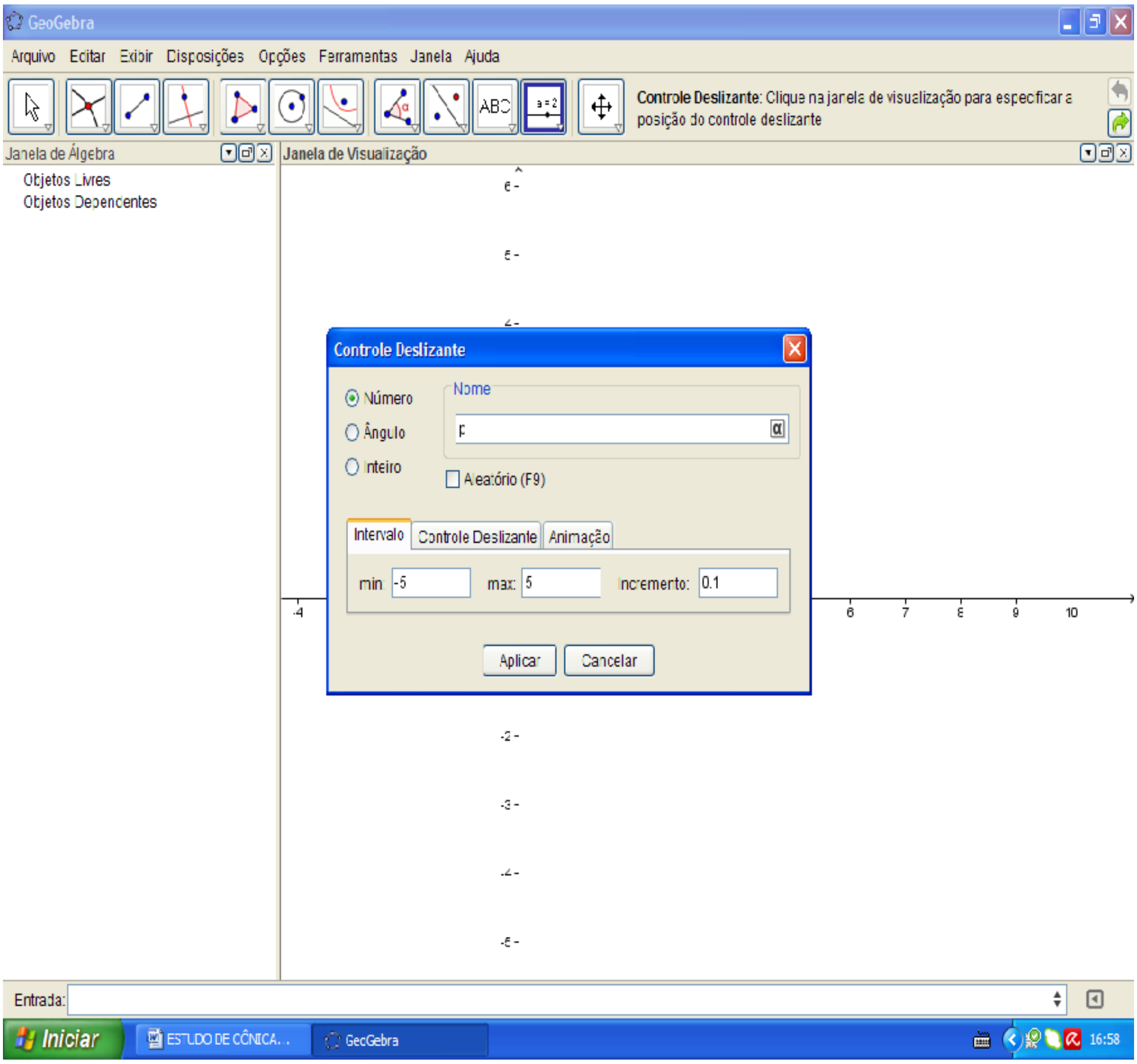
Nele:

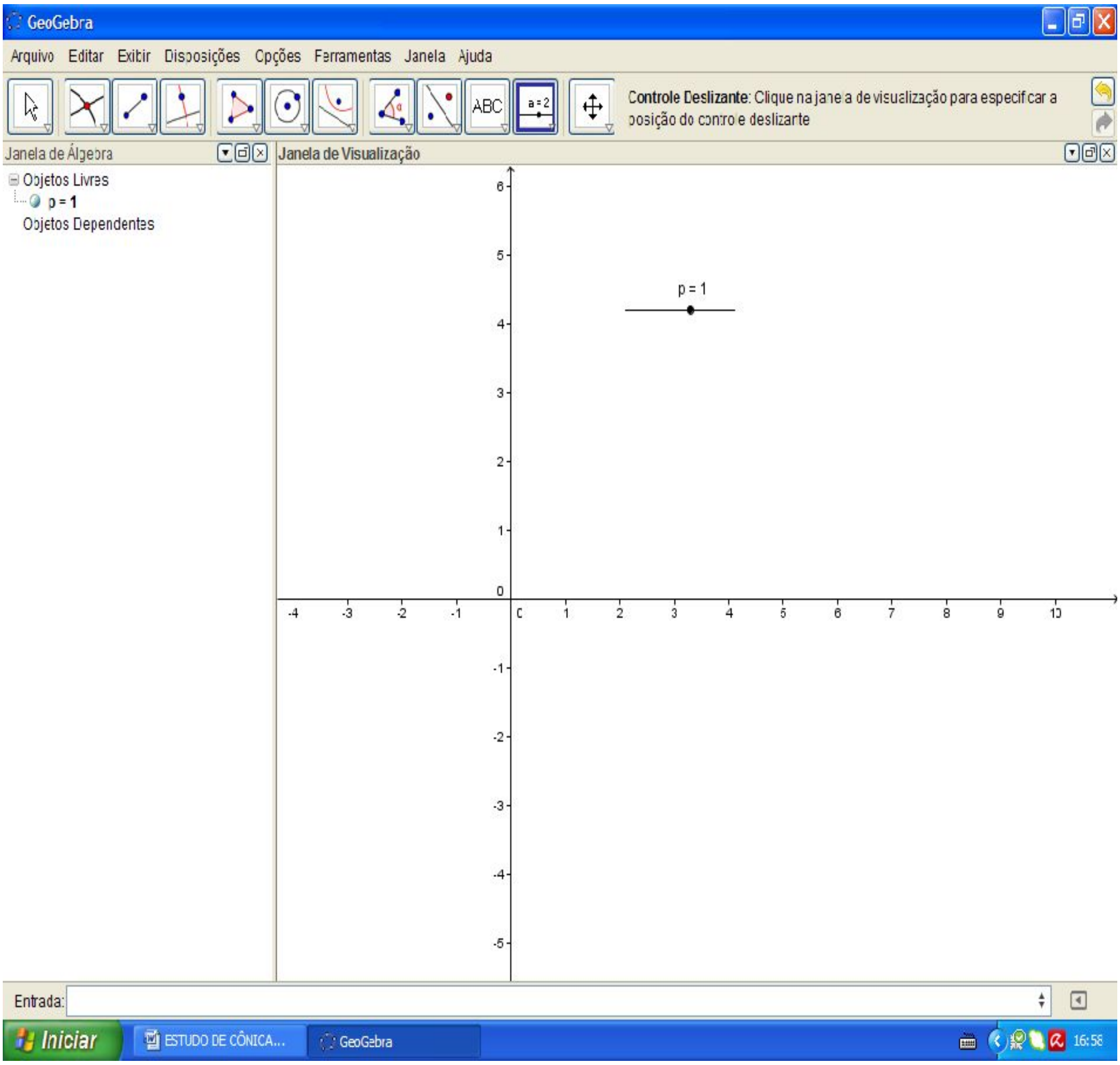
Crie um seletor de nome p.

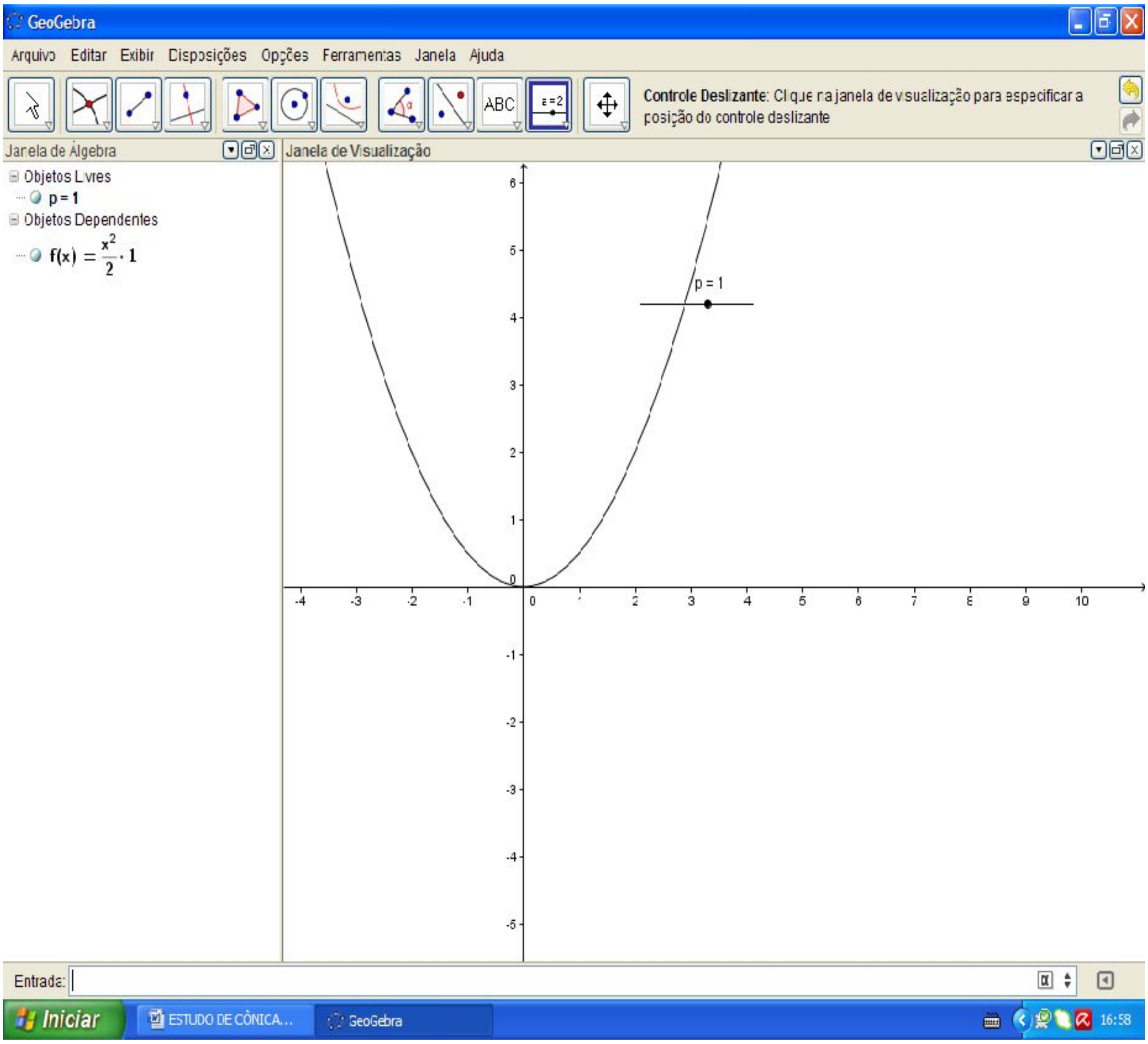
Digite na caixa de entrada “$(x\hat{}2)/2p$”.

