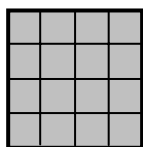




EQUIVALÊNCIA DE FIGURAS PLANAS

A palavra **equivalência** deriva de: *equi* = igual + *valência* = valor. Em Geometria, equivalência significa área igual, ou seja, figuras equivalentes são aquelas que possuem a mesma área.

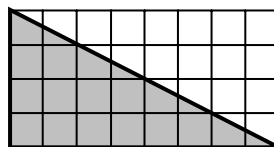
Exemplo:



$$A = 1 \times 1$$

$$A = 4 \times 4$$

$$A = 16$$



$$A = \frac{b \times h}{2}$$

$$A = \frac{8 \times 4}{2}$$

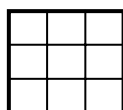
$$A = 16$$

Como a equivalência geométrica está relacionada com áreas de figuras, precisamos conhecer as áreas das principais figuras planas.

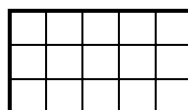
A noção de área está relacionada com a medida da extensão da região do plano determinada por uma figura. Para isso, usamos um quadrado de lado unitário como unidade padrão de medida. Conforme a necessidade, o quadrado pode ter o lado igual a 1cm, 1m, 1km...

♦ Área das figuras planas

Quadrado e Retângulo $\Rightarrow$ suas áreas são baseadas na própria noção de unidade de medida.

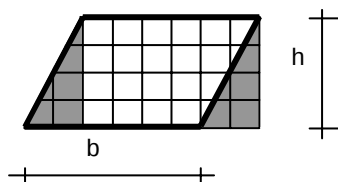


$$A = 1 \times 1$$



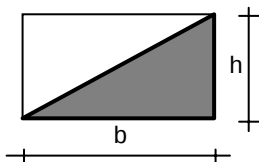
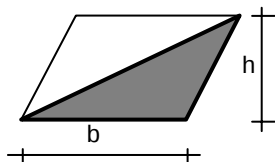
$$A = b \times h$$

Paralelogramo $\Rightarrow$ encontramos sua área a partir da área do retângulo.



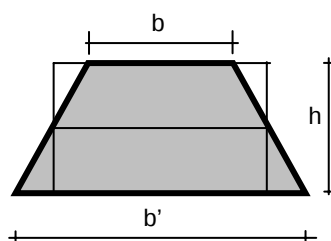
$$A = b \times h$$

Triângulo - com base na área do retângulo ou do paralelogramo calcula-se sua área.



$$A = \frac{b \cdot h}{2}$$

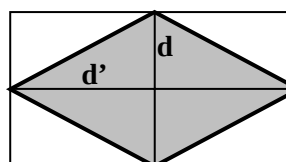
Trapézio - sua área é baseada no retângulo.



$$A = \frac{b' + b}{2} \cdot h$$

$$\text{Base média} = \frac{b' + b}{2}$$

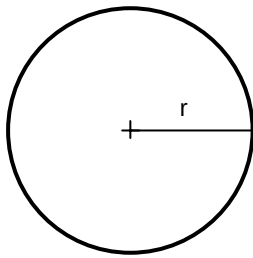
Losango - também a partir do retângulo.



