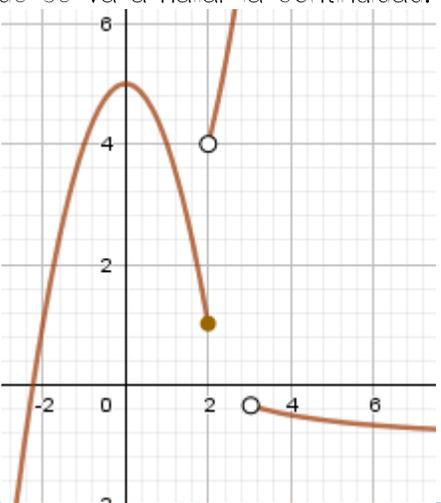


Límite de una Función: Continuidad en un punto

Idea principal del recurso educativo digital: Se muestra las características que debe cumplir una función para saber si es continua en un punto.

Propósito de aprendizaje del recurso educativo digital: Comprender las características de la continuidad de funciones en un punto.

	Narración	Descripción pantalla	Interactividad
<p style="writing-mode: vertical-rl; transform: rotate(180deg);">Introducción</p> <p>Para comenzar a utilizar el recurso el docente debe hacer un recuento de temas como: cálculo de límites, grafica de funciones, límites laterales.</p>	<p>El recurso cuenta con dos ventanas: en la ventana de la derecha se encuentran los ejemplos propuestos, adicionalmente al elegir un ejemplo, en dicha pantalla aparecerá el desarrollo de este.</p> <div data-bbox="577 519 1438 917" style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>Continuidad de una función en un punto $f(x)$ es continua en un punto a si y solo si:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) Existe $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ 2) Existe $f(a)$ 3) $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$ <p>Ejemplo 1 Ejemplo 2 Ejemplo 3 Ejemplo 4 Ejemplo 5</p> <p style="text-align: center;"> <small>UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL</small></p> </div> <p>$f(x) = x^3 - 2x^2 - 3x$</p> <p>¿La función es continua en $a = 3$?</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. ¿Existe $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$? $\lim_{x \rightarrow 3} (x^3 - 2x^2 - 3x) = (3)^3 - 2(3)^2 - 3(3)$ $= 27 - 18 - 9 = 0$ ✓✓ 2. ¿Existe $f(a)$? $f(x) = x^3 - 2x^2 - 3x$ $f(3) = (3)^3 - 2(3)^2 - 3(3)$ $= 27 - 18 - 9 = 0$ ✓✓ 3. ¿$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = f(a)$? $0 = 0$ ✓✓ <p>$f(x)$ es continua en $a = 3$</p> <p>En la vista de la izquierda aparecerá la gráfica de la función y el punto en donde se va a hallar la continuidad.</p> 	<p>Los elementos interactivos con los que cuenta el recurso educativo digital son los siguientes:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Botones de ejemplos: <ul style="list-style-type: none"> Ejemplo 1 Ejemplo 2 Ejemplo 3 Ejemplo 4 Ejemplo 5 <p>Al seleccionar uno de los botones el docente elegirá el ejemplo del que desea ver la solución.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Botón siguiente: <div data-bbox="1627 982 1879 1079" style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;"> <p>Siguiente</p> </div> <p>Este botón aparecerá al momento de estar visualizando un ejemplo y se mostrará el siguiente paso de la solución.</p> • Botón regresar: <div data-bbox="1627 1258 1879 1356" style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;"> <p>Regresar</p> </div> <p>El botón regresar hará que se muestre la pantalla principal del recurso educativo digital.</p> 	

El docente ingresará al recurso educativo digital, y encontrarán los ejercicios propuestos y las condiciones que se deben cumplir para que la función sea continua en ese punto, como lo son:

1. *Existe* $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$
2. *Existe* $f(a)$
3. $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$

Es importante resaltar que el cuándo se termine el desarrollo de un ejemplo (se desaparezca el botón "Siguiente"), el docente debe oprimir "Regresar" para volver a la página principal.

En el primer y segundo ejemplo se evidencia que la función en ese punto es continua, porque cumple cada una de las condiciones, el docente se debe encargar de explicar el procedimiento que se muestra paso a paso para probar cada una de las condiciones.

En los siguientes ejemplos no se cumple alguna de las condiciones (en el ejemplo 3: no se cumple ni 1 ni 3, ejemplo 4: no se cumple ni 2 ni 3 y en el ejemplo 5: no se cumple 3), por esto se recomienda al docente realizar la explicación del procedimiento algebraico mostrando (por qué se cumplen o no las condiciones) y finalizar con un análisis gráfico, en el cual se aclare que mientras podamos dibujar la fracción sin interrupciones entonces será continua en el punto.

Al ingresar al recurso educativo digital el docente se encontrará con la siguiente pantalla, donde se visualizan los ejemplos propuestos:

Continuidad de una función en un punto
 $f(x)$ es continua en un punto a si y solo si:

- 1) *Existe* $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$
- 2) *Existe* $f(a)$
- 3) $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$

Ejemplo 1 **Ejemplo 2**
Ejemplo 3 **Ejemplo 4**
Ejemplo 5



UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL
 Educación de Educadores

Cada vez que el docente seleccione un botón el cual este escrito ejemplo #, se presentara la solución de dicho ejemplo

Ejemplo:

Ejemplo 1

$f(x) = x^3 - 2x^2 - 3x$
 ¿La función es continua en $a = 3$?

1. ¿Existe $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$?

$$\lim_{x \rightarrow 3} (x^3 - 2x^2 - 3x) = (3)^3 - 2(3)^2 - 3(3)$$

$$= 27 - 18 - 9$$

$$= 0 \quad \checkmark \checkmark$$
2. ¿Existe $f(a)$?

$$f(x) = x^3 - 2x^2 - 3x$$

$$f(3) = (3)^3 - 2(3)^2 - 3(3)$$

$$= 27 - 18 - 9$$

$$= 0 \quad \checkmark \checkmark$$
3. ¿ $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = f(a)$?

$$0 = 0 \quad \checkmark \checkmark$$

$f(x)$ es continua en $a = 3$

En este recurso el docente encontrará una serie de ejemplos con los cuales puede explicar las condiciones que debe cumplir la función para que sea continua en un punto, este recurso digital se puede catalogar como un recurso de acompañamiento.

Dentro de la pantalla en la cual aparecerá el desarrollo del ejemplo, se encuentra el botón de siguiente el cual indicará que se muestra el paso siguiente.

Siguiente

Al finalizar de cada pantalla se encuentra el botón **Regresar**; el cual al seleccionarlo se devolverá a la pantalla principal.

Regresar

Conclusión o desenlace

Probar las condiciones para que una función sea continua en un punto, con el fin que el estudiante logre asimilar con mayor facilidad el procedimiento que se debe llevar a cabo para comprobar cada una de las condiciones.

Algunas aplicaciones que tiene la continuidad de funciones son a la economía, ingeniería, estadística.