E perceba a parábola que é dada por: $y = \frac{x2}{2p}$ que vem da forma reduzida $x2 = 2py$




GeoGebra
Arquivo Editar Exibir Disposições Opções Ferramentas Janela Ajuda
Controle Deslizante: Clique na janela de visualização para especificar a posição do controle deslizante
Janela de Álgebra
Objetos Livres
Objetos Dependentes
Janela de Visualização
Controle Deslizante
Número
Ângulo
Inteiro
Nome
p
Aleatório (F9)
Intervalo
Controle Deslizante
Animação
min: -5
max: 5
Incremento: 0.1
Aplicar
Cancelar
Entrada:
Iniciar
ESTUDO DE CÔNICA...
GeoGebra
16:58

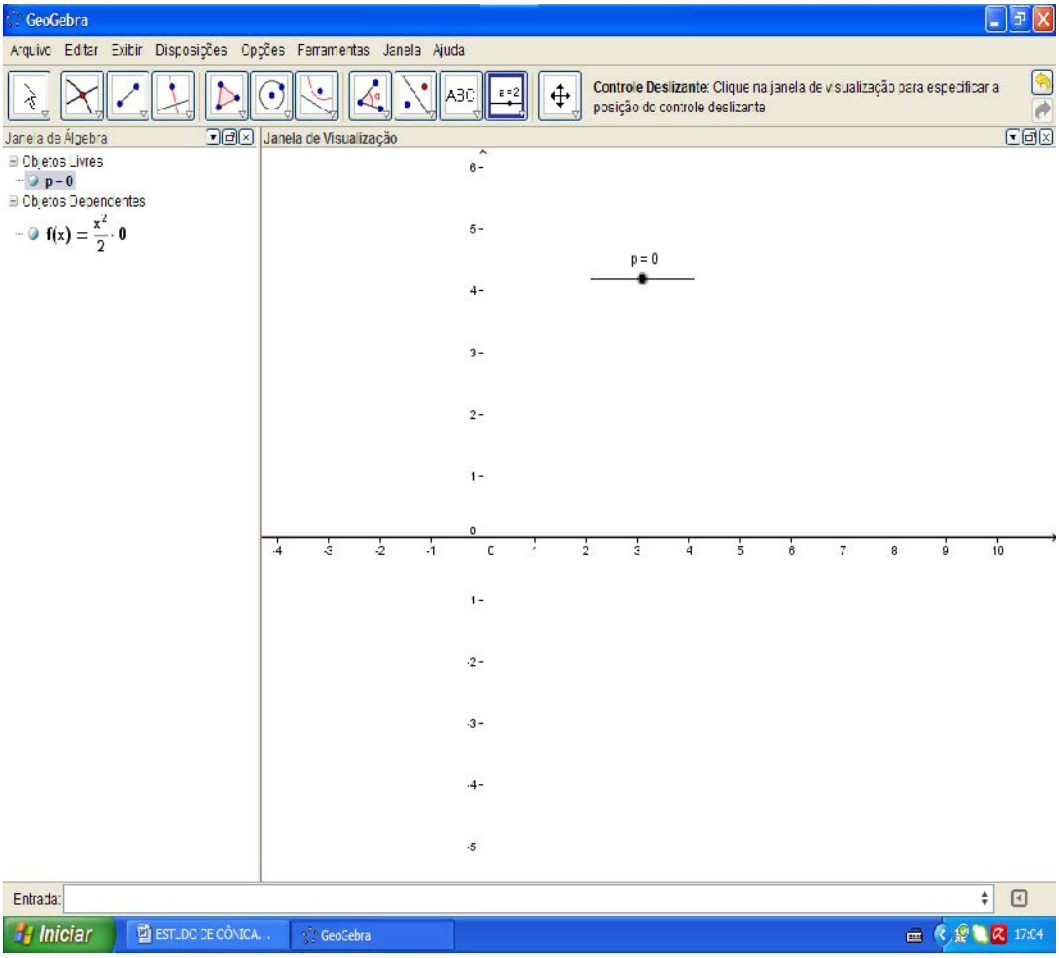

GeoGebra
Arquivo Editar Exibir Disposições Opções Ferramentas Janela Ajuda
Controle Deslizante: Clique na janela de visualização para especificar a posição do controle deslizante
Janela de Álgebra
Janela de Visualização
Objetos Livres
p = 1
Objetos Dependentes
p = 1
Entrada:
Iniciar
ESTUDO DE CÔNICA...
GeoGebra
16:58


GeoGebra
Arquivo Editar Exibir Disposições Opções Ferramentas Janela Ajuda
Controle Deslizante: Clique na janela de visualização para especificar a posição do controle deslizante
Janela de Álgebra
Objetos Livres
p = 1
Objetos Dependentes
f(x) = x²/2 · 1
Janela de Visualização
p = 1
Entrada:
Iniciar
ESTUDO DE CÔNICA...
GeoGebra
16:58

Ao seletor “p” que determina a variação de uma constante (tornando um valor manipulável) “p” damos o nome de parâmetro da parábola, e ela tem uma importância muito grande para o estuda da parábola, uma vez que a parábola abre ou fecha sua concavidade na medida em que “p” aumenta ou diminui de tamanho, ou seja:

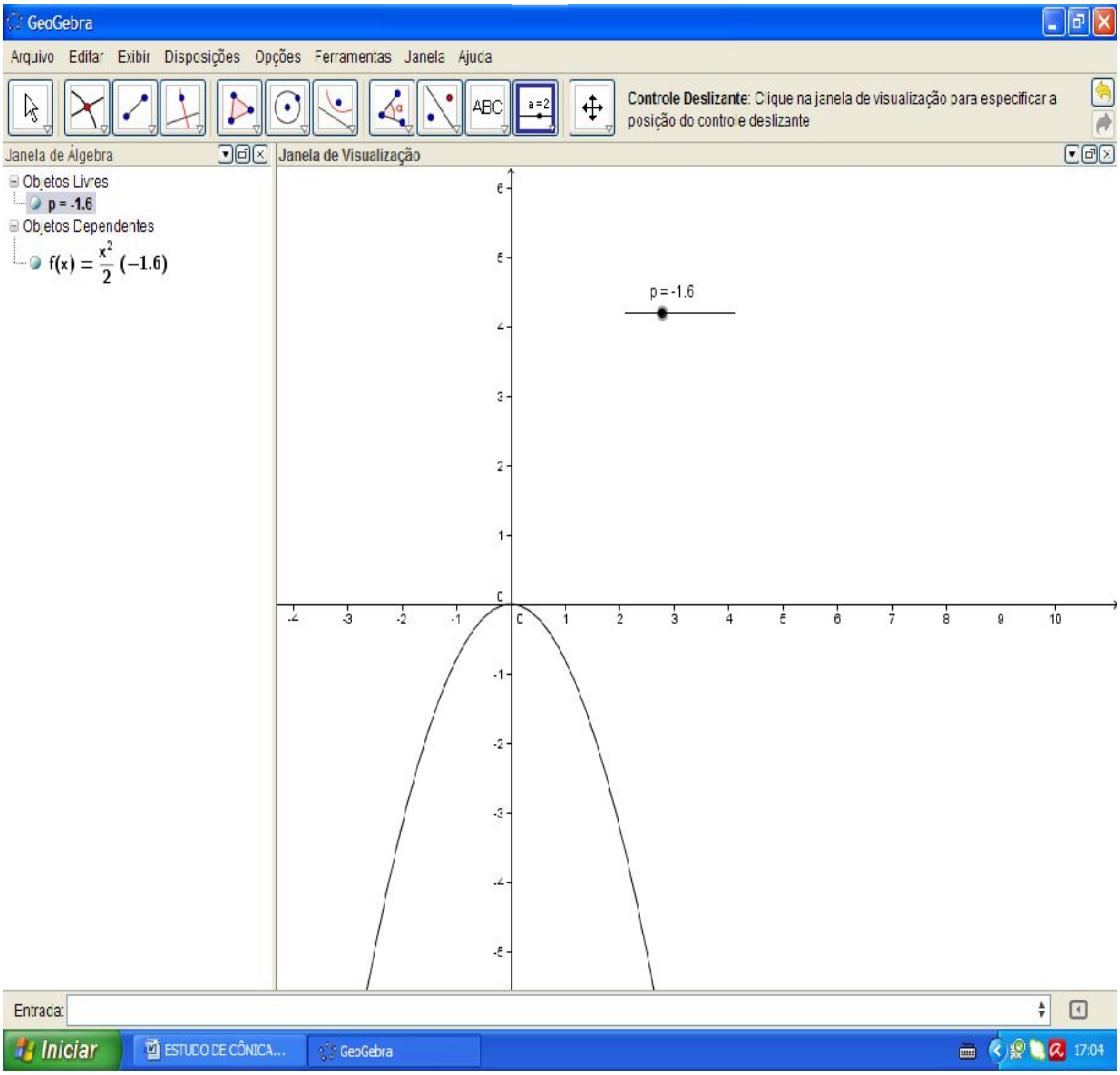
Se p=0 então a parábola não existe e o que temos é uma reta;
Se p<0 então a parábola terá sua concavidade voltada para baixo e do contrário para cima. É só perceber que quando fazemos $x^2 = 2py$ em função de y temos $y = \frac{x2}{2p}$ onde “p” ou “p/2” passa a ser uma constante ou simplesmente o coeficiente angular da parábola, como na sua forma mais conhecida, $ax^2 + bx + c = 0$ onde a =p/2.
Mova o seletor e perceba o mesmo.