$$A = \frac{d' \cdot d}{2}$$

$$\text{ou } A = \frac{d}{2} \cdot d'$$

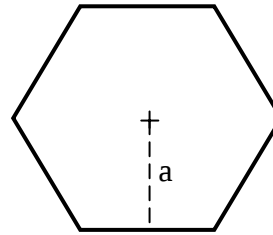
$$\text{ou } A = \frac{d'}{2} \cdot d$$

**Círculo**

$$A = \pi r^2$$

ou

$$A = \pi \cdot r \cdot r$$

 $\pi \cdot r$ = Comprimento da circunferência**Polígono regular**

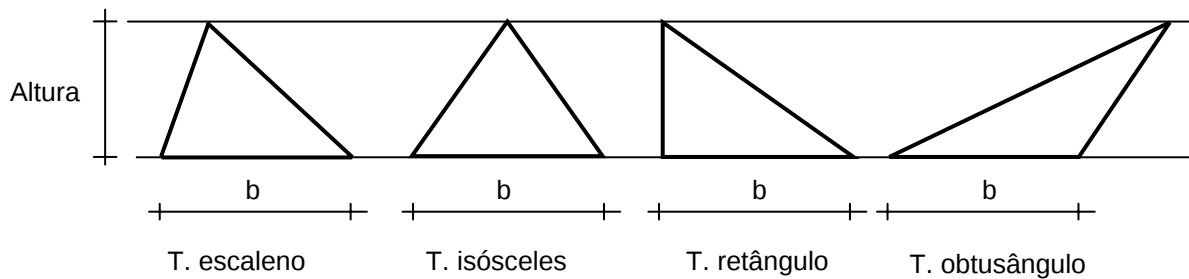
$$A = p \times a$$

p = semiperímetro

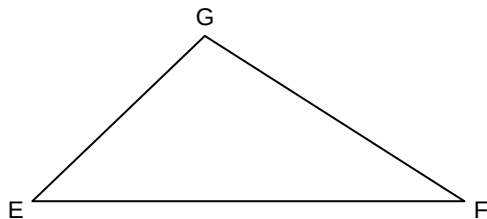
a = apótema

♦ EQUIVALÊNCIA DE TRIÂNGULOS

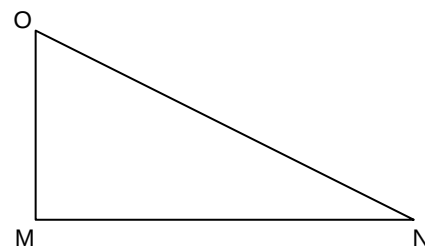
Triângulos que apresentam a mesma base e a mesma altura são equivalentes. Para obtê-los, basta traçar duas retas paralelas, distando a medida da altura e uma delas contendo as bases.

**EXERCÍCIOS:**

1. Determine o triângulo retângulo EFH equivalente ao triângulo EFG dado.

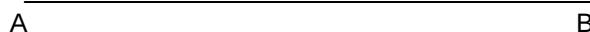


2. Represente graficamente um triângulo MNP, de lado NP= 3cm, equivalente ao triângulo MNO dado.



3. Dada a base AB e sabendo que a altura mede 3,5cm, construa os respectivos triângulos equivalentes:

A'





EQUIVALÊNCIA DE FIGURAS QUAISQUER

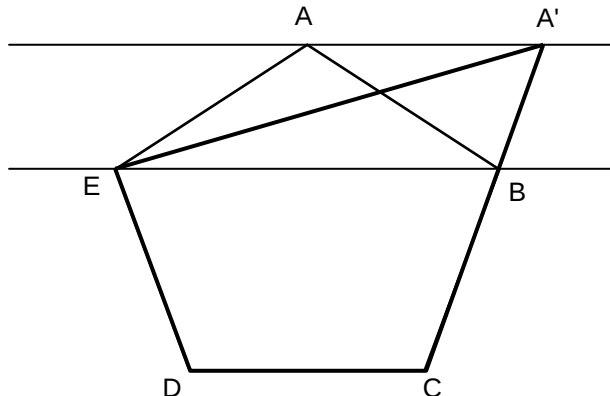
O processo utilizado na equivalência de triângulos permite efetuar transformações entre polígonos, construindo figuras com menor ou maior número de lados, ou seja, diminuindo ou aumentando a quantidade de lados.

Diminuindo o nº de lados

1º exemplo: Desenhe um quadrilátero equivalente (de mesma área) a um pentágono dado:

Traçar a diagonal BE;
Reta // a BE passando por A;
Prolongar CB até a //, obter A';
 $\triangle EAB$ é equivalente ao $\triangle EA'B$.

O pentágono ABCDE é equivalente ao quadrilátero A'CDE.

