

# Simulazione II Prova scritta del 02/04/2019: Licei Scientifici

Prof. G. Forte\*

a. a. 2018/2019

Quest'opera è rilasciata con licenza Creative Commons Attribuzione-Condividi allo stesso modo 3.0 Italia. Per leggere una copia della licenza visita il sito web <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/it/> o spedisci una lettera a: Creative Commons, PO Box 1866, Mountain View, CA 94042, USA.



## 1 Problemi

**Problema 1.1.** *Due fili rettilinei paralleli vincolati a rimanere nella loro posizione, distanti 1 m l'uno dall'altro e di lunghezza indefinita, sono percorsi da correnti costanti di pari intensità ma verso opposto; si indichi con  $i$  l'intensità di corrente, espressa in ampere (A). Si consideri un piano perpendicolare ai due fili sul quale è fissato un sistema di riferimento ortogonale  $Oxy$ , dove le lunghezze sono espresse in metri (m), in modo che i due fili passino uno per l'origine  $O$  e l'altro per il punto  $D(\ell, 0)$  ( $\ell = 1$  m), come mostrato in Fig. 1.*

1. *Verificare che l'intensità del campo magnetico  $\mathbf{B}$ , espresso in tesla (T), in un punto  $P(x, 0)$ , con  $0 < x < \ell$ , è data dalla funzione  $B(x) = K \left( \frac{1}{x} + \frac{1}{\ell - x} \right)$ , dove  $K$  è una costante positiva della quale si richiede l'unità di misura. Stabilire quali sono la direzione e il verso del vettore  $\mathbf{B}$  al variare di  $x$  nell'intervallo  $(0, \ell)$ . Per quale valore di  $x$  l'intensità di  $\mathbf{B}$  è minima?*
2. *Nella zona di spazio sede del campo  $\mathbf{B}$ , una carica puntiforme  $q$  transita, ad un certo istante, per il punto  $C(\ell/2, 0)$ , con velocità di modulo  $v_0$  nella direzione della retta di equazione  $x = \ell/2$ . Descriverne il moto in presenza del solo campo magnetico generato dalle due correnti, giustificando le conclusioni. Stabilire intensità, direzione e verso del campo magnetico  $\mathbf{B}$  nei punti dell'asse  $x$  esterni al segmento  $OD$ . Esistono punti sull'asse  $x$  dove il campo magnetico  $\mathbf{B}$  è nullo?*

---

\*[gforte@outlook.it](mailto:gforte@outlook.it)

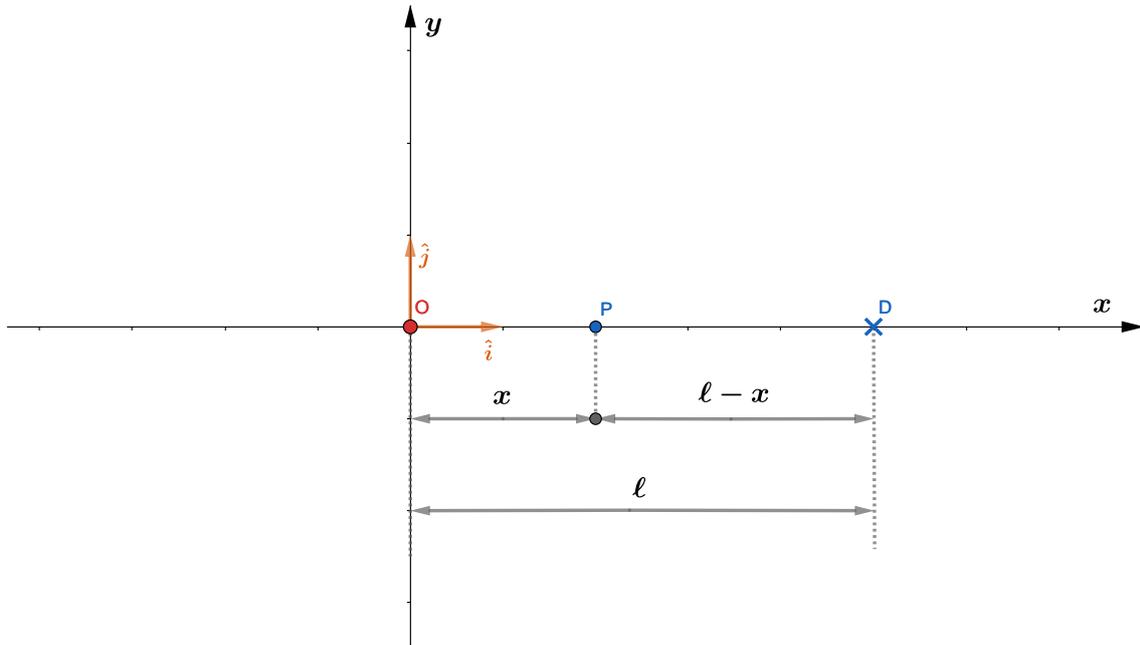


Figura 1

3. *Indipendentemente da ogni riferimento alla fisica, studiare la funzione  $f(x) = K \left( \frac{1}{x} + \frac{1}{1-x} \right)$  dimostrando, in particolare, che il grafico di  $f(x)$  non possiede punti di flesso. Scrivere l'equazione della retta  $r$  tangente al grafico di  $f$  nel suo punto di ascissa  $x = 1/3$  e determinare le coordinate dell'ulteriore punto d'intersezione tra  $r$  ed il grafico di  $f$ .*
4. *Calcolare il valore dell'integrale*