$$P = 0$$

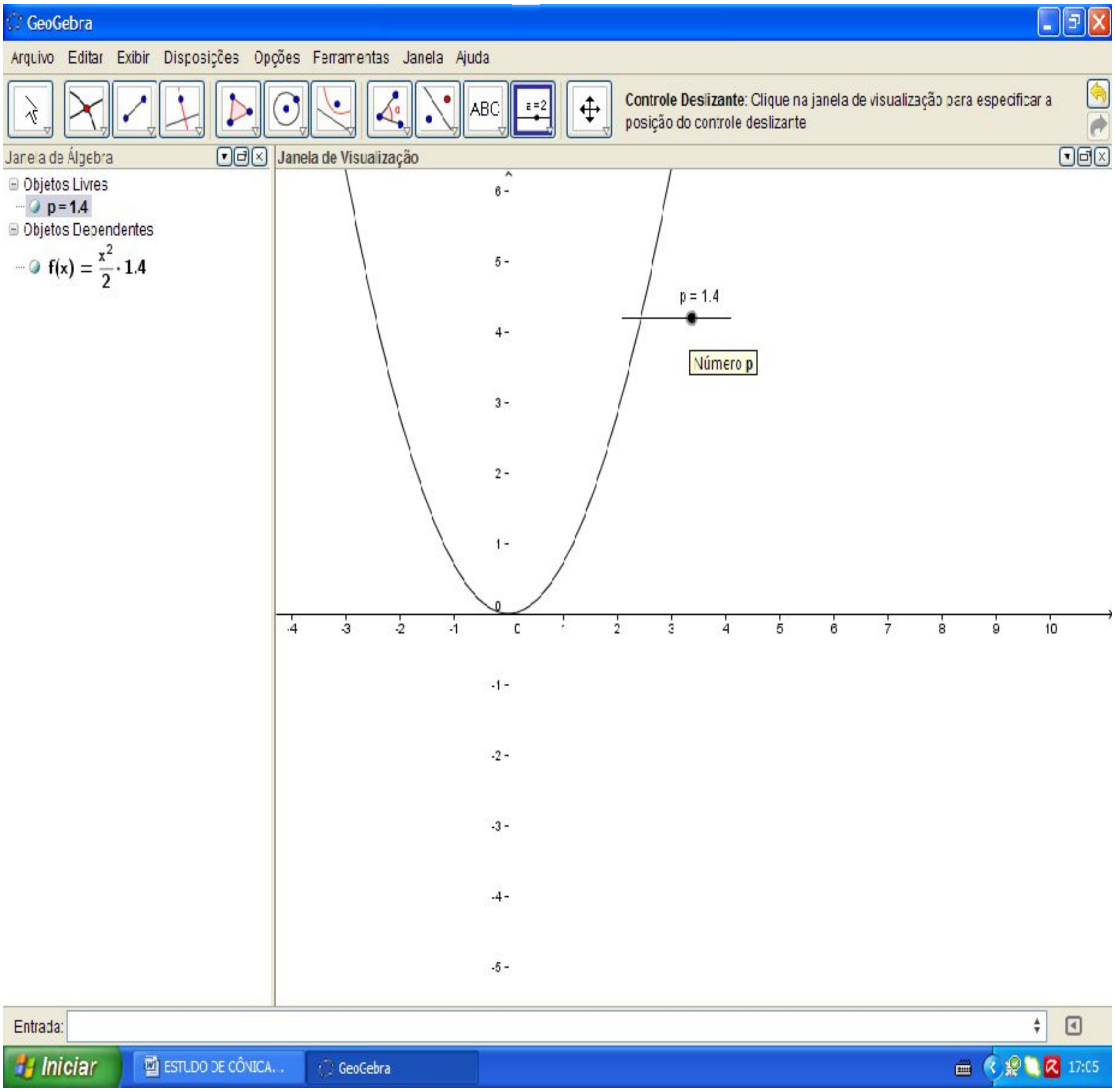


GeoGebra
Arquivo Editar Exibir Disposições Opções Ferramentas Janela Ajuda
Controle Deslizante: Clique na janela de visualização para especificar a posição do controle deslizante
Janela de Álgebra
Janela de Visualização
Objetos Livres
p = 0
Objetos Dependentes
$f(x) = \frac{x^2}{2} \cdot 0$
p = 0
Entrada:
Iniciar
GeoGebra

$$P < 0$$


GeoGebra
Arquivo Editar Exibir Disposições Opções Ferramentas Janela Ajuda
Controle Deslizante: Clique na janela de visualização para especificar a posição do controle deslizante
Janela de Álgebra
Janela de Visualização
Objetos Livres
p = -1.6
Objetos Dependentes
$f(x) = \frac{x^2}{2}(-1.6)$
p = -1.6
Entrada:
Iniciar
ESTUDO DE CÔNICA...
GeoGebra
17:04

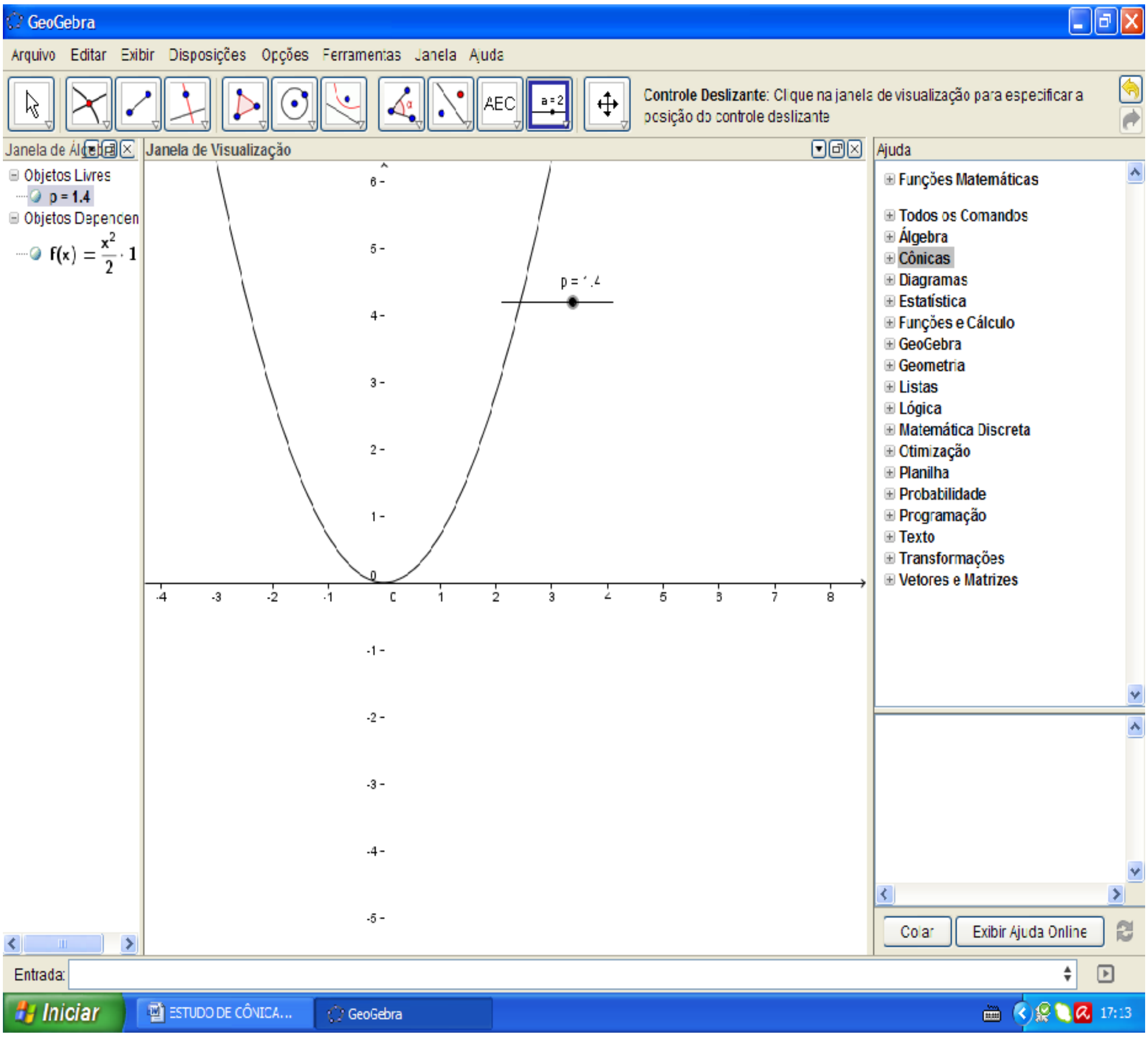
$$p > 0$$



GeoGebra
Arquivo Editar Exibir Disposições Opções Ferramentas Janela Ajuda
Controle Deslizante: Clique na janela de visualização para especificar a posição do controle deslizante
Janela de Álgebra
Janela de Visualização
Objetos Livres
p = 1.4
Objetos Dependentes
$f(x) = \frac{x^2}{2} \cdot 1.4$
p = 1.4
Número p
Entrada:
Iniciar
ESTUDO DE CÔNICA...
GeoGebra
17:05

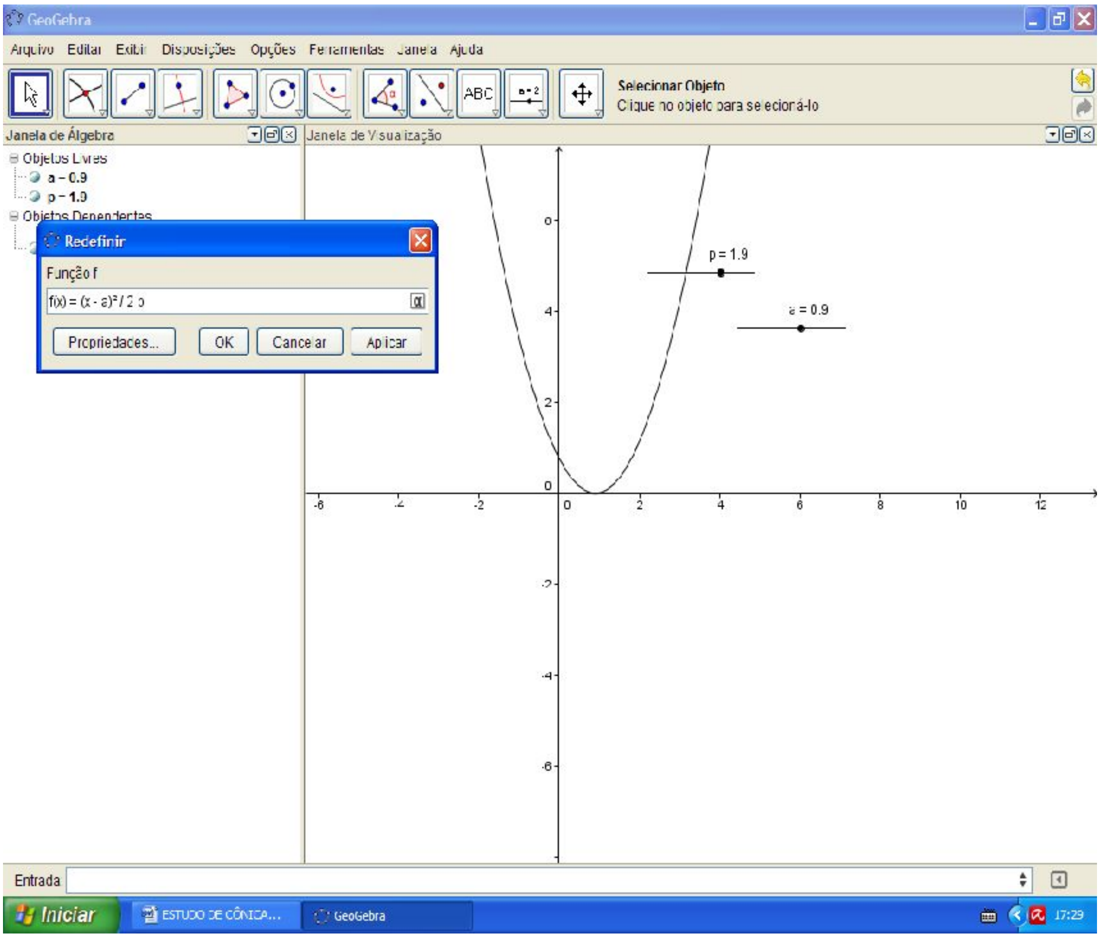
Estudemos um pouco mais esta figura com os recursos do software.