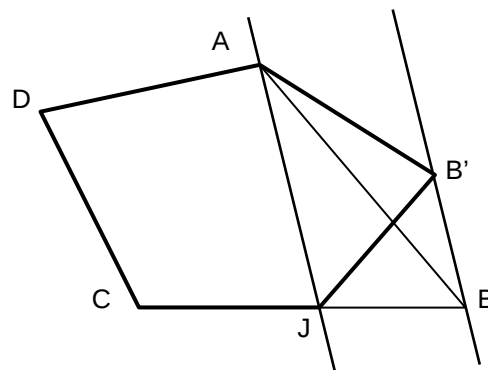


Aumentando o nº de lados

2º exemplo: Desenhe um pentágono equivalente (de mesma área) a um quadrilátero dado:

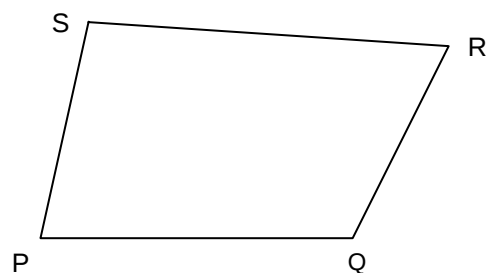
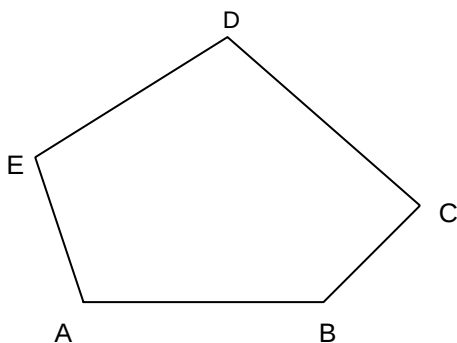
Traçar uma reta que passe por A e por BC determinando o ponto J;
Traçar outra reta // a esta passando por B determinar B';
 $\triangle ABJ$ é equivalente ao $\triangle AB'J$.

O quadrilátero ABCD é equivalente ao Pentágono AB'JCD.



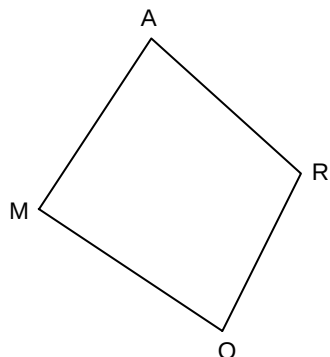
EXERCÍCIOS:

1. Transforme o pentágono ABCDE num triângulo e o quadrilátero PQRS num pentágono, ambos convexos.

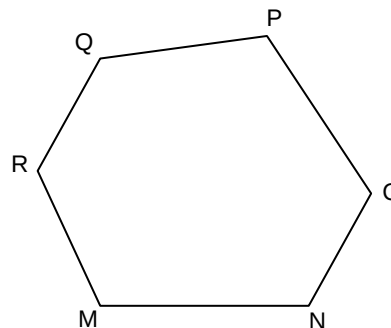




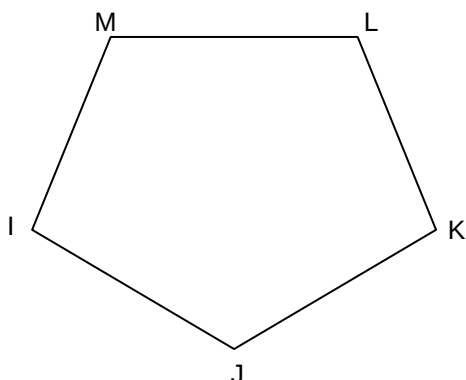
2. Transforme o polígono abaixo em um triângulo equivalente.