$$\int_{1/4}^{3/4} f(x) dx \quad (1)$$

*ed interpretare geometricamente il risultato. Esprimere, per  $t \geq 2$  l'integrale*

$$g(t) = \int_2^t |f(x)| dx \quad (2)$$

*e calcolare  $\lim_{t \rightarrow +\infty} g(t)$ . Qual è il significato di tale limite?*

### Soluzione

1. Dalla legge di Biot–Savart segue immediatamente che il campo magnetico  $\mathbf{B}(x)$  in un punto sull'asse delle ascisse, per  $x \in (0, \ell)$ , è dato da

$$\mathbf{B}(x) = \frac{\mu_0 i}{2\pi} \left[ \frac{1}{x} + \frac{1}{\ell - x} \right] \hat{\mathbf{j}} \quad x \in (0, \ell) \quad (3)$$

da cui segue che  $K = \mu_0 i / 2\pi$  ( $\mu_0$  permeabilità magnetica del vuoto). Le unità di misura di  $K$  nel sistema  $S. I.$  sono  $T \cdot m$  (Tesla **per** metro).

Introducendo la variabile adimensionale  $z = x/l$ , possiamo scrivere l'intensità del campo nella forma puramente adimensionale

$$\mathcal{B}(z) = \frac{2\pi\ell}{\mu_0 i} B(\ell z) = \frac{1}{z - z^2} \quad z \in (0, 1) \quad (4)$$

A questo punto possiamo concentrarci sulla Eq. (4) ed eventualmente ristabilire le unità di misura alla fine dei conti.

Il denominatore di Eq. (4) è una parabola con il massimo nel vertice di coordinate  $V\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{4}\right)$  e quindi il minimo di  $\mathcal{B}(z)$  in  $z \in (0, 1)$  si troverà nel punto  $z_{\min} = 1/2$ , ovvero  $x = \ell/2 = 0.5 m$ , cosa intuibile in base a ragioni di simmetria.

2. Sia  $\mathbf{B}(\ell/2) = \mathbf{B}^*$  il campo magnetico nel punto medio del segmento  $\overline{OD}$ . Nell'ipotesi che non vi siano altre forze, oltre alla forza di Lorentz, che agiscono sulla particella, il moto risulterà (principio di inerzia) rettilineo ed uniforme lungo la stessa direzione di  $\hat{\mathbf{j}}$  con velocità di modulo  $v_0$  (tuttavia non necessariamente concorde a  $\hat{\mathbf{j}}$ ; quello dipende dalla condizione iniziale, i. e. se il punto materiale viaggia inizialmente “verso l'alto” o “verso il basso”<sup>1</sup>).

Il campo nei punti esterni al segmento  $\overline{OD}$  è dato da

$$\mathbf{B} = -\frac{\mu_0 i}{2\pi} \left[ \frac{1}{|x|} + \frac{1}{\ell + |x|} \right] \hat{\mathbf{j}} \quad |x| > \ell$$

ed essendo i campi generati dai due fili sempre concordi (sia nei punti del segmento  $\overline{OD}$  che nei punti esterni ad esso), non potranno mai sommarsi a zero in nessun punto.

3. Senza perdita di generalità possiamo studiare la funzione Eq. (4), ovvero, equivalentemente, la funzione  $f(z)$  per  $K = 1$ , oppure  $f(z)/K$ . In entrambi i casi, i risultati sono gli stessi, fatta eccezione di un opportuno re-scaling dell'asse delle ordinate. Ciò detto, imbarchiamoci ...