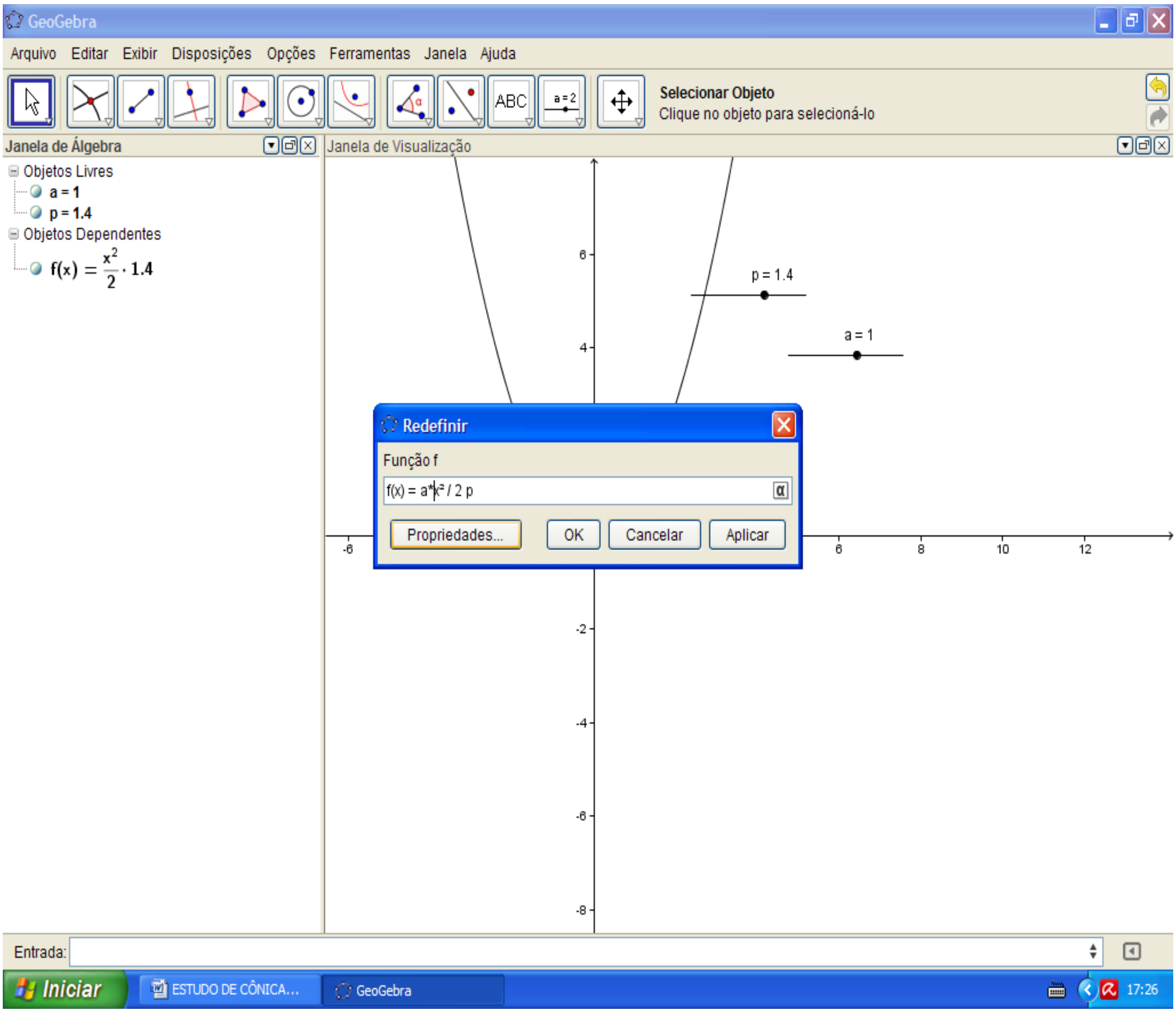
Com a janela “ajuda” no canto direito e abaixo na tela, escolha a opção “cônica”.

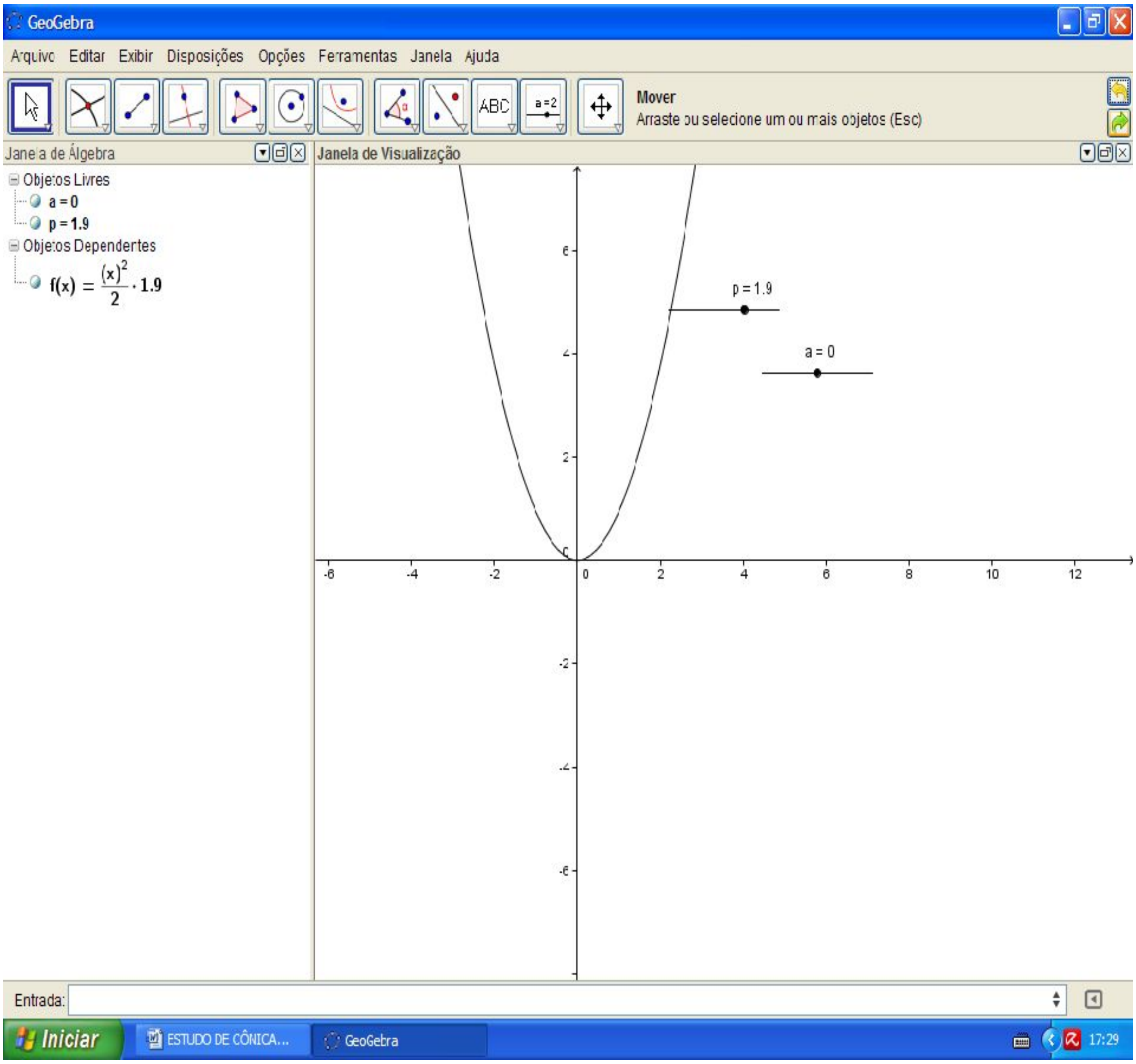


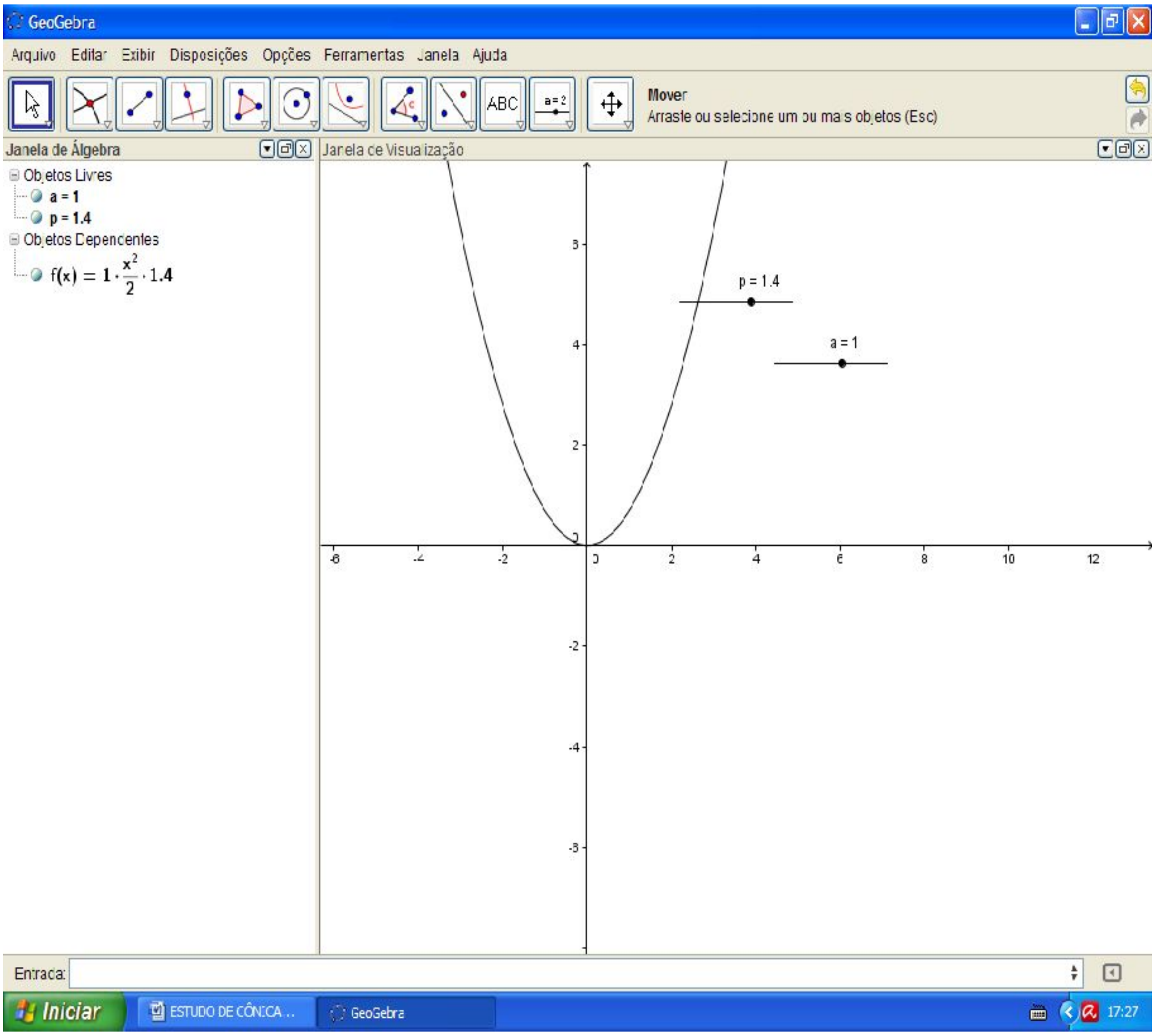
Crie agora outro seletor de nome “a” e depois dê duplo clique na função da parábola na caixa de entrada para digitar no lugar da expressão