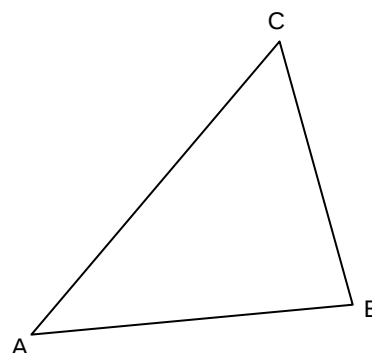
3. Represente graficamente um pentágono equivalente ao hexágono dado.



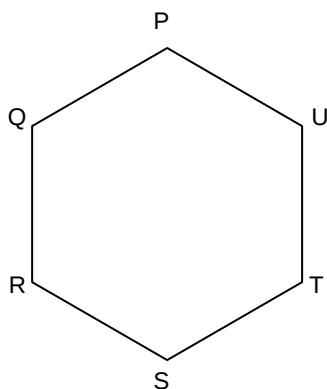
4. Transforme o pentágono IJKLM num triângulo equivalente.



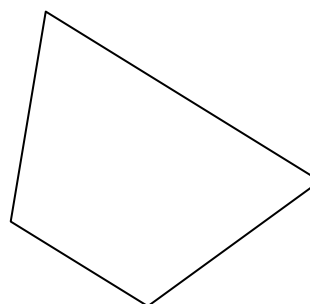
5. Dado o triângulo ABC, transforme-o num quadrilátero equivalente.



6. Represente o heptágono equivalente ao hexágono dado.



7. Um famoso paisagista fez o projeto de reforma de um jardim que tem a forma do polígono representado abaixo. No projeto, o profissional aumentou o número de lados desse polígono. Desenhe a nova forma desse jardim, sabendo que ele agora é hexagonal convexo.



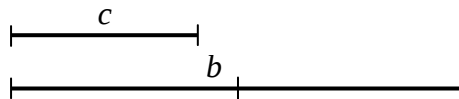
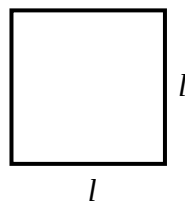


Alguns problemas de equivalência de figuras envolvem expressões algébricas porque sua solução pode ser encontrada através da quarta proporcional, da terceira proporcional ou da média geométrica.

Nesses problemas, o desenvolvimento algébrico começa igualando-se as áreas através de suas fórmulas. Em seguida isola-se a incógnita até se chegar na expressão que se pode ser determinada graficamente (4ª proporcional ou 3ª proporcional ou média geométrica).

Exemplo:

Dado o quadrado, construir um triângulo equivalente conhecida a base b e um lado de medida c .



♦ Resolução Algébrica:

$$A_Q = l \times l \quad A_T = \frac{b \times h}{2}$$

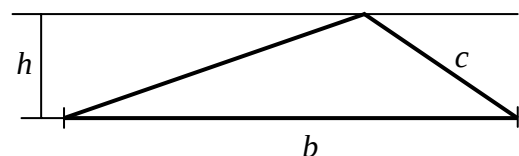
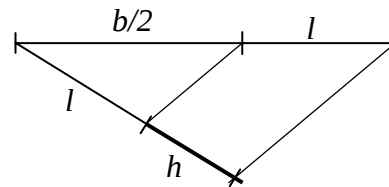
$$\frac{b \times h}{2} = l \times l$$

$$\frac{b/2}{l} = \frac{l}{h}$$

Conclusão:

h é a 3ª proporcional

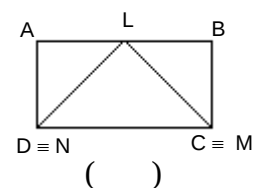
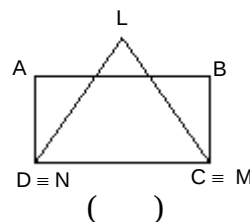
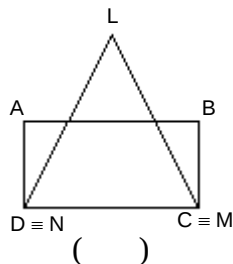
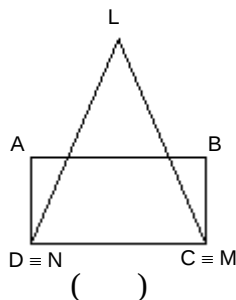
♦ Resolução Gráfica:



EXERCÍCIOS:

1. Assinale a opção que atende à afirmativa abaixo.

O retângulo ABCD possui área equivalente à área do triângulo LMN.