La funzione in Eq. (4) è definita per ogni  $z \in \mathbb{R} \setminus \{0, 1\}$ . Nei punti  $z = 0, 1$  sono presenti due asintoti verticali. Quando  $z \rightarrow 0$ , la funzione va come  $\mathcal{B}(z) \sim z^{-1}$ . Conoscendo il comportamento della funzione elementare  $1/x$ , si conclude immediatamente che

$$\lim_{z \rightarrow 0^\pm} \mathcal{B}(z) = \pm\infty$$

Quando  $z \rightarrow 1$ , la funzione va come  $\mathcal{B}(z) \sim -(z-1)^{-1}$ , ovvero come la funzione elementare  $1/x$  traslata di 1 lungo l'asse delle  $x$ . Ancora una volta, conoscendo il comportamento della funzione elementare  $1/x$ , possiamo immediatamente concludere che

$$\lim_{z \rightarrow 1^\pm} \mathcal{B}(z) = \mp\infty$$

L'unico punto di minimo relativo della funzione esiste in  $z_{\min} = 1/2$  (v. punto 1), il che è sufficiente a garantire che non vi siano flessi, almeno nell'intervallo

---

<sup>1</sup>“Alto” e “basso” individuano due versi distinti (gli unici due!) sulla retta su cui giace il versore  $\hat{\mathbf{j}}$ . Essi possono essere fissati in maniera del tutto arbitraria, ecco spiegate le virgolette.

(0,1), in cui la funzione è ovunque derivabile. Per il resto, dato che la derivata seconda

$$\frac{d^2\mathcal{B}(z)}{dz^2} = \left[ -\frac{2(3z^2 - 3z + 1)}{(z-1)^3 z^3} \right]$$

non si annulla mai e che la derivata prima

$$\frac{d\mathcal{B}(z)}{dz} = \left[ \frac{2z-1}{(z-1)^2 z^2} \right]$$

non è definita solo in  $z = 0, 1$  (dove, come già sappiamo, non sono presenti flessi a tangente verticale), la funzione si può considerare globalmente priva di flessi.

La retta  $r$  è data dall'equazione (posto  $z_0 = 1/3$ )

$$y = \mathcal{B}(z_0) + \left. \frac{d\mathcal{B}(z)}{dz} \right|_{z=z_0} (z - z_0) = \frac{9}{2} - \frac{27}{4} \left( z - \frac{1}{3} \right)$$

Le intersezioni di  $r$  con il grafico di  $\mathcal{B}(z)$  si trovano mettendo a sistema le rispettive equazioni, ovvero, dopo qualche semplice manipolazione algebrica, risolvendo

$$z^3 - 2z^2 + z - \frac{4}{27} = 0 \quad (5)$$

Sappiamo per certo che una delle possibili soluzioni è  $z_0 = 1/3$  e quindi possiamo scrivere il polinomio di terzo grado che figura qui sopra come

$$\left( z - \frac{1}{3} \right) (z^2 + bz + c) = 0$$

Si può determinare il polinomio di secondo grado qui sopra in maniera sistematica utilizzando Ruffini. Oppure, senza scomodare Ruffini, basta osservare che

$$\left( z - \frac{1}{3} \right) (z^2 + bz + c) = z^3 + \left( a - \frac{1}{3} \right) z^2 + \left( c - \frac{a}{3} \right) z - \frac{c}{3} = 0$$

da cui, per confronto con Eq. (5), si trova subito

$$z^3 - 2z^2 + z - \frac{4}{27} = \left( z - \frac{1}{3} \right) \left( z^2 - \frac{5}{3}z + \frac{4}{9} \right) = 0$$

Le soluzioni dell'equazione di II grado sono date da

$$z_{\pm} = \frac{5 \pm 3}{6} \quad \rightarrow \quad z_- = z_0 = \frac{1}{3}, \quad z_+ = \frac{4}{3}$$

Il grafico della funzione  $\mathcal{B}(z)$  è riportato in Fig. 2

4. Gli integrali in Eq. (1) ed Eq. (2) rappresentano entrambi l'area individuata dall'asse  $x$  e dal grafico delle rispettive funzioni integrande sui rispettivi intervalli di integrazione. Valutiamo gli integrali.