$$f(x) = \frac{(x-a)^2}{2\,p}$$

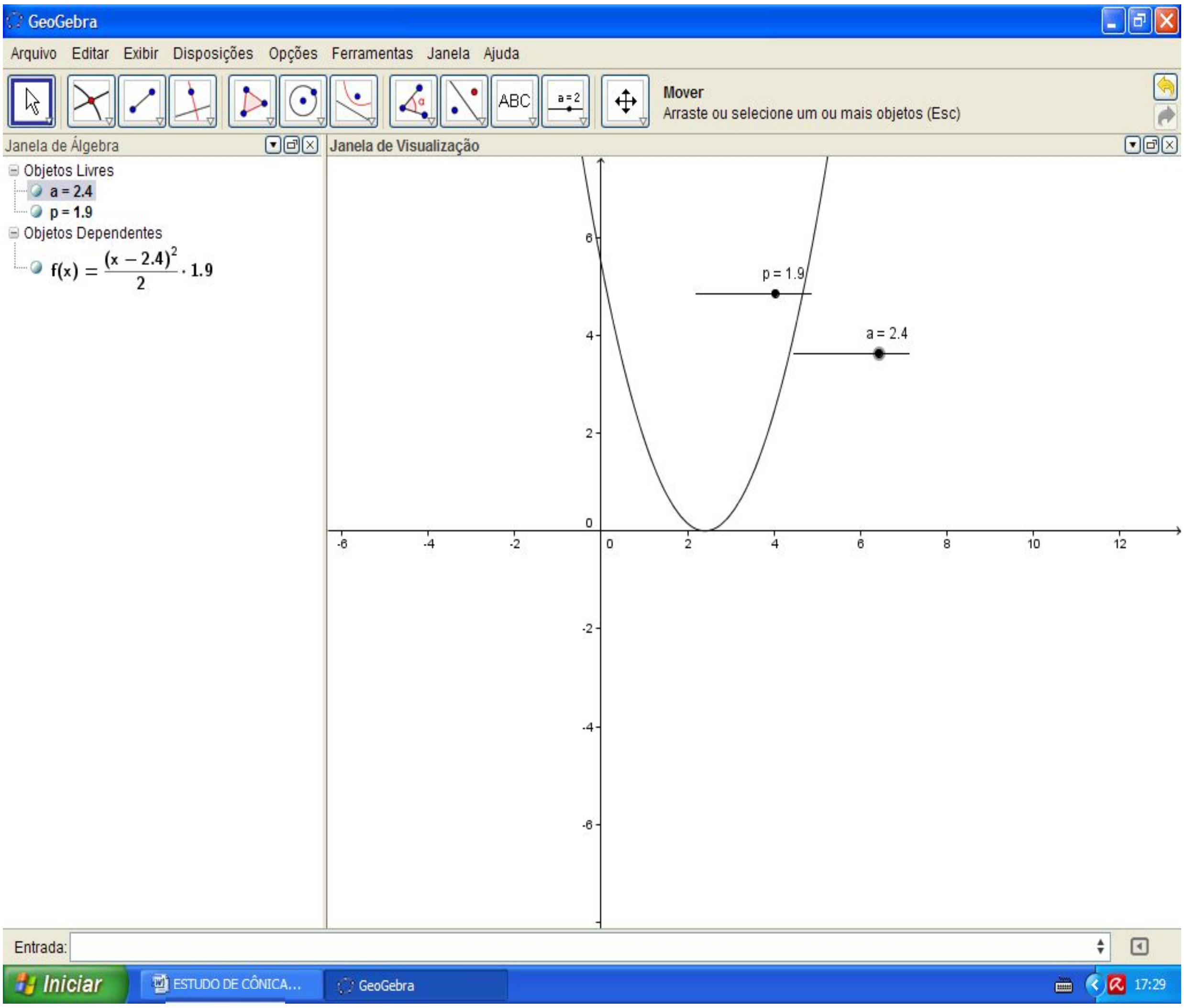



GeoGebra
Arquivo Editar Exibir Disposições Opções Ferramentas Janela Ajuda
Selecionar Objeto
Clique no objeto para selecioná-lo
Janela de Álgebra
Objetos Livres
a = 1
p = 1.4
Objetos Dependentes
f(x) = x²/2 · 1.4
Janela de Visualização
p = 1.4
a = 1
Redefinir
Função f
f(x) = a*x² / 2 p
Propriedades...
OK
Cancelar
Aplicar
Entrada:
Iniciar
ESTUDO DE CÔNICA...
GeoGebra
17:26

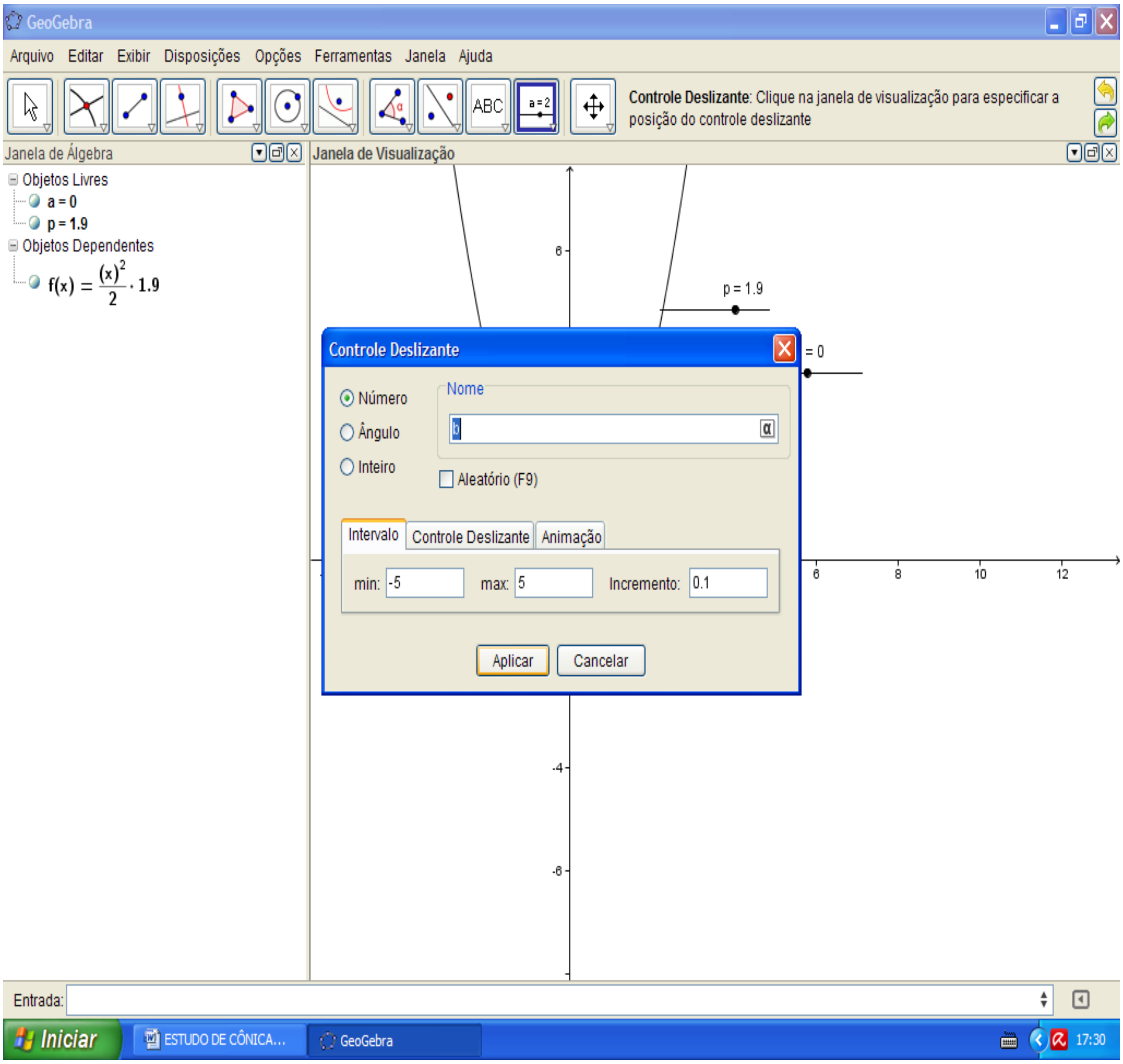

GeoGebra
Arquivo Editar Exibir Disposições Opções Ferramentas Janela Ajuda
Mover
Arraste ou selecione um ou mais objetos (Esc)
Janela de Álgebra
Janela de Visualização
Objetos Livres
a = 0
p = 1.9
Objetos Dependentes
f(x) = (x)^2/2 · 1.9
p = 1.9
a = 0
Entrada:
Iniciar
ESTUDO DE CÔNICA...
GeoGebra
17:29

