Guia de lectura

2.1.2.1 * Las ecuaciones lineales son homogéneas o no homogéneas

* Las ecuaciones lineales tienen derivadas hasta orden n de una variable dependiente y

* Los coeficientes de dichas derivadas son funciones de una variable independiente

2.1.2.2 Lineales =

$n=2 \quad 5xy'' + 17x^3y' + 20y = x$

$n=3 \quad 15xy''' + 2x^2y'' + 17x^3y' + 10y = 8x$

$n=4 \quad \operatorname{sen} x\, y^{(4)} + \tan x\, y''' - \sec x^2 y'' - e^{-10x} y = \csc x$

No lineales =

$n=2 \quad 5y^2y'' + 17x^3y' + 20y = x$

$n=3 \quad 15xy''' + 2x^2y'' + 17y''y' + 10y = 8x$

$n=4 \quad \operatorname{sen} y'' y^{(4)} + \tan x\, y''' - \sec y^2 y'' - e^{-10x} y = \csc x$

* Se pierde la linealidad cuando aparece alguna potencia de la variable dependiente, en este caso "y" o cuando aparece alguna derivada de "y".

Escaneado con CamScanner

2.1.3. $n=1$ $n=2$ $n=3$ $n=4$

$r-1=0$ $r(r-1)=0$ $r(r-1)(r-2)=0$ $r^3(r-1)=0$

2.1.3.1.

$(D-1)y=0$ $D(D-1)y=0$ $D(D-1)(D-2)y=0$ $D^3(D-1)y=0$

2.1.3.2.

$n=1$ $n=2$

$y=e^{1x}$ $y=e^{0x}=1$ $y=e^{1x}$

$(D-1)e^x=0$ $D(D-1)(1)=0$ $D(D-1)e^x=0$

$e^x-e^x=0$ $D(0-1)=0$ $D(e^x-e^x)=0$

$0=0$ $0-0=0$ $D(0)=0$

$0=0$ $0=0$

$n=3$

$y=e^{0x}=1$ $y=e^{1x}$ $y=e^{2x}$

$D(D-1)(D-2)(1)=0$ $D(D-1)(D-2)e^x=0$ $D(D-1)(D-2)e^{2x}=0$

$D(D-1)(0-2)=0$ $D(D-1)(e^x-2e^x)=0$ $D(D-1)(2e^{2x}-2e^{2x})=0$

$D(D-1)(-2)=0$ $D(D-1)(-e^x)=0$ $D(D-1)(0)=0$

$D(0+2)=0$ $D(-e^x+e^x)=0$ $D(0)=0$

$D(2)=0$ $-e^x+e^x=0$ $0=0$

$0=0$ $0=0$

$n=4$

$y=e^{0x}=1$ $\qquad$ $y=e^{1x}$

$D^3(D-1)(1)=0$ $\qquad$ $D^3(D-1)e^x=0$

$D^3(D-1)=0$ $\qquad$ $D^3(e^x-e^x)=0$

$D^3(-1)=0$ $\qquad$ $D^3(0)=0$

$D^2D(-1)=0$ $\qquad$ $0=0$

$D^2(0)=0$

$0=0$

2.1.4. $n=2$ $\qquad$ $n=3$

$(r-i)(r+i)=0$ $\qquad$ $r(r-i)(r+i)=0$

$r^2+1=0$ $\qquad$ $r(r^2+1)=0$

$(D^2+1)y=0$ $\qquad$ $D(D^2+1)y=0$

$y=e^{\pm ix}$ $\qquad$ $y=e^{\pm ix}$

$(D^2+1)e^{\pm ix}=0$ $\qquad$ $D(D^2+1)e^{\pm ix}=0$

$D^2e^{\pm ix}+1e^{\pm ix}=0$ $\qquad$ $D(0)=0$

$D(De^{\pm ix})+e^{\pm ix}=0$ $\qquad$ $0=0$

$D(\pm ie^{\pm ix})+e^{\pm ix}=0$

$\pm i^2e^{\pm ix}+e^{\pm ix}=0$

$-e^{\pm ix}+e^{\pm ix}=0$

$0=0$

Escaneado con CamScanner

2.1.5. Las funciones exponenciales son soluciones de EDO lineales porque dichas funciones exponenciales no cambian con la derivada n-esima, haciendo posible encontrar una combinación lineal específica que se logre anular cuando los coeficientes de la EDO lineal son constantes.

2.1.6.2 $L(\alpha y_1 + \beta y_2) = \alpha L(y_1) + \beta L(y_2)$

$$\sum_{k=0}^{n} a_k D^k (\alpha y_1 + \beta y_2) =$$

$$\sum_{n=0}^{n} a_n D^n (\alpha y_1) + a_k D^k (\beta y_2) =$$

$$\sum_{k=0}^{n} (\alpha a_k D^k y_1 + \beta a_k D^k y_2) =$$

$$\sum_{k=0}^{n} \alpha a_k D^k y_1 + \sum_{k=0}^{n} \beta a_k D^k y_2 =$$

$$\alpha \sum_{k=0}^{n} a_k D^k y_1 + \beta \sum_{k=0}^{n} a_k D^k y_2 = \alpha L(y_1) + \beta L(y_2)$$

$$L = a_n D^n + \dots + a_1 D + a_0$$

$$L = \sum_{k=0}^{n} a_k D^k$$

Escaneado con CamScanner

2.1.6.3. Núcleo $L = \{ y \mid L(y) = 0 \}$

* $y_1, y_2 \in$ Nucleo $L \Rightarrow L(y_1) = 0, L(y_2) = 0$

* $y_1 + y_2 \in$ Nucleo L

$L(y_1 + y_2) = L(y_1) + L(y_2)$

$L(y_1 + y_2) = 0 + 0$

* $\alpha y_1 \in$ Nucleo L

$L(\alpha y_1) = \alpha L(y_1)$

Escaneado con CamScanner