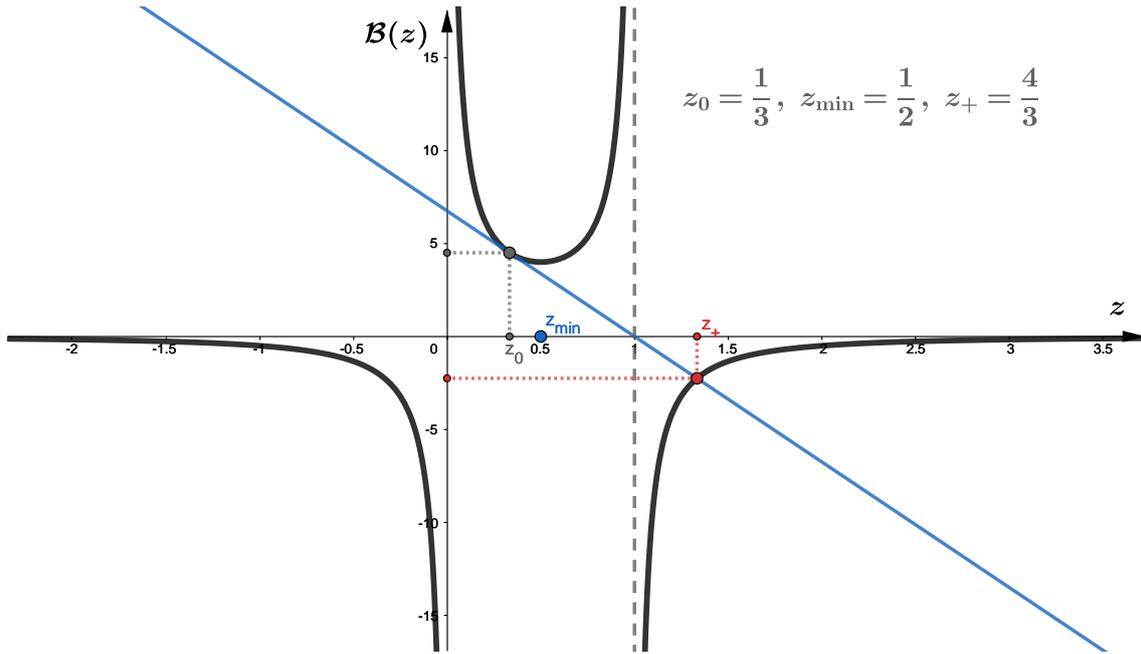


Figura 2: La retta blu, tangente nel punto  $z_0 = 1/3$ , ha equazione  $y = \frac{9}{2} - \frac{27}{4} \left( z - \frac{1}{3} \right)$

Per quello che riguarda Eq. (1) abbiamo

$$\int_{1/4}^{3/4} \left( \frac{1}{z - z^2} \right) dz = \int_{1/4}^{3/4} \frac{dz}{z} - \int_{1/4}^{3/4} \frac{dz}{z - 1} = \left[ \ln \left( \left| \frac{z}{z - 1} \right| \right) \right]_{1/4}^{3/4} = \ln(9) \approx 2.2$$

L'integrale può essere graficamente rappresentato come in Fig. 3a.

Per quanto riguarda l'integrale in Eq. (2) abbiamo (considerando che  $\mathcal{B}(z) < 0$  per  $z \geq 2$ )

$$g(t) = \int_2^t \frac{dz}{z^2 - z} = \left[ \ln \left( \frac{z - 1}{z} \right) \right]_2^t = \ln \left[ \frac{2(t - 1)}{t} \right]$$

ovvero

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} g(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} \left\{ \ln \left[ \frac{2(t - 1)}{t} \right] \right\} = \int_2^{+\infty} |\mathcal{B}(z)| dz = \ln(2) \approx 0.7$$

Si osservi come, pur essendo  $|\mathcal{B}(z)|$  solo asintoticamente nulla, l'area sotto il suo grafico è in realtà finita ed è dell'ordine dell'unità (v. Fig. 3b)

**Problema 1.2.** Assegnato un numero reale positivo  $k$ , considerare le funzioni  $f$  e  $g$  così definite:

$$f(x) = \sqrt{x}(k - x) \quad (6)$$

$$g(x) = x^2(x - k) \quad (7)$$

1. Provare che, qualunque sia  $k > 0$ , nell'intervallo  $[0, k]$  il grafico di  $f$  ha un unico punto di massimo  $F(x_F, y_F)$  ed il grafico di  $g$  ha un unico punto di minimo  $G(x_G, y_G)$ . Verificare che si ha  $x_G = 2x_F$  e  $y_G = -y_F^2$ .

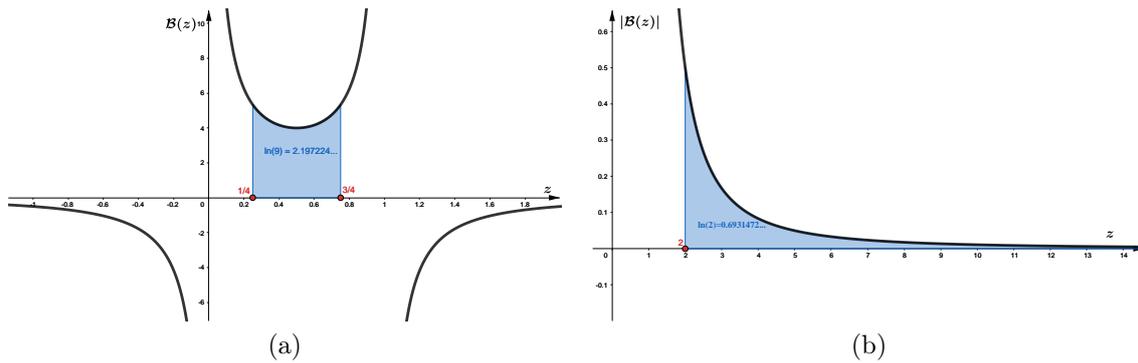


Figura 3

2. Verificare che, qualunque sia  $k > 0$ , i grafici delle due funzioni sono ortogonali nell'origine, vale a dire che le rispettive rette tangenti in tale punto sono tra loro ortogonali. Determinare per quale valore positivo di  $k$  i due grafici si intersecano ortogonalmente anche nel loro ulteriore punto comune.