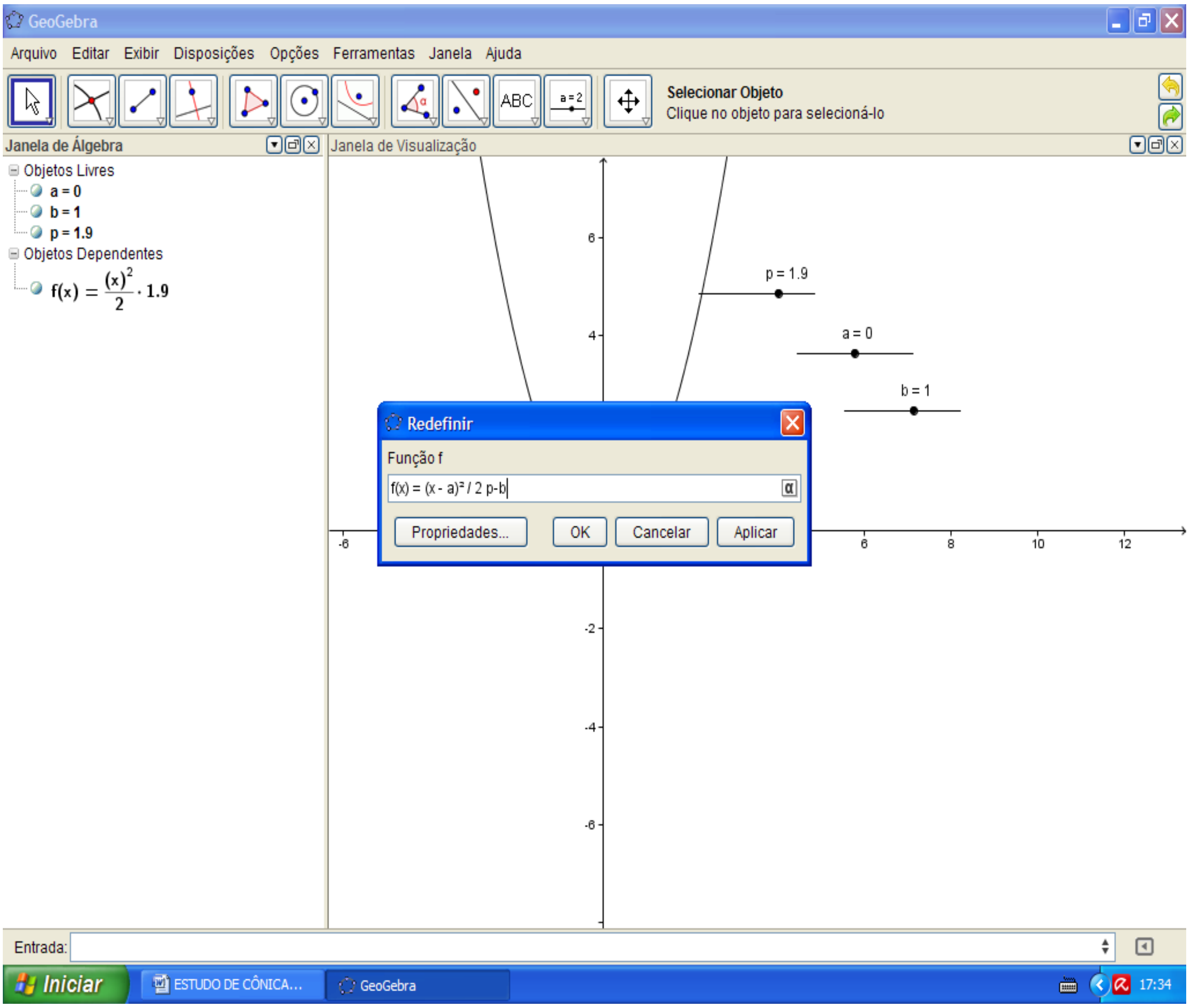


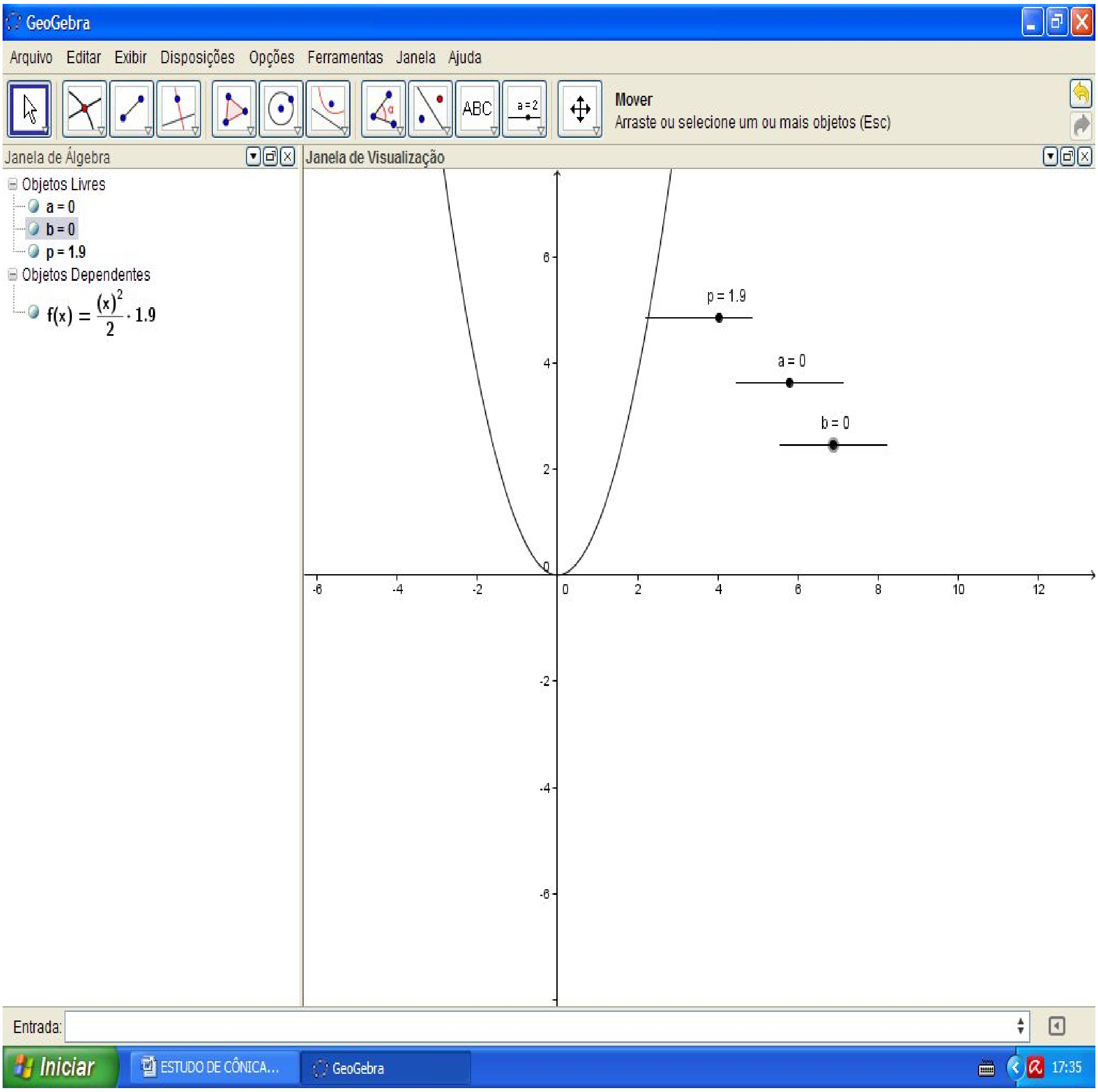
Agora movimente o seletor “a”.



Crie agora um seletor "b" e ainda na expressão da parábola digite após a expressão "–b" ficando $f(x) = \frac{(x - a)^2}{2\,p-b}$

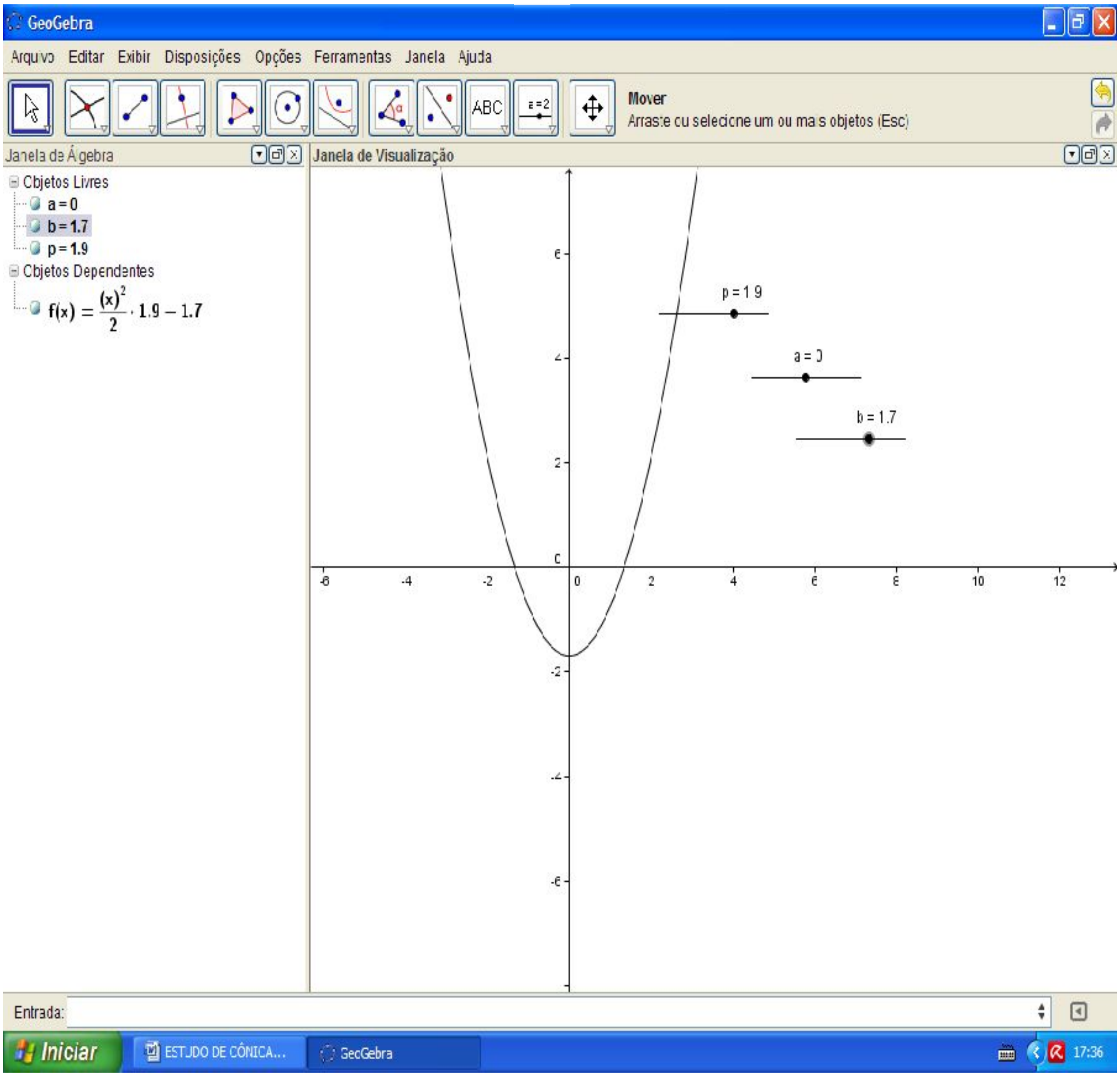

GeoGebra
Arquivo Editar Exibir Disposições Opções Ferramentas Janela Ajuda
Controle Deslizante: Clique na janela de visualização para especificar a posição do controle deslizante
Janela de Álgebra
Objetos Livres
a = 0
p = 1.9
Objetos Dependentes
f(x) = (x)^2 / 2 · 1.9
Janela de Visualização
p = 1.9
= 0
Controle Deslizante
Número
Ângulo
Inteiro
Nome
b
Aleatório (F9)
Intervalo
Controle Deslizante
Animação
min: -5
max: 5
Incremento: 0.1
Aplicar
Cancelar
Entrada:
Iniciar
ESTUDO DE CÔNICA...
GeoGebra
17:30


GeoGebra
Arquivo Editar Exibir Disposições Opções Ferramentas Janela Ajuda
Selecionar Objeto
Clique no objeto para selecioná-lo
Janela de Álgebra
Objetos Livres
a = 0
b = 1
p = 1.9
Objetos Dependentes
$f(x) = \frac{(x)^2}{2} \cdot 1.9$
Janela de Visualização
p = 1.9
a = 0
b = 1
Redefinir
Função f
f(x) = (x - a)² / 2 p-b
Propriedades...
OK
Cancelar
Aplicar
Entrada:
Iniciar
ESTUDO DE CÔNICA...
GeoGebra
17:34