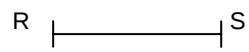




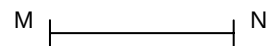
2. Agora, resolva as construções entre as figuras equivalentes de acordo com as informações dadas.

OBS: Lembre-se de fazer o desenvolvimento algébrico antes das construções.

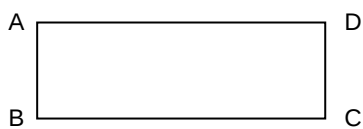
a) Triângulo retângulo de catetos $\overline{RS}$ e $\overline{RT}$ equivalente ao quadrado de lado 2cm.



b) Triângulo isósceles de base 25mm e lados congruentes 30mm é equivalente ao retângulo de base $\overline{MN}$. Construa-os.



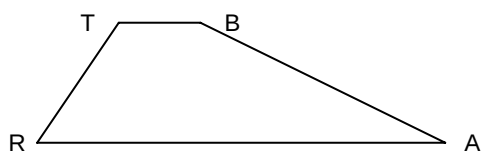
c) Losango **FGHJ** de diagonal $d = 30$ mm com mesma área do retângulo **ABCD** dado.





d) Quadrado **LMNO** equivalente ao círculo de raio 2 cm.

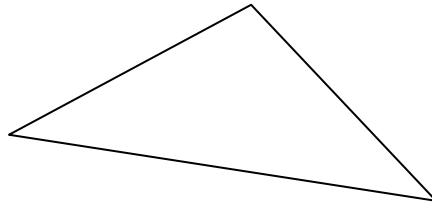
e) Quadrado de área igual ao trapézio **TRAB**.



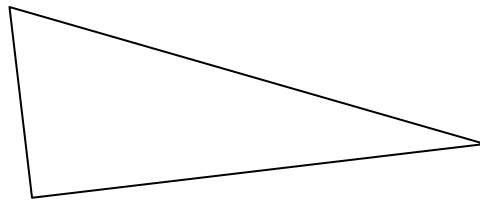


3. Resolva a construção dos triângulos equivalentes de mesma base e altura.

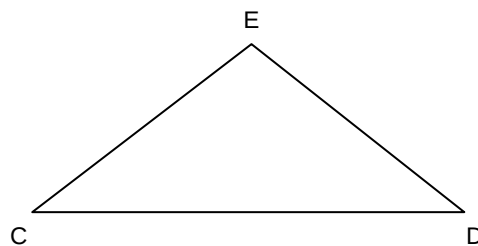
a) Determine um triângulo retângulo equivalente ao triângulo dado.



b) Faça um triângulo isósceles equivalente ao triângulo abaixo.

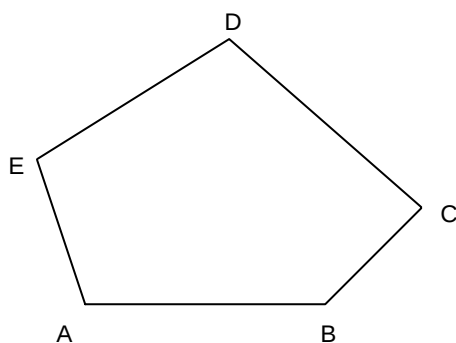


c) Desenhe três triângulos equivalentes ao triângulo abaixo de maneira que o 1º, **FCD**, tenha $\hat{C} = 120^\circ$, o 2º, **CES** tenha o lado $\overline{CS} = 100\text{mm}$ e o 3º, **CDR**, seja isósceles obtusângulo de lados $\overline{CD} \cong \overline{DR}$.



4. Transforme o pentágono ABCDE num triângulo e o quadrilátero PQRS num pentágono, ambos convexos.

a)



b)