D'ora in avanti, assumere  $k = 1$ . In un riferimento cartesiano, dove le lunghezze sono espresse in metri (m), l'unione degli archi di curva di equazioni  $y = f(x)$  e  $y = g(x)$ , per  $x \in [0, 1]$ , rappresenta il profilo di una spira metallica. Sia  $S$  la regione piana delimitata da tale spira.

3. Supponendo che nella regione  $S$  sia presente un campo magnetico uniforme, perpendicolare al piano di  $S$ , avente intensità  $B_0 = 2.0 \times 10^{-2} T$ , verificare che il valore assoluto del flusso di tale campo attraverso  $S$  è pari a  $7.0 \times 10^{-3} Wb$ .
4. Supporre che la spira abbia resistenza elettrica  $R$  pari a  $70 \Omega$  e che il campo magnetico, rimanendo perpendicolare alla superficie  $\mathbf{S} = S\hat{\mathbf{n}}$  ( $\hat{\mathbf{n}}$  versore normale alla superficie  $S$ ), a partire dall'istante  $t_0 = 0$ , inizi a variare secondo la legge:

$$\mathbf{B}(t) = B_0 e^{-\omega t} \cos(\omega t) \hat{\mathbf{n}} \quad \omega = \pi \text{ Hz} \quad (8)$$

con  $t \geq 0$  espresso in secondi (s). Esprimere l'intensità della corrente indotta nella spira in funzione di  $t$ , specificando in quale istante per la prima volta la corrente cambia verso. Qual è il valore massimo di tale corrente per  $t \geq 0$ ? Spiegare quale relazione esiste tra la variazione del campo che induce la corrente ed il verso della corrente indotta.

## Soluzione

1. Visto che tutte le proprietà devono essere dimostrate per ogni valore di  $k$ , sarà più comodo riferirsi alle funzioni "universali"

$$\psi(z) = z^{1/2}(1-z), \quad (9)$$

$$\phi(z) = -z^2(1-z), \quad (10)$$

riferite all'intervallo  $z \in (0, 1)$ , essendo  $z = x/k$ . Le due funzioni indipendenti da  $k$  ("universali")  $\psi$  e  $\phi$  sono tali che

$$k^{3/2}\psi(x/k) = f(x), \quad k^3\phi(x/k) = g(x)$$

Il parametro  $k$  ha dunque il solo scopo di riscaldare gli assi coordinati. Dunque, salvo opportuni riscaldamenti degli assi, tutte le conclusioni valide per  $\psi$  e  $\phi$ , valgono ugualmente per le funzioni originali. Possiamo dunque limitarci a studiare le funzioni “universali”.

La funzione  $\psi(z)$  è sempre positiva, continua e derivabile in  $(0, 1)$ ; deve pertanto avere (teorema di Rolle) almeno un punto stazionario su tale intervallo. In questo caso, dato che sappiamo che la  $\psi(z)$  è sempre positiva sull'intervallo considerato, deve esserci almeno un punto di massimo. Gli estremi per ora li escludiamo. Negli estremi la funzione è nulla, seppure non derivabile in  $z = 0$ . Gli estremi sono pertanto entrambi minimi locali. La derivata di  $\psi$  rispetto a  $z$  è

$$\frac{d\psi(z)}{dz} = (4z)^{-1/2}(1-z) - z^{1/2} \quad \rightarrow \quad (4z)^{-1/2}(1-z) - z^{1/2} = 0$$

L'equazione qui sopra perde di senso per  $z = 0$ , che tuttavia è uno degli estremi in cui sappiamo esserci un minimo (locale) di  $\psi(z)$  in  $[0, 1]$ . Dunque, moltiplicando ambo i membri per  $(4z)^{-1/2}$  (con  $z \neq 0$ ) troviamo

$$(1-z) - 2z = 1 - 3z = 0 \quad \rightarrow \quad z_{\max} = \frac{1}{3}$$

La funzione  $\phi(z)$ , invece, è sempre negativa nell'intervallo considerato. Dunque, all'interno di  $[0, 1]$  deve esserci almeno un minimo locale (con gli estremi entrambi massimi locali per  $\phi$ ). Analogamente al caso precedente abbiamo

$$\frac{d\phi(z)}{dz} = z(3z - 2) \quad \rightarrow \quad z_{\min} = \frac{2}{3} = 2z_{\max}$$

Risulta inoltre

$$\begin{aligned} \psi(z_{\max}) &= \frac{2}{3}\sqrt{\frac{1}{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{9} \\ \phi(z_{\min}) &= -\frac{4}{18} = -\psi^2(z_{\max}) \end{aligned}$$

2. Valutiamo la retta tangente a  $\phi(z)$  in  $z = 0$ . Essa è data da

$$y = \phi(0) + \left. \frac{d\phi(z)}{dz} \right|_{z=0} z = 0$$

dunque l'asse delle ascisse è tangente al grafico di  $\phi(z)$  in  $z = 0$  (tangente orizzontale).