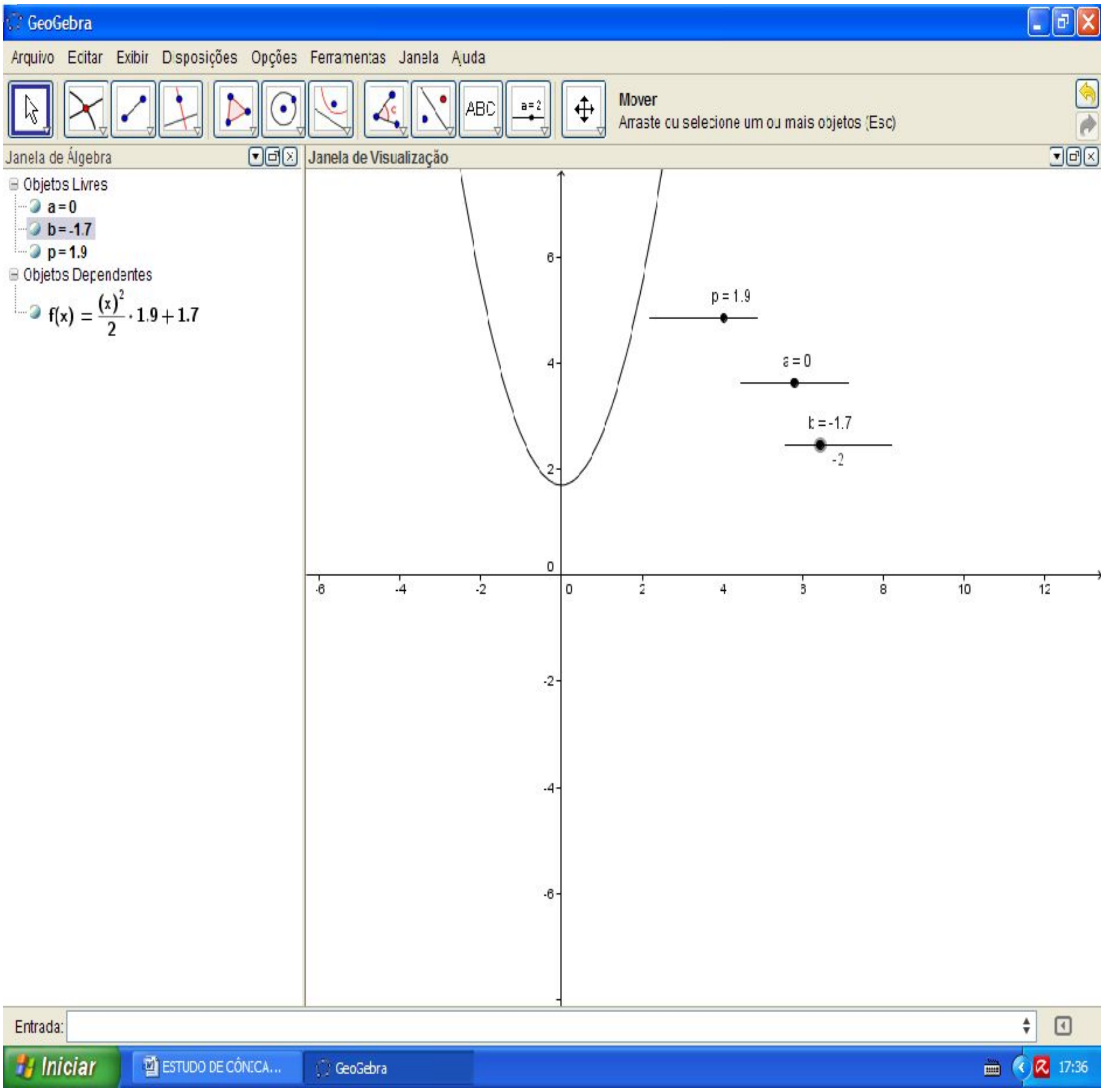

GeoGebra
Arquivo Editar Exibir Disposições Opções Ferramentas Janela Ajuda
Mover
Arraste ou selecione um ou mais objetos (Esc)
Janela de Álgebra
Janela de Visualização
Objetos Livres
a = 0
b = 0
p = 1.9
Objetos Dependentes
$f(x) = \frac{(x)^2}{2} \cdot 1.9$
p = 1.9
a = 0
b = 0
Entrada:
Iniciar
ESTUDO DE CÔNICA...
GeoGebra
17:35

Movimente agora o seletor “b”.

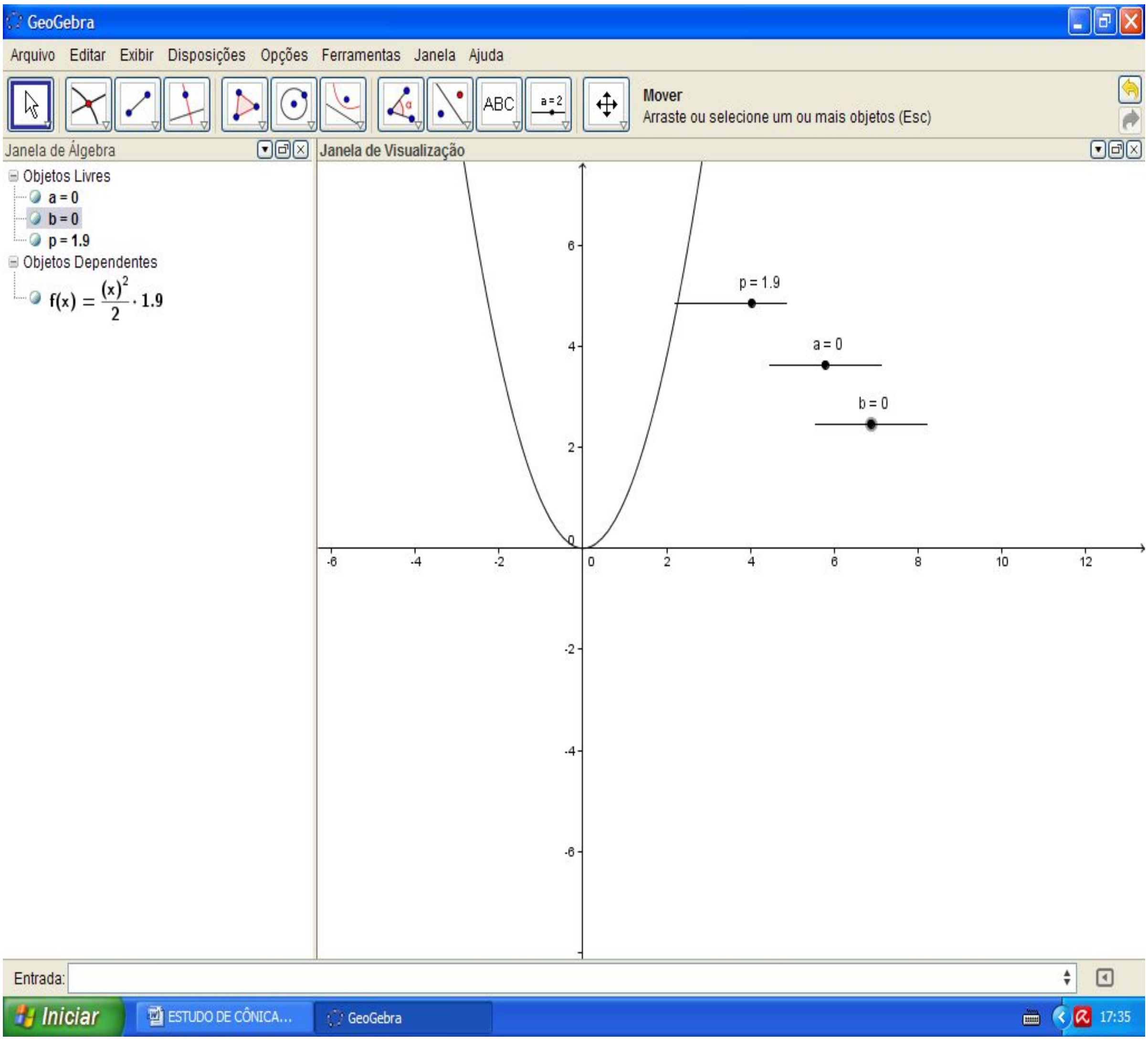
$$b > 0$$



$b < 0$


GeoGebra
Arquivo Editar Exibir Disposições Opções Ferramentas Janela Ajuda
Mover
Arraste ou selecione um ou mais objetos (Esc)
Janela de Álgebra
Janela de Visualização
Objetos Livres
a = 0
b = -1.7
p = 1.9
Objetos Dependentes
$f(x) = \frac{(x)^2}{2} \cdot 1.9 + 1.7$
p = 1.9
a = 0
b = -1.7
Entrada:
Iniciar
ESTUDO DE CÔNICA...
GeoGebra
17:36

e $b = 0$


GeoGebra
Arquivo Editar Exibir Disposições Opções Ferramentas Janela Ajuda
Mover
Arraste ou selecione um ou mais objetos (Esc)
Janela de Álgebra
Janela de Visualização
Objetos Livres
a = 0
b = 0
p = 1.9
Objetos Dependentes
$f(x) = \frac{(x)^2}{2} \cdot 1.9$
p = 1.9
a = 0
b = 0
Entrada:
Iniciar
ESTUDO DE CÔNICA...
GeoGebra
17:35

Este movimento da parábola no sentido horizontal positivo ocorre porque a expressão correta seria.

$f(x) = \frac{(x-a)^2}{2\,p(y-b)}$, mas o software não aceita "y", pois para ele a função é definida da forma como nós a mais estudamos, $y = ax^2 + bx$ +c e na medida em que colocamos $(x - a)^2$ ou $(x + a)^2$ estamos na verdade deslocando no eixo "x" o centro da parábola, e quando aumentamos ou diminuímos o valor de "b" estamos na verdade com $2\,p(y-(+b)), 2\,p(y-(-b))$, alterando seu deslocamento no eixo "y".

$f(x) = 2\,p - b\,/(x - a)^2$

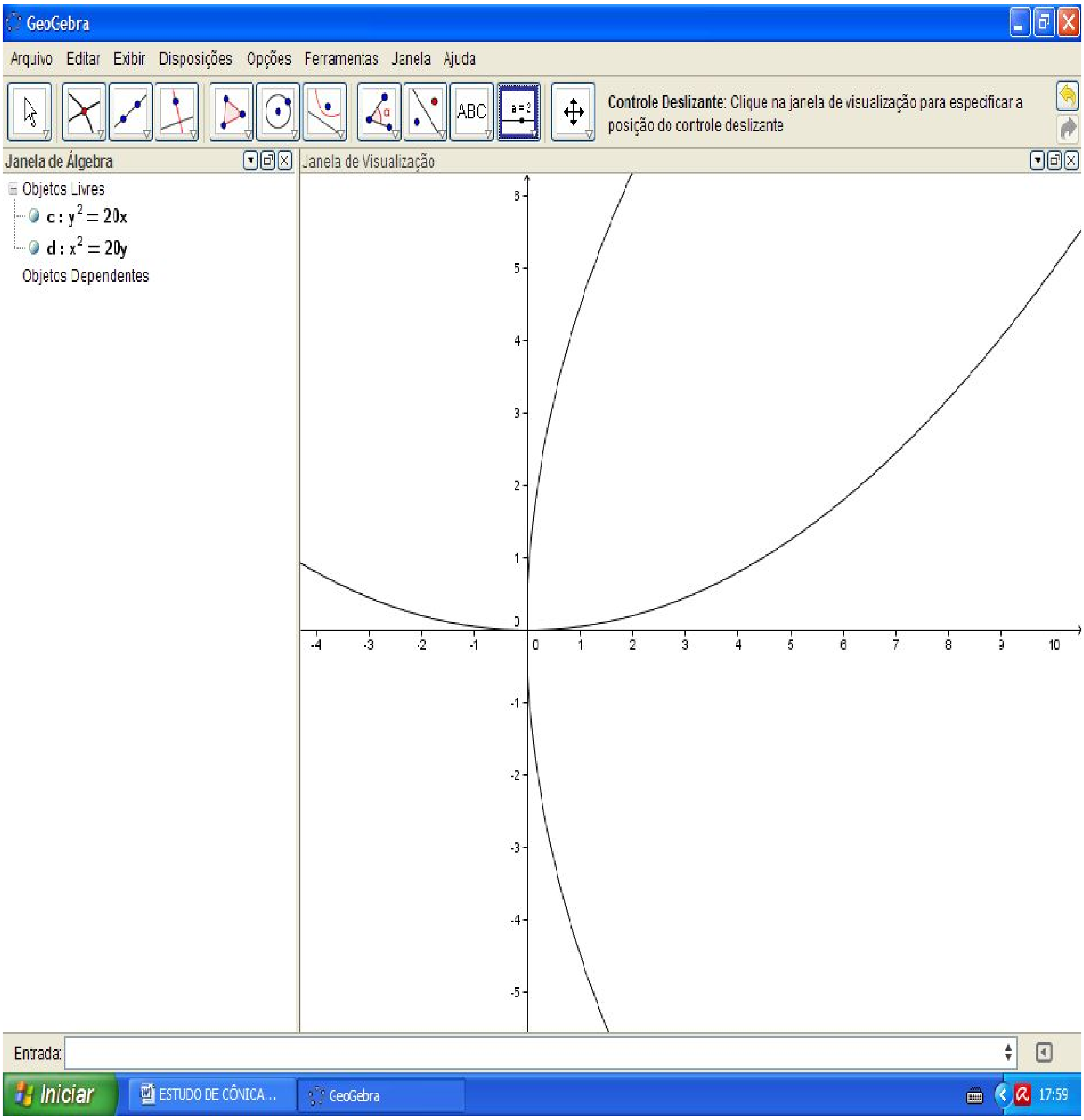
Esta dificuldade nos faz agir na seguinte maneira:

