

Die Proportionalität bei mehreren Abhängigkeiten – Beispiel: Zentripetalkraft F_Z

Umgang mit zwei Abhängigkeiten:

Experimente mit der Zentripetalkraft zeigen, dass sie proportional zur Masse des Körpers und zum Inversen des Bahnradius ist.	$F_Z \sim m$ $F_Z \sim \frac{1}{r}$
Annahme: Bahnradius und Masse sind unabhängig voneinander. Wir führen jeweils eine Proportionalitätskonstante ein und formulieren damit eine Gleichung. Die Proportionalitätskonstante k_r kann nicht von m abhängen, aber noch von r . Die Proportionalitätskonstante k_m kann nicht von r abhängen, aber noch von m .	$F_Z = k_r m$ $F_Z = k_m \frac{1}{r}$
Gleichsetzen der Ausdrücke.	$k_r m = k_m \frac{1}{r}$
Die neue Gleichung hat die Eigenschaft, dass ihre linke Seite nur von der Masse und die rechte Seite nur vom Bahnradius abhängt. Wenn die Masse sich ändert, hat dies nur Auswirkung auf die linke Seite der Gleichung, umgekehrt hat eine Änderung des Bahnradius nur eine Auswirkung auf die rechte Seite der Gleichung. Beide Seiten müssen daher konstant sein. Wir definieren eine Konstante K .	$\frac{k_m}{m} = \frac{k_r}{\frac{1}{r}}$ $\frac{k_m}{m} = \frac{k_r}{\frac{1}{r}} = K$
Umformen und Einsetzen.	$K = \frac{k_m}{m} \leftrightarrow k_m = Km$
Die Zentripetalkraft ist proportional zum Produkt.	$F_Z = k_m \frac{1}{r} = Km \frac{1}{r}$ $F_Z \sim m \frac{1}{r}$

Erweiterung auf drei Abhängigkeiten:

Experimente mit der Zentripetalkraft zeigen, dass sie zusätzlich proportional zum Quadrat der Bahngeschwindigkeit ist.	$F_Z \sim m \frac{1}{r}$ $F_Z \sim v^2$
Annahme: Bahnradius, Masse und Bahngeschwindigkeit sind unabhängig voneinander. Wir wiederholen Schritt für Schritt die Operationen von oben.	$F_Z = k_v m \frac{1}{r}$ $F_Z = k_{r,m} v^2$
	$k_v m \frac{1}{r} = k_{r,m} v^2$
	$\frac{k_v}{v^2} = \frac{k_{r,m}}{m \frac{1}{r}}$ $\frac{k_v}{v^2} = \frac{k_{r,m}}{m \frac{1}{r}} = K$
Die Zentripetalkraft ist proportional zum Produkt.	$F_Z = k_v m \frac{1}{r} = K v^2 m \frac{1}{r}$ $F_Z \sim v^2 m \frac{1}{r}$
Für die Zentripetalkraft ergibt sich aus dem Experiment der Spezialfall, dass der Proportionalitätsfaktor den Wert 1 annimmt.	$F_Z = 1 \cdot v^2 m \frac{1}{r} = m \frac{v^2}{r}$