Per quello che riguarda la retta tangente al grafico di  $\psi(z)$  in  $z = 0$ , la questione è più complicata, in quanto la derivata di  $\psi$  non è definita nel punto  $z = 0$ . In particolare abbiamo

$$\lim_{z \rightarrow 0^+} \frac{d\psi(z)}{dz} = \lim_{z \rightarrow 0^+} \frac{1-3z}{2\sqrt{z}} = +\infty$$

Il fatto che la derivata tenda ad infinito, unitamente al fatto che la funzione esiste ed è ben definita in  $z = 0$ , consente di concludere che la retta parallela

all'asse delle ordinate di equazione  $z = 0$  è tangente alla funzione  $\psi(z)$  in  $z = 0$ , dimostrando che le due funzioni sono ortogonali nell'origine degli assi. Tutte le conclusioni determinate fino a questo momento sono valide anche per  $f(x)$  e  $g(x)$ , essendo il parametro  $k$  solo un parametro positivo di scaling.

Per determinare esplicitamente il valore del parametro  $k$  nel punto  $z = x/k = 1$  (ovvero  $x = k$ ), basta ricordare la definizione delle funzioni  $\psi, \phi$ . Dato che tutte e due le funzioni si annullano in  $z = 1$  (e dunque  $f(x)$  e  $g(x)$  si annullano in  $x = k$ ) avremo che le rette tangenti ad  $f$  e  $g$  sono rispettivamente

$$y = f(k) + \left. \frac{df(x)}{dx} \right|_{x=k} (x - k) = k^{1/2} \left. \frac{d\psi(z)}{dz} \right|_{z=1} (x - k) = -k^{1/2}(x - k)$$

$$y = g(k) + \left. \frac{dg(x)}{dx} \right|_{x=k} (x - k) = k^2 \left. \frac{d\phi(z)}{dz} \right|_{z=1} (x - k) = k^2(x - k)$$

da cui si ricava che le due rette saranno perpendicolari solo se  $k = 1$  e dunque possiamo continuare a considerare le funzioni  $\psi, \phi$  come abbiamo fatto fin ora.

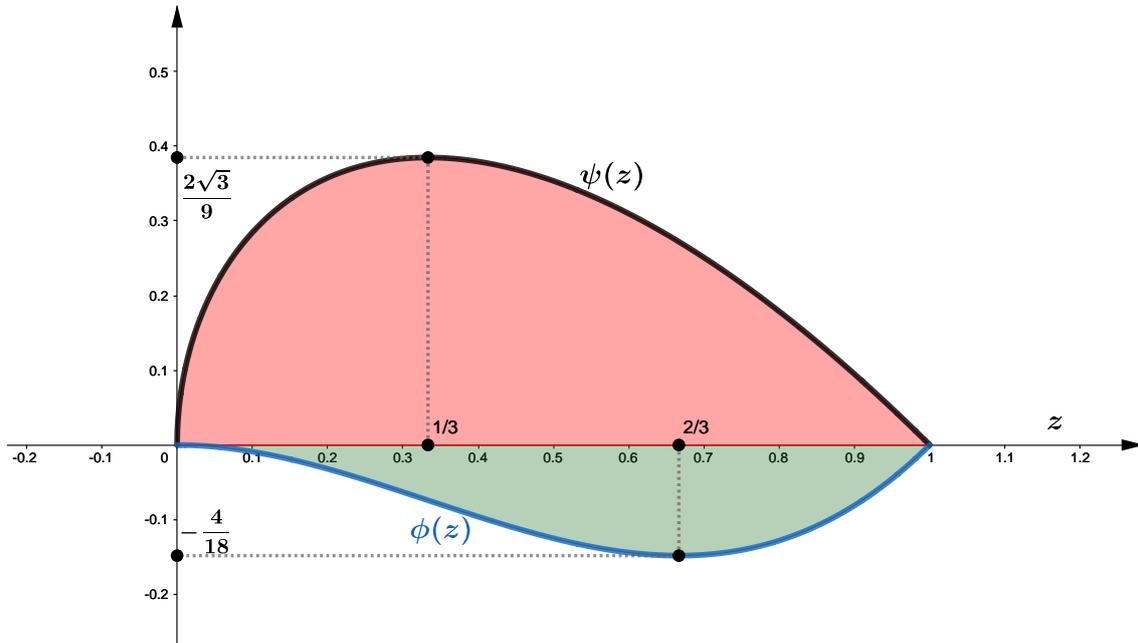


Figura 4: Le funzioni  $\psi$  e  $\phi$ , perpendicolari in  $z = 0, 1$  ( $x = 0, k$ )