Plote "x^$2 = 20 * y$" e depois "y^$2 = 20 * x$" que são as formas convencionais que conhecemos.

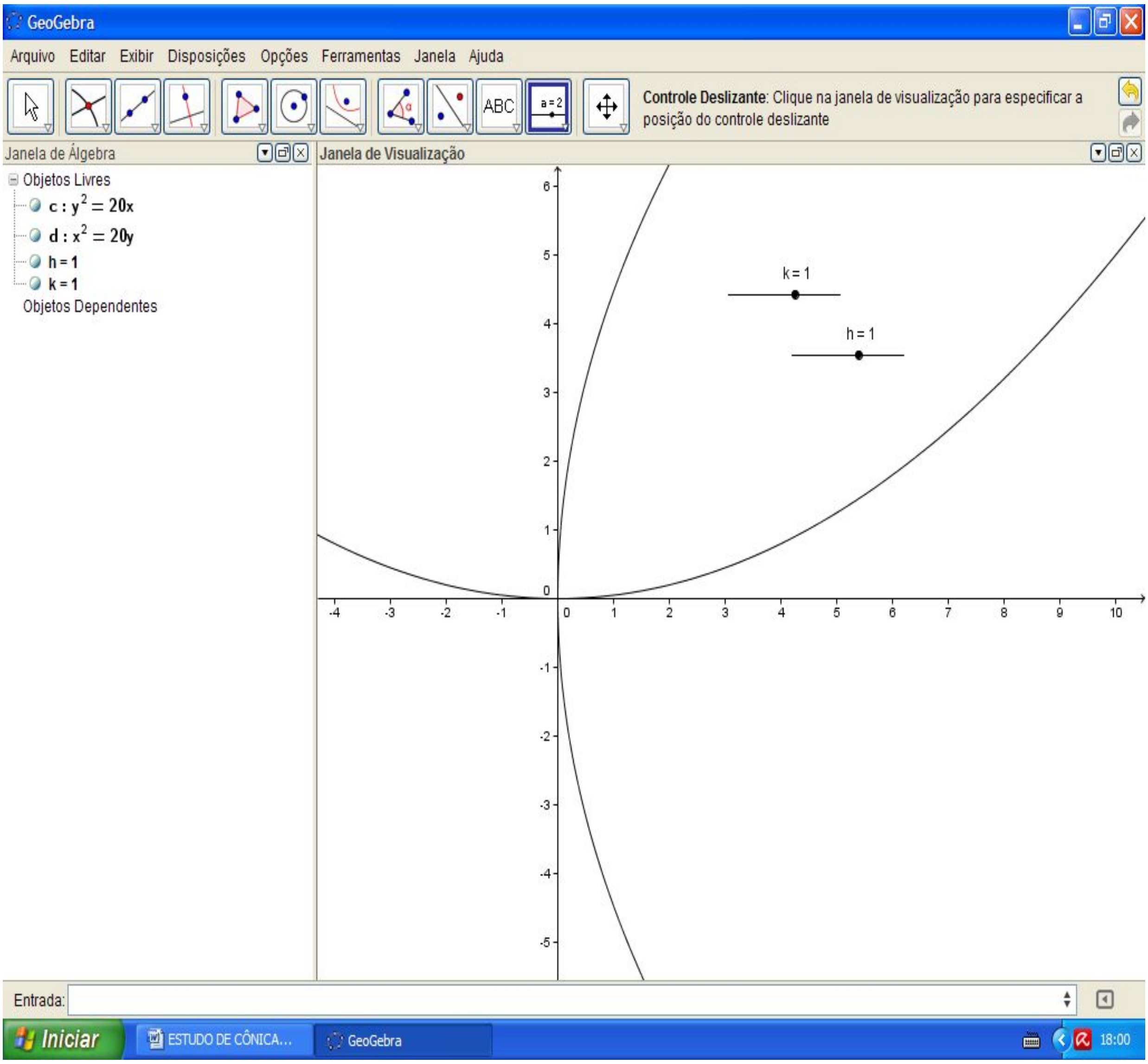
Crie dois seletores "k" e "h" variando de -5 a 5. Clique duas vezes nas expressões das parábolas e troque 20 por "$k *$" em um e "$h *$" em outro, agora varie os seletores para mudar a abertura da concavidade.

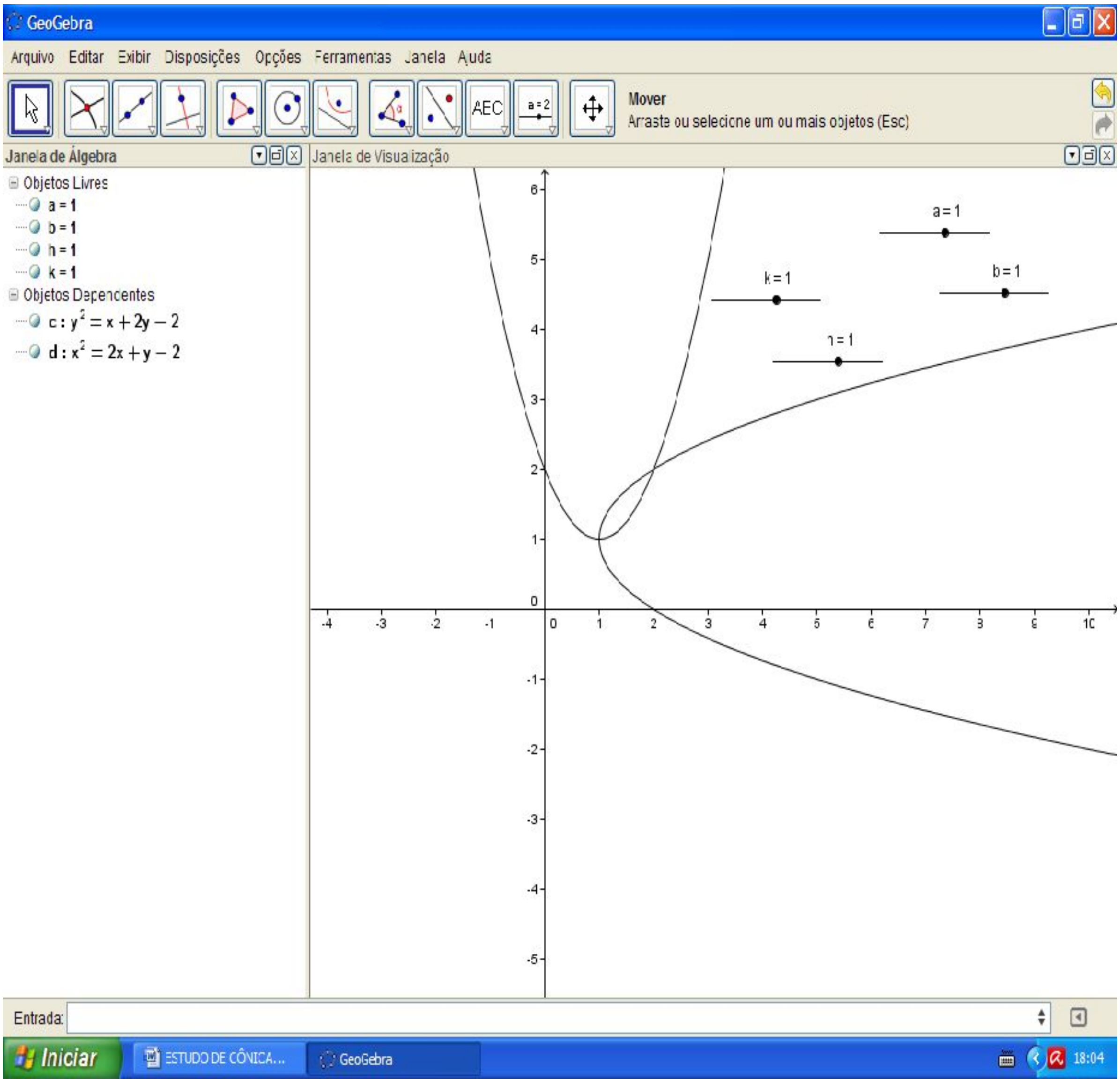
Depois insira os seletores "a" e "b" para trocar nas expressões "x" por (x-a) e "y" por (y-b) ficando $(y-b)^2 = k\,x - a$ e $(x-a)^2 = h\,y - b$

Bom, agora é só pensar em "k" e em "h" como "2p" da expressão padrão no estudo de cônicas. $K = 2p$ e $h = 2p$.



GeoGebra
Arquivo Editar Exibir Disposições Opções Ferramentas Janela Ajuda
Controle Deslizante: Clique na janela de visualização para especificar a posição do controle deslizante
Janela de Álgebra
Janela de Visualização
Objetos Livres
c : $y^2 = 20x$
d : $x^2 = 20y$
Objetos Dependentes
Entrada:
Iniciar
ESTUDO DE CÔNICA ...
GeoGebra
17:59


GeoGebra
Arquivo Editar Exibir Disposições Opções Ferramentas Janela Ajuda
ABC
a = 2
Controle Deslizante: Clique na janela de visualização para especificar a posição do controle deslizante
Janela de Álgebra
Objetos Livres
c : y² = 20x
d : x² = 20y
h = 1
k = 1
Objetos Dependentes
Janela de Visualização
k = 1
h = 1
Entrada:
Iniciar
ESTUDO DE CÔNICA...
GeoGebra
18:00



Movimente os seletores para melhor realizar as observações.