3. Come al solito i grandi luminari scrivono cose illuminanti. Assumiamo che  $k = 1 m$  ( questa è un' **assunzione** perché gli autori delle tracce non si degnano di scrivere le unità di misura di  $k$ , devono aver studiato online ;-)). Il valore del flusso  $\Phi_S(\mathbf{B}_0)$  del campo magnetico  $\mathbf{B}_0$ , diretto perpendicolarmente al piano della spira è dato da, in valore assoluto,

$$\frac{|\Phi_S(\mathbf{B}_0)|}{k^2 B_0} = \tilde{S}$$

essendo  $\tilde{S}$  ( $S = k^2 \tilde{S}$ ) la superficie piana delimitata dai grafici dalle funzioni considerate in Fig. 4. In particolare essa può essere scritta come segue (i colori

sono da considerarsi consistenti con Fig. 4).

$$\tilde{S} = S_\psi + S_\phi = \int_0^1 \psi(z) dz + \left| \int_0^1 \phi(z) dz \right|$$

Gli integrali che compaiono in  $\tilde{S}$  sono tutti praticamente immediati e del tipo

$$\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + c \quad (\alpha \neq -1)$$

Scriviamo dunque direttamente il risultato

$$\tilde{S} = \frac{4}{15} + \left| -\frac{1}{12} \right| = \frac{7}{20}$$

e dunque il flusso cercato

$$|\Phi_S(\mathbf{B}_0)| = \frac{7}{20} k^2 B_0 = \frac{7}{20} \times 2.0 \times 10^{-2} T m^2 = 7.0 \times 10^{-3} Wb$$

Vediamo l'effetto del parametro  $k$  sul flusso. Immaginiamo che sia  $k = 1 \text{ nm} = 1 \times 10^{-9} \text{ m}$ . Questa assunzione può tranquillamente essere fatta, visto che gli autori non si degnano di affermare quali sono le unità di  $k$ , dichiarandone solo le dimensioni. Il fatto che il sistema di coordinate sia tarato in  $\text{m}$  non aiuta. Questo vuol dire che l'ascissa  $x$  sarà una grandezza dalle dimensioni di una lunghezza, espressa in metri. Tuttavia l'estensione spaziale della spira (determinata da  $k$ ) non ha nulla a che vedere con il sistema di coordinate (tarato in  $\text{m}$ ) nel quale la spira è immersa. La spira avrà la **stessa** estensione **indipendentemente** dal sistema di coordinate. Specificare l'unità di misura di  $k$  è **cruciale** per determinare l'estensione spaziale della spira. Inoltre, l'unica regola per sommare o sottrarre due grandezze fisiche, richiede che esse debbano essere commensurabili, ovvero avere le stesse dimensioni fisiche (due lunghezze, due energie, due superfici, due impulsi, ecc...). Non si incorre in errore se si scrive  $k - x$ , con  $k$  misurato in nanometri ed  $x$  in metri (sono la stessa grandezza fisica, ovvero due lunghezze, seppure in due unità differenti). Non c'è dunque nulla, a priori, che stabilisca le unità di misura di  $k$ . Assumendo, cosa **lecita**, che sia  $k = 1 \text{ nm}$ , calcoliamo il flusso:

$$|\Phi_S(\mathbf{B}_0)| \approx 10^{-20} Wb$$

**una differenza di circa 17 ordini di grandezza con il caso trattato in precedenza  $k = 1 \text{ m}$ . In altre parole, il risultato che si chiede di provare, semplicemente non può essere provato a causa della maniera barbara di dichiarare le costanti fisiche che entrano in gioco.**

4. La forza elettromotrice indotta  $\mathcal{E}$  nel circuito (Legge di Faraday–Neumann) è data da

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_S(\mathbf{B}(t))}{dt} = -\frac{7k^2 B_0}{20} \frac{d}{dt} \left[ e^{-\omega t} \cos(\omega t) \right]$$

e dunque la corrente indotta prende la forma

$$i(t) = -\frac{7k^2 B_0}{20R} \frac{d}{dt} \left[ e^{-\omega t} \cos(\omega t) \right] = \frac{7\omega k^2 B_0}{20R} \left\{ e^{-\omega t} [\sin(\omega t) + \cos(\omega t)] \right\}$$

Dunque l'intensità di corrente è semplicemente data da

$$|i(t)| = \frac{7\omega k^2 B_0}{20R} |e^{-\omega t}[\sin(\omega t) + \cos(\omega t)]|$$

Per analizzare l'andamento della corrente, sbarazziamoci delle dimensioni

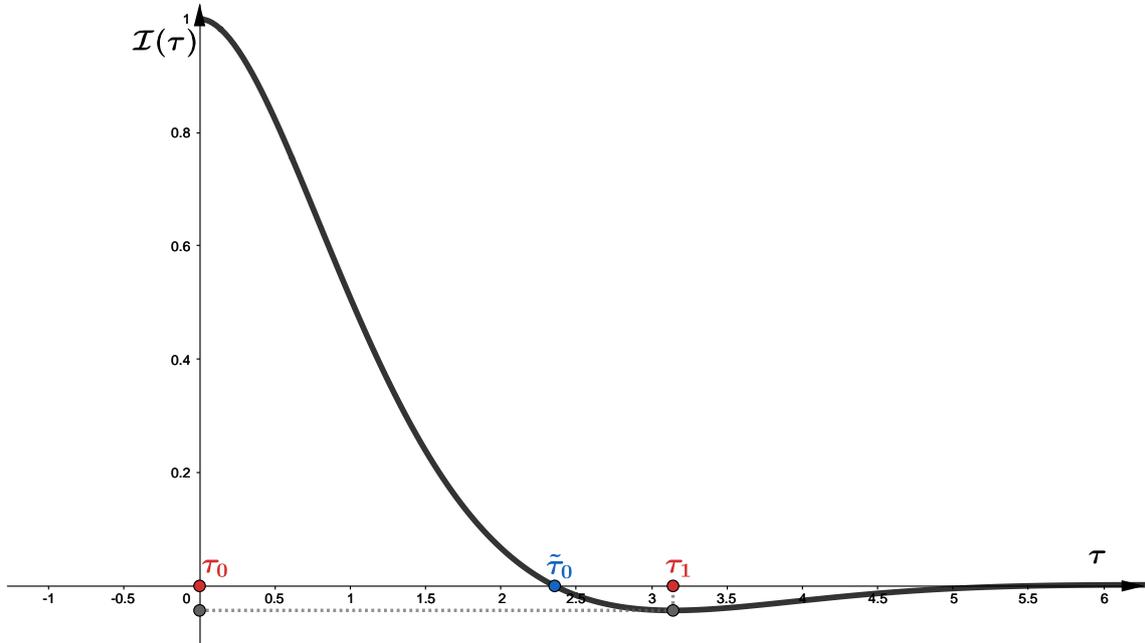


Figura 5: Grafico della funzione  $\mathcal{I}(\tau)$ . Come mai non si vedono le (**infinite!**) oscillazioni smorzate su questo grafico?

fisiche introducendo la variabile adimensionale  $\tau = \omega t$  e considerando la funzione

$$\mathcal{I}(\tau) = e^{-\tau}[\cos(\tau) + \sin(\tau)] \quad \rightarrow \quad i(t) = i^* \mathcal{I}(\omega t)$$

dove si è indicato con  $i^*$  il contributo costante alla corrente e dato da

$$i^* = \pi \times 10^{-4} \text{ A}$$

La derivata della “corrente”  $\mathcal{I}(\tau)$  è data dal

$$\frac{d\mathcal{I}(\tau)}{d\tau} = -2e^{-\tau} \sin(\tau)$$

che si annulla nei punti

$$\tau_n = n\pi, \quad n = 0, 1, 2, 3 \dots$$

$$t_n = \frac{\tau_n}{\omega}$$

I picchi di intensità raggiunti periodicamente si possono pertanto scrivere (in valore assoluto) come

$$|\mathcal{I}(\tau_n)| = e^{-\tau_n} = e^{-n\pi}$$

equazione che dimostra che i picchi d'intensità sono via via decrescenti in ampiezza e dunque il massimo (assoluto, nell'intervallo  $\tau \geq 0$ ) si avrà quando  $n = 0$ , ovvero per  $\tau = 0$  ( $t = 0$ ).

La corrente inverte il suo senso di percorrenza ogni qual volta cambia di segno. Questo accade per la prima volta quando il seno ed il coseno in  $\mathcal{I}(\tau)$  sono l'uno l'opposto dell'altro, ovvero quando  $\tau = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4} = \frac{3}{4}\pi$ , da cui segue  $t = \frac{3\pi}{4\omega} = 0.75$  s. In generale la corrente si annulla negli istanti di tempo

$$\tilde{\tau}_m = \frac{3}{4}\pi + m\pi \quad m = 0, 1, 2, 3, \dots$$

(ovvero  $\tilde{t}_m = \tilde{\tau}_m/\omega$ ).

La corrente indotta (Legge di Lenz) genera a sua volta un campo magnetico indotto  $\mathbf{B}_{\text{ind}}$ , il cui flusso concatenato con il circuito in esame si oppone alla variazione del flusso concatenato di  $\mathbf{B}(t)$  attraverso lo stesso circuito.

Il grafico della corrente ed i rispettivi punti di massimo locale e punti di inversione sono mostrati in Fig. 5.